

Simulationen kosmischer Röntgenquellen

DISSERTATION
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften
der Fakultät für Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
Christopher Weth
aus
Hof/Saale

2002

Selbstverlegt von:

Christopher Weth
Weißdornweg 14-112
72076 Tübingen

Tag der mündlichen Prüfung: 12. August 2002

Dekan:

Prof. Dr. H. Müther

1. Berichterstatter:

Prof. Dr. H. Ruder

2. Berichterstatter:

Prof. Dr. R. Staubert

Zusammenfassung

Simulationen kosmischer Röntgenquellen

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in zwei voneinander unabhängige Teile. Der erste, der etwa 80% der Arbeit umfaßt, behandelt die Simulation des Strahlungstransportes in der Akkretionssäule eines akkretierenden Röntgenpulsars. Hierzu wurde ein detailliertes Modell erstellt, das eine realistische Geometrie des Systems in der Schwarzschildmetrik beschreibt. Auch bei der Berechnung der Photonenbahnen werden allgemeinrelativistische Effekte wie gravitative Lichtablenkung und Rotverschiebung voll mitgenommen. Bei der Verfolgung durch das mit halber Lichtgeschwindigkeit frei auf den Neutronenstern fallende Plasma spielt außerdem der relativistische Dopplereffekt eine wesentliche Rolle, denn durch ihn wird die vom Beobachter gesehene Lage der Zyklotronresonanz entscheidend mitbestimmt. In der Wechselwirkung zwischen Plasma und Strahlung sind Effekte aufgrund der Anisotropie des Mediums mit berücksichtigt, und zwar sowohl der Beitrag der Elektronen als auch der des quantenelektrodynamischen Vakuums.

Viele der Berechnungen wurden im Rahmen des Internetprojektes XPulsar@home durchgeführt: Der Simulationscode wurde nach Java portiert und als Applet bzw. Applikation auf einer Webseite freiwilligen Teilnehmern verfügbar gemacht. Diese konnten das Programm herunterladen und auf ihrem PC laufen lassen, und so die für ausgiebige Parameterstudien reichlich benötigte Rechenzeit zur Verfügung stellen. Insbesondere Schulen und deren Angehörige wurden zur Teilnahme ermuntert, um Schüler in Zeiten nachlassender Studentenzahlen durch eigene Teilnahme möglichst früh für ein astrophysikalisches Thema zu begeistern. Zur zusätzlichen Motivation wurden wertvolle Sachpreise für die zehn am meisten beitragenden Schulen ausgeschrieben. Dieser Wettbewerb lief von März bis Ende Juni 2000, und war ein voller Erfolg.

Auf der wissenschaftlichen Seite sind im Rahmen dieser Arbeit wichtige Erkenntnisse über Strahlungscharakteristiken und Spektren von leuchtschwachen Röntgenpulsaren gemacht oder bestätigt worden. Insbesondere liefert sie eine starke Abhängigkeit der Pulsprofile vom Verhältnis von Neutronensternradius zu seiner Masse. Auch erklärt sie das Phänomen pulsphasenabhängiger Zyklotronlinien. Nicht zuletzt ist es durch Einbeziehung eines einfachen Reprozessierungsmodells möglich, das sich bis etwa 60 keV erstreckende, bisher noch nicht verstandene Potenzgesetz im Kontinuumspektrum von X Per zumindest qualitativ zu reproduzieren. Schließlich wurden einige Versuche unternommen, auch Eigenschaften leuchtstärkerer Systeme mit geeigneten Modifikationen des Akkretionssäulenmodells auszuloten.

Der zweite Teil der Arbeit ist kosmischen Gammastrahlenausbrüchen gewidmet. In ihm wurde versucht zu klären, unter welchen Umständen Eisen- $K\alpha$ -Linien im Spektrum zu erwarten sind, bzw. mit welchen Geometrien und Parametern man eine in einigen Ausbrüchen beobachtete und als solche interpretierte Erscheinung reproduzieren kann. Eine eindeutige Identifikation dieses Linienkomplexes im Spektrum ließe wertvolle Schlüsse auf den Ursprung dieser Phänomene zu; daneben läßt sich mit ihrem Nachweis auch deren Rotverschiebung bestimmen bzw. mit den Ergebnissen anderer Verfahren vergleichen.

Eine solche Modellierung muß aufgrund der wenigen bekannten Eigenschaften solcher Vorgängersysteme sehr spekulativ sein; hier ging es jedoch nur darum zu zeigen, daß unter plausiblen Annahmen eine detektierbare Emission möglich ist, die zudem die richtige Zeitabhängigkeit hat. Als weiteres Ergebnis wurde gefunden, daß bei den beobachteten Daten praktisch auszuschließen ist, daß sich das reprozessierende Material mit einem hohen Abdeckungsfaktor in der direkten Sichtlinie zum Beobachter befindet.

Inhaltsverzeichnis

1	Röntgen- und Gammaastronomie - ein kurzer Überblick	1
I	Röntgenpulsare	3
2	Einleitung	4
3	Theoretische Grundlagen	12
3.1	Elektronen und Photonen in starken Magnetfeldern	13
3.1.1	Dirac-Landau-Gleichung	14
3.1.2	Comptonstreuung im starken Magnetfeld	15
3.2	Plasmaeffekte	19
3.2.1	Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Plasma	19
3.2.2	Ausbreitung in magnetisiertem Plasma	20
3.2.3	Korrekturen	24
3.2.4	Endliche Temperaturen	27
3.2.5	Das verwendete Wechselwirkungsmodell	28
3.3	Strahlungstransport	30
3.3.1	Spezifische Intensität	30
3.3.2	Strahlungstransportgleichung	31
3.3.3	Faradaydepolarisation und Normalmodenapproximation	33
3.4	Die Schwarzschildmetrik	34
3.4.1	Verwendete Koordinatensysteme	35
3.4.2	Photonenausbreitung in Schwarzschildmetrik	35
3.4.3	Magnetisches Dipolfeld in Schwarzschildmetrik	39

4	Monte-Carlo-Verfahren	41
4.1	Monte-Carlo-Integration	42
4.2	Lösung von Integralgleichungen	43
4.3	Erzeugung von Zufallszahlen	46
4.3.1	Erzeugung gleichverteilter Zufallszahlen	47
4.3.2	Erzeugung beliebig verteilter Zufallszahlen	48
4.4	Fehlerabschätzung	51
5	Strahlungstransport in der Akkretionssäule	53
5.1	Modellkomponenten	54
5.1.1	Neutronenstern	54
5.1.2	Transformation der Photonen ins Äquatorialsystem	54
5.1.3	Photonenverfolgung	55
5.1.4	Wechselwirkung zwischen Plasma und einfallender Materie	56
5.1.5	Emissionsregion	57
5.1.6	Akkretionssäule	66
5.1.7	Reprozessierung auf der Neutronensternoberfläche	71
5.2	Ergebnisse	72
5.2.1	Ein Modell im Detail	72
5.2.2	Verhalten bei Variation der Parameter	91
5.2.3	Diskussion	104
6	XPulsar@home	106
6.1	Vorbilder und Zielsetzungen	106
6.2	Implementierung	108
6.2.1	Webseite	108
6.2.2	Datenbank	110
6.2.3	Client	111
6.2.4	Servlet	115
6.2.5	Datenauswertung	120
6.3	Verlauf	121
7	Zusammenfassung und Ausblick	125
II	Gammastrahlenausbrüche	127
8	Einleitung	128

9	Theoretische Grundlagen	134
9.1	Feuerball-Schock-Modelle	135
9.2	Strahlungstransport: Linien und Kanten	137
10	Reprozessierung von GRB-Nachleuchten	139
10.1	Geometrien und numerisches Vorgehen	139
10.1.1	Schalenmodelle	139
10.1.2	Trichter	143
10.2	Ergebnisse	145
10.2.1	Schalenmodelle	145
10.2.2	Hypernova-Trichtermodelle	149
10.2.3	Diskussion	152
11	Zusammenfassung und Ausblick	154
A	Photonenbahnverfolgung mittels elliptischer Integrale	155
B	Beschreibung des Codes	158
B.1	Klassenhierarchie	158
B.1.1	Basisklassen	158
B.1.2	Klassen mit physikalischem Inhalt	159
B.1.3	Höhere Klassen	161
B.2	Aufbau der Steuerdatei	162
C	Die Analyseprogramme FTView und FTInfo	164
C.1	FTView	164
C.2	FTInfo	166
	Literaturverzeichnis	171

Kapitel 1

Röntgen- und Gammaastronomie - ein kurzer Überblick

Die Röntgenastronomie ist – im Gegensatz zur optischen – eine relativ junges Forschungsgebiet. Dies liegt daran, daß die kosmische Röntgenstrahlung von der Erdatmosphäre vollständig absorbiert wird, und deshalb eine Beobachtung von der Erdoberfläche aus unmöglich ist.

Erst 1962 wurde mit einem Raketenexperiment (Giacconi et al., 1962) mit Sco X-1 die erste extrasolare Röntgenquelle gefunden. Acht Jahre später wurde der erste Röntgensatellit (Uhuru) gestartet, der viele der heute am besten erforschten Quellen entdeckte, darunter Cen X-3 und Her X-1.

Ab dem Ende der 1960er Jahre waren die Vela-Satelliten des US-Verteidigungsministeriums im Orbit; ihre Aufgabe war die Überwachung des Atomteststopabkommens über atmosphärische Atomtests. Sie detektierten sechzehn kurze Ausbrüche hochenergetischer Gammastrahlung in drei Jahren (Klebesadel et al., 1973), von denen sich aber schnell zeigte, daß sie extrasolaren Ursprungs sein mußten. Diese Entdeckung wurde kurz darauf durch Beobachtungen der sowjetischen Konus-Satelliten bestätigt (Mazets et al., 1974).

Heute, 30 Jahre und viele weltraumbasierte Röntgenmissionen später (Tab. 1.1), sind viele verschiedene Arten von Quellen bekannt: allen voran die zuerst entdeckten Röntgendoppelsternsysteme, um die es in dieser Arbeit hauptsächlich geht, und zu denen die oben genannten Systeme gehören. Der kosmische Röntgenhintergrund

zerfällt spätestens seit Chandra in diskrete Quellen (Quasare und aktive galaktische Kerne), weitere extragalaktische Quellen sind heißes intergalaktisches Gas in Galaxienhaufen sowie Gammastrahlenausbrüche und deren Nachleuchten im Röntgenbereich, deren Entstehen noch nicht gut verstanden ist. Ihnen ist der zweite Teil dieser Arbeit gewidmet. Schließlich gibt es neben den Röntgendoppelsternen noch viele weitere galaktische Quellen, zum Beispiel Supernovaüberreste, T-Tauri-Sterne, Weiße Zwerge, isolierte Neutronensterne, Radiopulsare, und – schwächer – alle anderen Sterne und Kometen.

Name	Zeitraum	Hersteller	Bemerkungen
Vela	1969-1979	USA DoD	eigentlich zur Überwachung eines Atomteststopabkommens; Entdeckung der kosmischen Gammastrahlenausbrüche
Uhuru	1970-1973	NASA	Entdeckung von Her X-1, Cen X-3; Katalog mit 339 Objekten
HEAO 1	1977-1979	NASA	erste Timing-Analysen, 850 Objekte
HEAO 2 (Einstein)	1978-1981	NASA	erster abbildender Röntgensatellit
Tenma	1983-1984	Japan	Detektion von Fe-K-Linien in vielen XRB und AGN
Ginga	1987-1991	Japan	Zyklotronlinien in 4U1538-522, V0332+53, und Cep X-4.
EXOSAT	1983-1986	ESA	Entdeckung von QPO in LMXRB und XRP
ROSAT	1990-1999	D/USA/GB	All-Sky-Survey (150000 Objekte), Pulsationen von Geminga, Entdeckung isolierter Neutronensterne
CGRO	1991-2000	NASA	Entdeckung der isotropen Verteilung der Gammastrahlenausbrüche am Himmel
ASCA	1993-heute	Japan	breite Eisenlinien in AGN, Spektren wechselwirkender Binärsysteme
RXTE	1995-heute	NASA	GRB-Nachleuchten, kHz QPOs, Phasenübergänge in Cyg X-1
BeppoSAX	1996-heute	Italien, NL	GRB-Nachleuchten, Abbilden der Umgebung solcher Objekte
Chandra	1999-heute	NASA	räumliche Auflösung: < 1 Bogensekunde
XMM	1999-heute	ESA	Sehr große Detektorfläche, hochauflösende Spektrometer

Tabelle 1.1: Eine Auswahl von Röntgen- und Gammamissionen, entnommen aus: http://imagine.gsfc.nasa.gov/docs/sats_n_data/sats_n_data.html

Teil I

Röntgenpulsare

Kapitel 2

Einleitung

1971 wurden vom Satelliten Uhuru die ersten regelmäßig pulsierenden Röntgenquellen Cen X-1 und Her X-1 entdeckt (Schreier et al., 1972, Tanabaum et al., 1972). Gemessen wurden periodische Pulse (Abb. 2.1), die im Abstand von einigen Sekunden am Detektor eintrafen. Die Dauer Pulse waren so konstant, daß als ihre Ursache nur ein rotierendes Objekt in Frage kam; aufgrund der Tatsache, daß die Strahlung über galaktische Entfernungen noch nachweisbar war, mußte die Leuchtkraft im Röntgenbereich zumindest vergleichbar mit der der Sonne im gesamten elektromagnetischen Spektrum sein ($L_{\odot} = 4 \cdot 10^{26}$ W). Diese Helligkeit und die kurze Pulsperiode schränkten die möglichen Systeme zunächst auf weiße Zwerge, Neutronensterne ein; in der weiteren Entwicklung des Modells stellte sich heraus, daß es Neutronensterne sein müssen.

Einen weiteren Hinweis auf die Natur der Systeme gibt das bei manchen Röntgenpulsaren periodische Verschwinden des Signals – bei Her X-1 etwa alle 1,7 Tage. Der Fluß fällt in der Übergangsphase innerhalb kurzer Zeit praktisch auf null ab. Eine so schnelle Variabilität läßt sich nur durch Abdeckung durch ein zweites Objekt erklären. Die Vermutung, daß die Röntgenquelle sich in einer Umlaufbahn befindet, wird durch eine periodische Modulation der Pulsankunftszeiten (d.h. der Entfernung zwischen Beobachter und kompaktem Objekt) mit der gleichen Periode bestätigt (Abb. 2.2). Die Umlaufperioden liegen – soweit bekannt – im Bereich von etwa einem bis zu mehreren hundert Tagen.

Man hat es also mit einem Binärsystem zu tun, dessen eine Komponente ein kompaktes Objekt ist. In vielen Fällen findet man am Ort der Röntgenemission einen Stern, der im optischen Bereich emittiert, und ebenfalls periodische Helligkeitsschwankungen aufweist. Eine Spektralanalyse ergibt, daß es sich hierbei oft

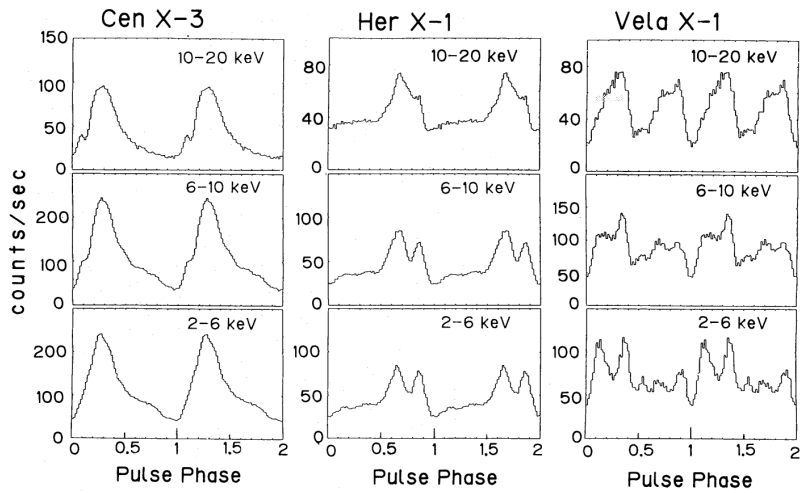


Abb. 2.1: Pulsprofile von drei Röntgenpulsaren bei verschiedenen Energien. Quelle: Nagase (1989)

um relativ massereiche Sterne handelt. Dementsprechend teilt man die Systeme – zusammen mit den nicht pulsierenden Röntgendoppelsternen – nach der Masse des Begleiters grob in HMXRB (*High Mass X-Ray Binaries*) und LMXRB (*Low Mass X-Ray Binaries*) ein. Die Grenze liegt bei grob $6M_{\odot}$. In jeder dieser beiden Klassen sind etwa 150 Systeme bekannt (Liu et al., 2000, 2001). Die meisten der etwa 80 bekannten Röntgenpulsare fallen in die erste Kategorie, nur sechs in die zweite, darunter Her X-1.

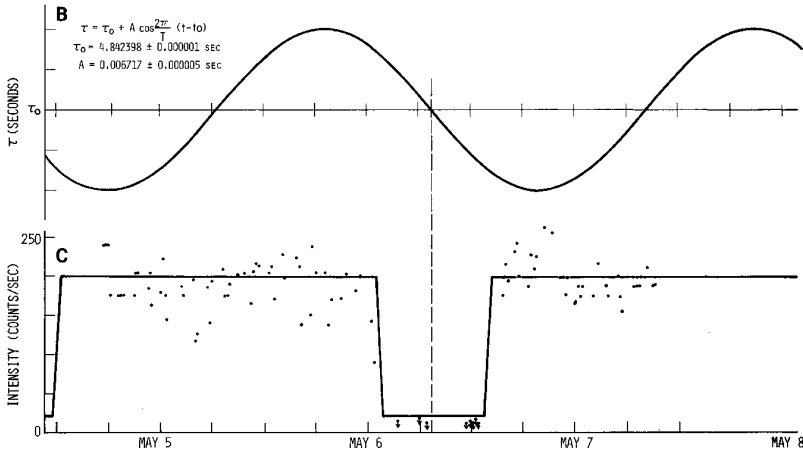


Abb. 2.2: Korrelation der Schwankung der Pulsankunftszeiten in Cen X-3 (oben) mit der Lichtkurve (unten). Das Signal fällt alle 2,1 Tage für etwa 13 Stunden aus, was durch Verschwinden der Quelle hinter dem Begleitstern erklärbar ist. Quelle: Schreier et al. (1972)

Nun ist die Frage nach der Energiequelle noch offen. Hier sind prinzipiell zwei Möglichkeiten denkbar: Elektromagnetische Abstrahlung durch ein starkes rotierendes Magnetfeld (ähnlich dem Emissionsmechanismus der Radiopulsare) oder Akkretion, d.h. Überfließen von Materie vom Begleiter auf das kompakte Objekt. Der erste Mechanismus konnte bald ausgeschlossen werden, da die Rotationsperiode der Objekte deutlich schneller abnehmen müßte, als gemessen wurde (Lamb et al., 1973). Akkretion hingegen überträgt im allgemeinen auch Drehimpuls auf den Neutronenstern, der dessen Rotation entweder beschleunigen oder abbremsen kann; beides wird in der Praxis gemessen. Um die vorhandenen Leuchtkräfte beim Sturz auf eine Neutronensternoberfläche zu erzeugen, ist ein Massenfluß von

etwa 10^{-9} Sonnenmassen pro Jahr notwendig, daher können diese Systeme mehrere hundert Millionen Jahre alt sein.

Was jetzt noch in diesem Modell fehlt, ist eine Komponente, die erklärt, warum die Strahlung gepulst ist. Dies geschieht durch ein ultrastarkes Magnetfeld des Neutronensterns (einige 10^{11} Gauss, das ist etwa das 10^{12} -fache des Erdmagnetfeldes und das 10^6 -fach dessen, was man im Labor für kurze Zeit herstellen kann (Bichenkov und Shvetsov, 1997)), das bewirkt, daß die geladenen Teilchen am inneren Rand der Akkretionsscheibe (dem Alfvénradius) in die Magnetosphäre eindringen und sich dort entlang der Feldlinien bewegen. Von diesen werden sie auf die magnetischen Pole gelenkt, wo sie ihre kinetische Energie beim Aufprall auf die Neutronensternoberfläche freigeben.

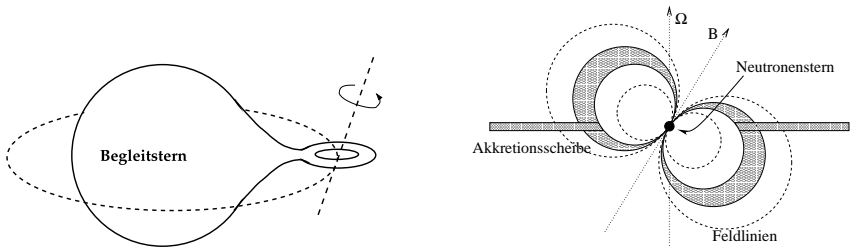


Abb. 2.3: Links: Neutronenstern und Sekundärstern umkreisen sich auf einer engen Umlaufbahn, die überfließende Materie bildet eine Akkretionsscheibe. Rechts: An ihrem inneren Rand beginnt das Magnetfeld, die Bewegung der Teilchen zu dominieren, und das Gas fließt auf die Pole des Neutronensterns.

Eine Skizze dieses Modells ist in Abb. 2.3 abgebildet. Die Akkretion kann dabei auf zweierlei Arten vor sich gehen: Bei LMXRB-Pulsaren ist die Umlaufbahn so eng, daß der innere Lagrangeunkt, an dem sich die Schwerkraft von beiden Partnern genau aufhebt, innerhalb des normalen Sternes liegt. Bei Her X-1 ist der Radius der Umlaufbahn zum Beispiel nur vier Millionen km (Bildsten et al., 1997); im Vergleich dazu beträgt der mittlere Bahnradius des Merkur um die Sonne 60 Millionen km und der Radius der Sonne knapp 700.000 km. Dadurch fließt Materie ab und bildet in diesem Falle eine ausgedehnte Akkretionsscheibe um das kompakte Objekt.

Massive Begleitsterne haben dagegen meistens einen starken Wind, von dem ein Teil akkretiert wird; dabei kann sich ebenfalls eine Akkretionsscheibe ausbilden. Etwa die Hälfte der Röntgenpulsare in HMXRB-Systemen sind transient, d.h. nicht ständig aktiv. Der Grund hierfür dürften stark exzentrische Umlaufbahnen um

den Sekundärstern sein – weit entfernt von Begleiter ist die Dichte des Windes viel geringer, so daß die Akkretionsrate dort stark zurückgeht.

Die Pulsperioden von HMXRB-Pulsaren liegen bis auf wenige Ausnahmen zwischen einer und einigen hundert Sekunden; dagegen sind fünf der sechs LM-XRB-Systeme schneller als zehn Sekunden (Coburn, 2001); der schnellste (SAX J1808.4-3658) dreht sich alle 2,5 Millisekunden um seine Achse. Diese kurzen Perioden haben sich vermutlich durch den aus der Scheibe akkretierten Drehimpuls entwickelt.

Um Röntgenstrahlung im keV-Bereich zu erzeugen, sind Temperaturen von zehn Millionen Kelvin und mehr notwendig; damit eine der Leuchtkraft der Sonne vergleichbare Leistung abgestrahlt werden kann, muß die emittierende Fläche einige Quadratkilometer groß sein (Stefan-Boltzmann Gesetz, $L = A\sigma_P T^4$). Daraus ergibt sich ein Öffnungswinkel der Säule am Pol von einigen Grad.

Die Bestückung der Magnetfeldlinien mit Materie in der Übergangszone bestimmt die Geometrie und Dichteverteilung in der Auftreffregion, dem Hotspot. Leider gibt es hierzu keine detaillierten Berechnungen, nicht zuletzt weil der Strom der geladenen Teilchen in der Akkretionsscheibe selbst auch Magnetfelder erzeugt, die sich dem des Sterns überlagern. Denkbare Hotspotgeometrien sind gefüllte Polkappen, Ringe oder Teile von Ringen (siehe z.B. Basko und Sunyaev (1975)). Die beobachtete Asymmetrie in den meisten Pulsprofilen kann jedoch nur durch eine asymmetrische Materieverteilung oder – wahrscheinlicher – durch ein verzerrtes Dipolfeld erklärt werden, das bewirkt, daß die Emissionsregionen nicht genau gegenüberliegen (Wang und Welter, 1981, Bulik et al., 1995, Kraus et al., 1996, Blum und Kraus, 2000).

Die Abbremsung des Plasmas ist ebenfalls ein ungelöstes Problem: Fest steht, daß die Materie mit etwa halber Lichtgeschwindigkeit auf die ruhende Neutronensternoberfläche trifft; dabei wird sich sicherlich eine Stoßwelle ausbilden. Je nach Akkretionsrate kann die Höhe hiervon größer oder kleiner sein; folgende Szenarien sind denkbar:

- hohe Akkretionsraten: Das Plasma wird durch einen (radiativen oder stoßfreien) Schock abgebremst und sinkt unterhalb der Schockfront relativ langsam zu Boden. Dabei emittiert es aufgrund der hohen Temperatur nach dem Durchgang durch die Schockfront Röntgenstrahlung; wenn der Schock deutlich überhalb der Oberfläche ist, entweicht der Großteil der Strahlung zur Seite (*fan beam*, Abb. 2.4 links).
- geringe Akkretionsraten: Die Abbremsung erfolgt im wesentlichen durch Coulombstöße der einfallenden Teilchen mit den Protonen in der Neutronen-

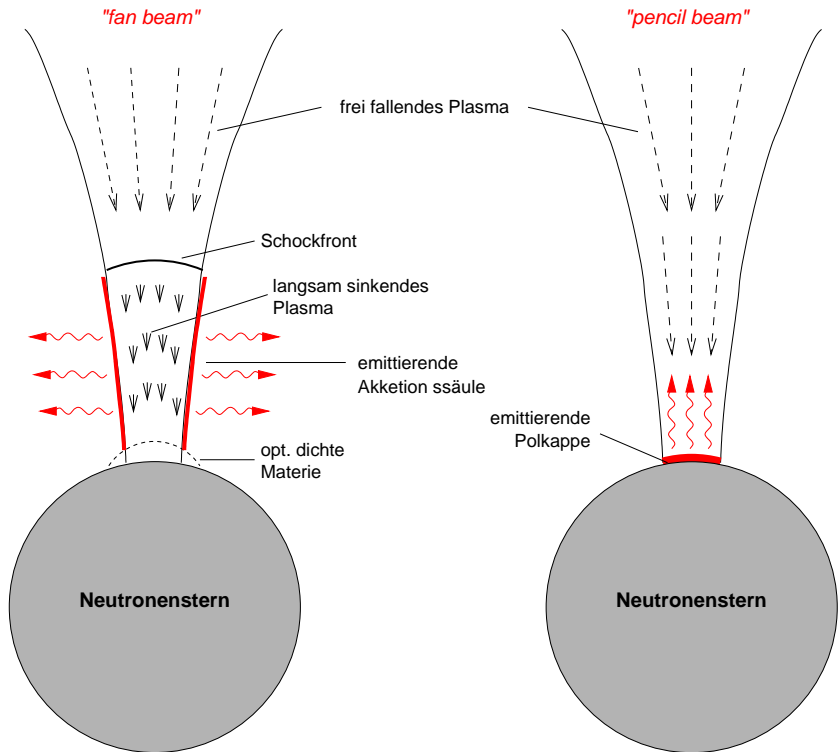


Abb. 2.4: Abbremsung des Plasmas auf der Neutronensternoberfläche. Links: Leuchtstarkes System mit radiativem Schock; rechts: Plasma fällt ungebremst. Bilder aus Kretschmar (1991)

sternoberfläche. Strahlungsdruck spielt keine Rolle. Die Emission der Röntgenstrahlung erfolgt direkt auf der Oberfläche (*pencil beam*, Abb. 2.4 rechts).

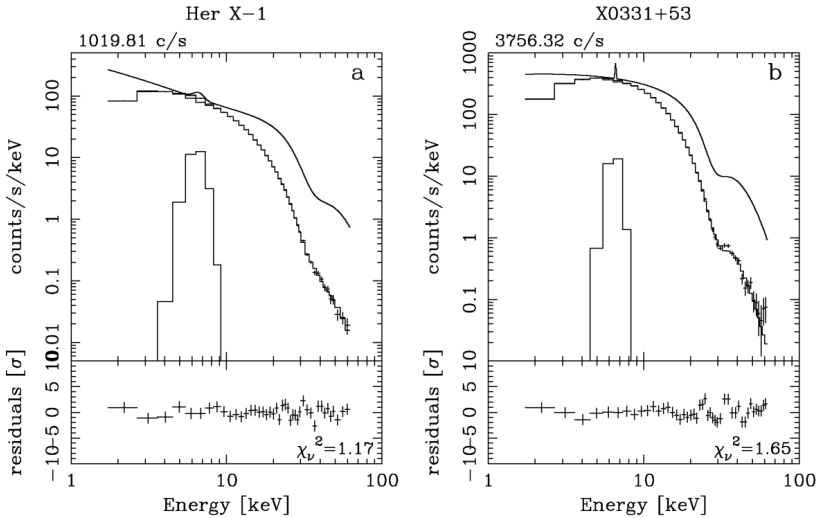


Abb. 2.5: Typische Röntgenpulsarspektren, aus Makishima et al. (1999). Die glatten Kurven sind die Modellspektren, die anderen zwei im oberen Teil die mit der Detektormatrix gefalteten Modellspektren für das Kontinuum und die Eisenemissionslinie. Im unteren Teil sind die Abweichungen von gemessenen Daten und gefaltetem Modell aufgetragen.

Ein typisches über die Pulsphase gemitteltes Spektrum eines Röntgenpulsars ist in Abb. 2.5 gezeigt. Das Kontinuum läßt sich durch ein Potenzgesetz mit einem Photonenindex von etwa -1, dem bei einer Energie um etwa 10-20 keV ein exponentieller Abfall folgt, relativ gut beschreiben; wie es zustandekommt, ist ein weiteres ungelöstes Problem. Wichtig bei der Modellierung sind sicherlich Comptonstreuung sowie Nichtgleichgewichtseffekte im Schock. Bei etwa 6-7 keV sieht man die Emission des Eisen $K\alpha$ -Komplexes, die aus der Akkretionsscheibe herrührt (käme sie von der Oberfläche, so müßte sie aufgrund der gravitativen Rotverschiebung bei einer geringeren Energie liegen).

Der Einbruch bei 20-40 keV wird als Absorption durch die Zyklotronresonanz des Elektronen im Plasma interpretiert, und liefert einen direkten Beweis für das

ultrastarke Magnetfeld: Ohne Berücksichtigung der Rotverschiebung liegt die Resonanz bei $11,6 \cdot B_{12}$ keV. Eine oder mehrere solcher Linien sind in etwa einem Dutzend Röntgenpulsare gefunden worden (Coburn et al., 2001). Sie liegen bis auf eine Ausnahme stets im exponentiell abfallenden Bereich des Spektrums.

Die Höhe des Streuquerschnittes der Zyklotronresonanz verhindert das Zustandekommen des in Abb. 2.4 angedeuteten *fan beams*: Jedes Photon kommt innerhalb der Säule nur so weit, bis seine Energie gleich der lokalen Zyklotronenergie ist, dann wird es gestreut – und zwar aufgrund der hohen Plasmageschwindigkeit bevorzugt nach unten, in Richtung Neutronensternoberfläche. Allerdings treffen nicht alle gestreuten Photonen dort auf; diejenigen, die das nicht tun, werden vom starken Gravitationsfeld des Neutronensternes in die gegenüberliegende Richtung fokussiert, so daß die gestreuten Photonen einen *fan beam* nach unten bilden; betrachtet man ein System aus zwei Kappen, so erhält man eine Abstrahlungscharakteristik, die als eine Überlagerung aus einer *pencil* und einer *fan beam*-Komponente interpretiert werden kann.

Löst man die Spektren zeitlich auf und addiert die Spektren gleicher Pulsphase, so erkennt man, daß die Zyklotronlinie nicht immer bei der gleichen Energie liegt (z.B. Voges et al. (1982), Soong et al. (1990), Clark et al. (1990), Makishima et al. (1999), Coburn et al. (2001), Coburn (2001)). Außerdem ändern sich die Kontinuumsparameter, insbesondere die Energie, wo der Übergang zum exponentiellen Teil des Spektrums beginnt.

Kapitel 3

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die den Simulationen zugrundeliegenden physikalischen Prozesse und Verfahren beschrieben. Der Hauptteil hiervon befaßt sich mit den Eigenschaften von Materie in ultrastarken Magnetfeldern und ihrer Wechselwirkung mit elektromagnetischer Strahlung. Dazu wird zunächst das Verhalten einzelner geladener Teilchen quantenelektrodynamisch beschrieben. Wie auch in den folgenden Abschnitten wurde hier auf systematische Herleitungen und umfangreiche Formeln verzichtet; Hinweise, wo diese in der Literatur zu finden sind, sind natürlich angegeben.

Anschließend wird die Comptonstreuung in starken Magnetfeldern betrachtet und kurz die wichtigsten Eigenschaften des Streuquerschnittes zusammengefaßt. Wesentlich für die Struktur des differentiellen Streuquerschnittes ist die Polarisaton der Röntgenstrahlung, daher erstrecken sich die Betrachtungen zur Strahlungsausbreitung in magnetisiertem Plasma über mehrere Seiten. In Abschnitt 3.2.5 wird schließlich zusammengefaßt, unter welchen Voraussetzungen das in der Simulation verwendete Wechselwirkungsmodell zustande kommt, und explizite Formeln angegeben.

In den verbleibenden Sektionen dieses Kapitels wird die Strahlungstransportgleichung vorgestellt, in die alle vorhergehenden Ergebnisse direkt oder indirekt eingehen, und die Modifikationen von Strahlungsausbreitung und Magnetfeld, die aus dem enormen Gravitationsfeld in der Nähe des Neutronensterns herrühren, beschrieben.

3.1 Elektronen und Photonen in starken Magnetfeldern

Auf geladene Teilchen in einem Magnetfeld wirkt die Lorentzkraft,

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}. \quad (3.1)$$

Diese Kraft ist stets senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor des Teilchens und dem Magnetfeld, und proportional zu deren Beträgen. Der Betrag der Geschwindigkeit ändert sich daher während der Bewegung nicht, wohl aber die Richtung.

Hat \vec{v} keine Komponente in Magnetfeldrichtung, so durchläuft das Teilchen eine Kreisbahn in einer Ebene senkrecht zum Magnetfeld; der Radius ist p/qB mit dem Teilchenimpuls $p = mv$. Die Zyklotronfrequenz ist

$$\omega_c = \frac{qB}{m} \quad (3.2)$$

Eine zusätzlich vorhandene Geschwindigkeitskomponente in Feldrichtung wird von der Lorentzkraft nicht beeinflusst, und der Kreisbewegung wird eine konstante Geschwindigkeit senkrecht dazu überlagert, was zu einer schraubenlinienförmigen Bahn führt.

Je stärker das Magnetfeld wird, umso kleiner wird der Radius. Sobald dessen Größe mit der de-Broglie-Wellenlänge \hbar/p des Elektrons vergleichbar wird, ist die klassische Beschreibung nicht mehr zutreffend. In einer nichtrelativistischen quantenmechanischen Rechnung ergeben sich diskrete Energieniveaus für Elektronen im Abstand von $E_n = \hbar\omega_c = \hbar eB/m_e$.

Ist zudem die Magnetfeldstärke B in der Größenordnung von

$$B_{\text{crit}} = \frac{m_e^2 c^2}{e\hbar} \approx 4,4 \cdot 10^9 \text{T}, \quad (3.3)$$

so werden auch relativistische Effekte wichtig. Eine Konsequenz hiervon ist, daß die höheren Energieniveaus näher zusammenrücken.

In den folgenden Abschnitten wird die entsprechende quantenelektrodynamische Rechnung grob skizziert und die relevanten Ergebnisse angegeben; eine genaue Herleitung würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Eine Ausarbeitung der Quantenelektrodynamik in starken Magnetfeldern ist z.B. in der Artikelserie von Melrose und Parle (Melrose und Parle, 1983a, Melrose, 1983, Melrose und Parle, 1983b, Parle, 1987) zu finden; eine kurze Zusammenfassung wird in Mészáros (1992) gegeben.

3.1.1 Dirac-Landau-Gleichung

Das Spin- $\frac{1}{2}$ -Feld eines Elektrons in einem homogenen Magnetfeld wird durch die Dirac-Landau-Gleichung beschrieben:

$$(i\hbar\partial/\partial t - \mathbf{H}(\vec{x}))\Psi(\vec{x}, t) = 0 \quad (3.4)$$

mit dem Hamiltonoperator

$$\mathbf{H}(\vec{x}) = \vec{\alpha}(\vec{p} + e\vec{A}(\vec{x})) + \beta m_e; \quad (3.5)$$

$A(\vec{x})$ beschreibt das Vektorpotential des Magnetfeldes. Außerdem gilt

$$\alpha_i = \rho_x \sigma_i, \quad \beta = \rho_z. \quad (3.6)$$

σ_i sind die Paulimatrizen,

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

während ρ_i den Paulimatrizen entsprechende Formen sind, in denen 0 und 1 für die 2×2 -Null- und Einheitsmatrix stehen.

Die obige Gleichung kann auf eine dem harmonischen Oszillator analoge Form gebracht werden (Johnson und Lippman, 1949, Melrose und Parle, 1983a). Die so erhaltenen Elektronenzustände hängen von zwei Quantenzahlen $n \geq 0$ und $l \geq 0$ ab; ihre Energien ergeben sich zu

$$E_{n,l}^2 = 2nm_e^2c^4(B/B_{\text{crit}}) + m_e^2c^4 + p_z^2c^2, \quad (3.8)$$

was im Grenzfall $p_z = 0$ und $2n(B/B_{\text{crit}}) \ll 1$ wieder auf die im vorigen Abschnitt angegebenen äquidistanten Energiezustände führt. p_z ist hierbei der Impuls parallel zum Magnetfeld. Die physikalischen sinnvollen Lösungen sind diejenigen mit

$$2n \pm 1 = 2l + 1. \quad (3.9)$$

Daher sind alle Niveaus mit Ausnahme des Grundzustandes $n = 0$ zweifach entartet. Diese Entartung kann man durch Einführung eines geeigneten (d.h. mit \mathbf{H} kommutierenden) Spinoperators aufheben und damit die Wellenfunktionen komplett festlegen: Gl. (3.9) kann man zunächst schreiben als

$$n = l + \frac{1}{2}(s + 1), \quad (3.10)$$

mit dem Eigenwert $s = \pm 1$ des Spinoperators. Die Definition eines solchen Operators ist allerdings nicht eindeutig, und so wurden in der Literatur verschiedene mit verschiedenen Eigenschaften verwendet. Der von Johnson und Lippman (1949) angegebene,

$$s_z = \rho_z \sigma_z (\mathbf{H} + m) + \mathbf{p}_z \rho_x (1 + \rho_z), \quad (3.11)$$

ergibt zwar die kürzesten Ausdrücke für die Wellenfunktionen, und wurde wohl deshalb in der Literatur viel verwendet, er hat jedoch nur für nichtrelativistische Elektronen eine physikalische Bedeutung: In diesem Grenzfall gilt $s_z \approx 2m\beta\sigma_z$. Für Positronen hat er keine interpretierbare Bedeutung, und auch die Wellenfunktionen besitzen keine einfache Symmetrie zwischen Elektronen- und Positronenzuständen. Von dessen Gebrauch ist daher abzuraten, da er vorhandene Symmetrien verschleiert, und zu schwer interpretierbaren und teilweise falschen Ergebnissen führt (Herold et al., 1982, Graziani, 1993).

Einen anderen Satz Wellenfunktionen liefert der Operator $\vec{\sigma}(\vec{p} + e\vec{A})$ mit den Eigenwerten $h_q = \sqrt{p_z^2 + p_n^2}$, der als Helizitätsoperator aufgefaßt werden kann (Sokolov und Ternov, 1968, Herold, 1979).

Ein dritter Operator, der zudem noch den Vorteil hat, mit Korrekturen zum Hamiltonoperator zu kommutieren, die durch die Kopplung des Elektrons an ein Strahlungsfeld auftreten und eine Aufspaltung der bisher entarteten Energieniveaus bewirken, ist

$$\vec{\mu} = m\vec{\sigma} + \rho_y \vec{\sigma} \times (\vec{p} + e\vec{A}(\vec{x})) \quad (3.12)$$

(Sokolov und Ternov, 1968, Herold et al., 1982).

Die Wahl der Basiszustände wird z.B. wichtig, wenn man versucht, die in der Compton-Streuamplitude auftretenden Resonanznenner durch Einführung von Linienbreiten endlich zu machen (Graziani, 1993). Diese Linienbreiten lassen sich durch Selbstenergiekorrekturen im Elektronenpropagator quantenelektrodynamisch begründen, sind jedoch schon auch schon vorher verwendet worden (Bussard et al., 1986, Harding und Daugherty, 1991).

3.1.2 Comptonstreuung im starken Magnetfeld

Der in Akkretionssäulen von Röntgenpulsaren mit Abstand wichtigste Prozess ist Streuung von Photonen an Elektronen (Abb. 3.1). Nach der Streuung kann das Elektron in einem angeregten Zustand sein, der jedoch extrem kurzlebig ist, z.B. beim ersten angeregten Zustand (Mészáros, 1992, S. 214):



Abb. 3.1: Feynmandiagramme zur Compton-Streuung. Links: direkter Prozeß; rechts: Austauschdiagramm

$$t_d = \frac{3}{4} \frac{m_e c^2}{\alpha_F \hbar \omega_c^2} = 2,6 \cdot 10^{-16} B_8^{-2} \text{ s} \quad (3.13)$$

(B_8 ist die Magnetfeldstärke in 10^8 T). Dieser zerfällt wiederum unter Emission eines Photons; auf diese Weise kann ein Photon oberhalb der Zyklotronenergie in mehrere mit niedrigerer Energie als der ursprünglichen zerfallen. Da der Abstand der Energieniveaus bei Magnetfeldstärken von einigen 10^8 Tesla bei mehreren 10 keV liegt, kann man in guter Näherung annehmen, daß sich die Elektronen bei den hier betrachteten Temperaturen und Leuchtkräften alle im Grundzustand $n = 0$ befinden.

Der Streuquerschnitt weist extrem hohe und schmale Resonanzen auf; eine nichtrelativistische Rechnung ($\hbar\omega_c, \hbar\omega \ll m_e c^2$) ergibt, daß diese bei den ganzzahligen Vielfachen von $m_e c^2 (B/B_{\text{crit}}) = \hbar e B / m_e$ liegen. Im relativistischen Fall spielen zusätzlich der Impulsübertrag auf das Elektron und die veränderten Erhaltungssätze eine Rolle; man erhält

$$E_n = m_e c^2 \frac{\sqrt{1 + 2n(B/B_{\text{crit}}) \sin^2 \vartheta} - 1}{\sin^2 \vartheta}, \quad (3.14)$$

so daß die Abstände zwischen den verschiedenen Landauniveaus mit steigender Energie kleiner werden. ϑ ist hierbei der Winkel zwischen der Ausbreitungsrichtung des Photons und dem Magnetfeld.

Der Streuquerschnitt für Comptonstreuung von Photonen an Elektronen im starken Magnetfeld wurde von einer ganzen Reihe Autoren bearbeitet. Die erste quantenelektrodynamische Berechnung für beliebige Winkel zwischen Magnetfeld und

Photonenimpuls ist von Herold (1979), wo Elektronen betrachtet werden, die vor und nach der Streuung im Grundzustand sind. Vernachlässigt man bei der Summierung über die virtuellen Zwischenzustände alle Terme mit $n > 1$, und bildet man den nichtrelativistischen Grenzwert, so erhält man die folgende Streuamplitude:

$$a_{ss'} = r_0 \left[\frac{\omega}{\omega + \omega_c} e_{s+} e_{s'+}^* + \frac{\omega}{\omega - \omega_c} e_{s-} e_{s'-}^* + e_{sz} e_{s'z}^* \right] \quad (3.15)$$

r_0 ist der klassische Elektronenradius, $e_{s\pm,z}$ sind die Komponenten des Polarisationsvektors des Photons \vec{e}_s vor der Streuung in mitrotierenden Koordinaten ($e_{\pm} = (e_x \pm ie_y)/\sqrt{2}$). $\vec{e}_{s'}$ beschreibt die Polarisation des Photons nach der Streuung. Ausdrücke für die erlaubten Polarisierungen werden im nächsten Abschnitt angegeben. Mittelung über den Azimutwinkel (Kraus, 1992) ergibt

$$\begin{aligned} \sigma_{ss'} = r_0^2 & \left[\left(\frac{\omega}{\omega + \omega_c} \right)^2 |e_{s+}|^2 |e_{s'+}^*|^2 + \left(\frac{\omega}{\omega - \omega_c} \right)^2 |e_{s-}|^2 |e_{s'-}^*|^2 \right. \\ & \left. + |e_{sz}|^2 |e_{s'z}^*|^2 \right] \quad (3.16) \end{aligned}$$

Dieser differentielle Streuquerschnitt stimmt mit dem aus der klassischen Rechnung von Ventura (1979) überein, und ist die Basis für den in dieser Arbeit verwendeten. Zusätzlich wird in den Resonanznenner noch eine Zerfallsbreite eingeführt,

$$\Gamma = \frac{2}{3} \frac{r_0}{c} \omega \omega_c. \quad (3.17)$$

Daugherty und Harding (1986) und Bussard et al. (1986) verallgemeinerten dies auf angeregte Endzustände. Allerdings wurden hier noch immer die auf Johnson und Lippman (1949) zurückgehenden Spinzustände verwendet, so daß nur über diese Zustände gemittelten Streuamplituden und -querschnitte verwendbar sind. Sina (1996) hat in seiner Dissertation die wichtigsten Elementarprozesse mit den richtigen Elektronenzuständen neu berechnet, darunter Comptonstreuung sowie Zyklotronemission und -absorption. Der Verlauf dieses totalen Streuquerschnittes für $B = 0,1 B_{\text{crit}}$ für Elektronen, die vor und nach der Streuung im Grundzustand sind, ist in Abb. 3.2 (links) abgebildet. Aus Performancegründen wurde in den Simulationen allerdings nur ein wesentlich einfacherer Streuquerschnitt verwendet, der weder den Energieübertrag auf das Elektron, noch höhere Resonanzen berücksichtigt (Abb. 3.2 rechts).

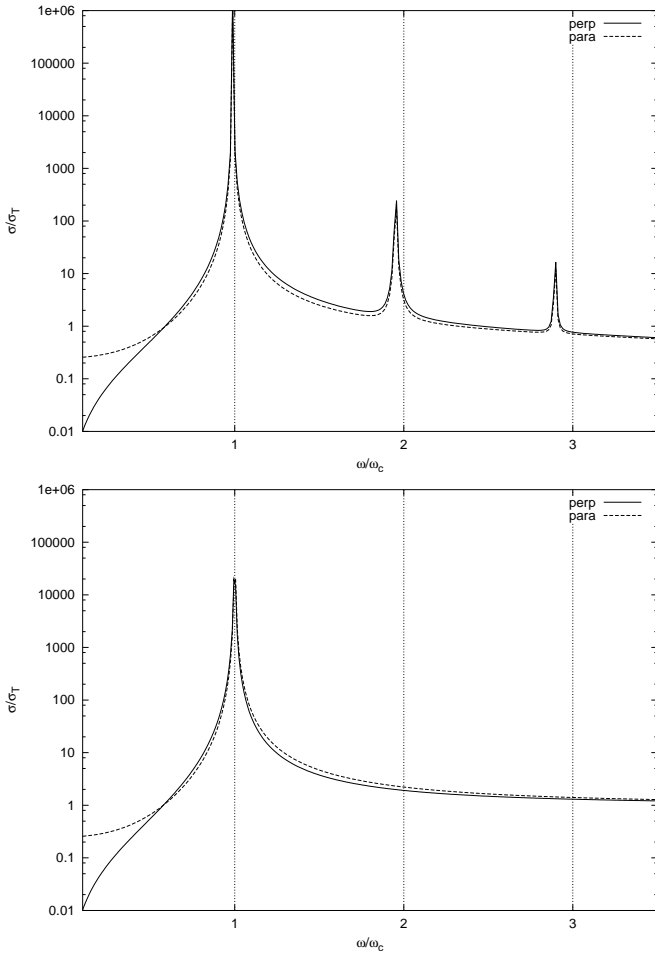


Abb. 3.2: Comptonstreuung im starken Magnetfeld: $B = 0,1B_{\text{crit}}$, $\vartheta = 30^\circ$. Oben: Mit dem Code von R. Sina berechneter relativistischer totaler Streuquerschnitt für die zwei Vakuumpolarisationsmoden; unten: Verwendeter nichtrelativistischer Streuquerschnitt (Vakuum plus Plasma).

Eine vereinfachte Version des Streuquerschnittes, die die relativistische Verschiebung der Resonanzenergie zu niedrigeren Werten hin mit berücksichtigt, wurde von Kaiser (1995) berechnet, konnte aber aus Zeitgründen nicht mehr in die Simulationen mit aufgenommen werden.

3.2 Plasmaeffekte

Die Polarisation des wechselwirkenden Photons geht in die Comptonstreuquerschnitte 3.16 ein; daher ist es wichtig zu wissen, wie sich Röntgenstrahlung in magnetisiertem Plasma ausbreitet. Auch dies ist ein sehr kompliziertes Problem, für dessen ausführliche Diskussion hier nur auf die Literatur verwiesen werden kann (z.B. Ginzburg (1970), Maile (1986), Mészáros (1992), und Referenzen im letzteren). Die Grundideen des Vorgehens sollen im folgenden jedoch erläutert werden. Dabei ist die Darstellung stark an Mészáros (1992) orientiert.

Magnetisiertes Plasma ist ein anisotropes Medium, da sich die Elektronen darin nicht mehr frei bewegen können, sondern an die Magnetfeldlinien gebunden sind; ihr Impuls ist wie oben gesehen in den Richtungen senkrecht zu \vec{B} quantisiert. Dies hat zur Folge, daß der Dielektrizitätstensor anisotrop wird und es so nur noch zwei diskrete Polarisationseigenvektoren gibt, mit denen sich eine elektromagnetische Welle ausbreiten kann. Ist die Phasenverschiebung zwischen diesen Moden entlang einer freien Weglänge groß oder stehen deren Polarisationsvektoren senkrecht aufeinander, so propagieren diese praktisch unabhängig voneinander (Normalmodenapproximation, Gnedin und Pavlov (1974)). Dies ist für nicht allzu große Plasmadichten erfüllt.

Über das optische Theorem kann aus den komplexen Brechungsindizes für die beiden Polarisationsmoden der jeweilige totale Streuquerschnitt berechnet werden.

Korrekturen zu den Normalmoden ergeben sich durch Berücksichtigung quantenmechanischer, quantenelektrodynamischer, relativistischer und thermischer Effekte. Deren Auswirkungen werden weiter unten beschrieben. Zum Abschluß des Kapitels wird der in den Simulationen verwendete Streuquerschnitt explizit angegeben.

3.2.1 Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Plasma

Die Maxwellgleichungen für ein Medium ohne äußere Ströme und Ladungen sind

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{\text{ext}} = 0 \quad (3.18)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.19)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.20)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j_{\text{ext}} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.21)$$

(in cgs-Einheiten). Hierbei sind $\vec{B} = \boldsymbol{\mu} \vec{H} = \vec{H} + 4\pi \vec{M}$ und $\vec{D} = \boldsymbol{\epsilon} \vec{E} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}$, mit dem magnetischen Permeabilitätstensor $\boldsymbol{\mu}$ und dem Dielektrizitätstensor $\boldsymbol{\epsilon}$; \vec{P} und \vec{M} sind die Polarisierung bzw. Magnetisierung des Mediums (Jackson, 1982).

Die Magnetisierung \vec{M} kann in Plasma zunächst vernachlässigt werden, daher ist im folgenden $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{1}$; somit sind alle Plasmaeigenschaften im elektrischen Suszeptibilitätstensor enthalten. Dies ändert sich allerdings, wenn die Auswirkungen der Vakuumpolarisation mitberücksichtigt werden.

3.2.2 Ausbreitung in magnetisiertem Plasma

Um Wellenlösungen der obigen Gleichungen zu untersuchen, wird zunächst eine ebene Welle als Lösungsansatz eingesetzt:

$$\vec{D}(\vec{x}, t) = D(\omega, \vec{k}) \hat{e} e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}, \quad (3.22)$$

und analog für \vec{E} , \vec{H} und \vec{B} . \hat{e} ist ein Einheitsvektor, der den Polarisationsfreiheitsgrad der Welle beschreibt. Führt man die Differentiationen in den Maxwellgleichungen (3.18) - (3.21) aus, erkennt man, daß dieser Ansatz zu folgenden Ersetzungen in den Gleichungen führt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega \quad (3.23)$$

$$\vec{\nabla} \rightarrow i\vec{k} \quad (3.24)$$

Dieses Vorgehen, d.h. die Zerlegung der Felder in ebene Wellen, entspricht mathematisch einer Fouriertransformation. Im folgenden werden mit \vec{D} usw. die entsprechenden, fouriertransformierten Größen $D(\omega, \vec{k}) \hat{e}$ bezeichnet.

Um eine Wellengleichung zu erhalten, nimmt man die transformierten Versionen der beiden Rotationsgleichungen (3.19) und (3.21) und eliminiert die Magnetfeldstärke, indem man von der ersten das Vektorprodukt mit \vec{k} bildet, die zweite mit ω multipliziert, und $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{1}$ ausnutzt. Das führt zunächst auf

$$[\vec{k} \times \vec{k} \times \vec{E}] \frac{\omega^2}{c^2} \vec{D} = 0 \quad (3.25)$$

Anschließend ersetzt man \vec{D} durch $\epsilon \vec{E}$ und formt den linken Term etwas um ($(\vec{k} \times \vec{k} \times \vec{E} = k^2 \mathbf{1} \vec{E} - (\vec{k} \otimes \vec{k}) \vec{E})$), und erhält schließlich für die Komponenten von \vec{E} :

$$\left(k^2 \delta_{ij} - k_i k_j + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij} \right) E_j = 0 \quad (3.26)$$

Dies ist eine Eigenwertgleichung für den Operator $(k_i k_j - (\omega/c)^2 \epsilon_{ij})/k^2$; die Strahlungsausbreitung ist nur noch für diskrete Polarisationsvektoren möglich. Von den drei möglichen Lösungen sind zwei propagierende Wellen, die dritte ist eine elektrostatische, longitudinale Oszillation und wird hier nicht weiter berücksichtigt.

Für einen isotropen Dielektrizitätstensor $\epsilon_{ij} = \epsilon \delta_{ij}$ erhält man wieder Lösungen für alle möglichen Polarisierungen senkrecht zu \vec{k} :

$$\left(k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \right) \vec{E} = k_i k_j E_j = 0 \quad (3.27)$$

Hierbei wurde im letzten Schritt Gl. (3.18) verwendet.

3.2.2.1 Komplexer Brechungsindex und optisches Theorem

In Gl. (3.26) kann man nun entweder \vec{k} oder ω als komplexe Größe auffassen; dies führt in jedem Fall zu einem komplexen Brechungsindex,

$$N = c \frac{k}{\omega} = n + i\kappa, \quad (3.28)$$

wobei n der gewöhnliche, reelle Brechungsindex und κ der Extinktionskoeffizient ist. Die Wellengleichung läßt sich hiermit umschreiben in

$$\left(N^2 (\mathbf{1} - \hat{k} \otimes \hat{k}) - \epsilon \right) \cdot \hat{e} = 0 \quad (3.29)$$

mit dem Polarisierungseinheitsvektor \hat{e} .

In Akkretionssäulen nicht zu starker Röntgenpulsare ist das Plasma so dünn, daß frei-frei-Absorption vernachlässigt werden kann (Mészáros, 1992, S. 154f), so daß man über das optische Theorem den totalen Streuquerschnitt erhält:

$$\sigma = \frac{2\omega}{cn_e} \text{Im} N \quad (3.30)$$

Weiterhin gibt es einen Zusammenhang zwischen der Vorwärtsstreuamplitude (d.h. die Richtung des gestreuten Photons ist gleich der der einfallenden; die Polarisation kann sich allerdings ändern!) und dem totalen Streuquerschnitt. Diesen Zusammenhang kann man ausnutzen, um sich die Integration des differentiellen Streuquerschnittes zu ersparen, wenn man den Brechungsindex nicht kennt:

$$\kappa = \sigma n_e = 4\pi \frac{c}{\omega} \text{Im} f(\omega, \vartheta) \quad (3.31)$$

ϑ bezeichnet Winkel zwischen \vec{k} und \vec{B} .

3.2.2.2 Dielektrizitätstensor für kaltes Plasma

Für ein kaltes Elektronenplasma (d.h. der Impuls der Elektronen parallel zum Magnetfeld ist vernachlässigbar) kann man den Dielektrizitätstensor relativ leicht herleiten, indem man die Bewegungsgleichung für die Elektronen im Feld der Welle löst und in die Gleichung

$$\vec{j} = n_e \vec{v} = \frac{i\omega}{4\pi} (\vec{D} - \vec{E}) \quad (3.32)$$

einsetzt, und aus der so erhaltenen Beziehung zwischen \vec{D} und \vec{E} den Tensor bestimmt ((Mészáros, 1992, S. 65ff)). Das Ergebnis ist (ohne Strahlungsdämpfung) in einem Koordinatensystem, in dem das Magnetfeld parallel zur z -Achse ist:

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 1 - \frac{v}{1-u} & \frac{-ivu^{1/2}}{1-u} & 0 \\ \frac{ivu^{1/2}}{1-u} & 1 - \frac{v}{1-u} & 0 \\ 0 & 0 & 1-v \end{pmatrix} = \mathbf{1} + 4\pi\alpha^{(\mathbf{p1})} \quad (3.33)$$

mit $v = (\omega_c/\omega)^2$, $u = (\omega_p/\omega)^2$. $\omega_p = (4\pi n_e e^2/m_e)^{1/2}$ ist die Plasmafrequenz, d.h. die Frequenz, mit der die Elektronen um die Ruhelage der positiven Ionen schwingen. Für eine Plasmadichte von $n_e = 10^{21} \text{cm}^{-3}$ liegt $\hbar\omega_p$ bei etwa einem Elektronenvolt.

Dieser Tensor beschreibt das Plasma für nichtrelativistische Photonen ($\hbar\omega \ll m_e c^2$), nichtrelativistische Temperaturen ($kT \ll m_e c^2$) und abseits der Zyklotronresonanzen ($|\omega - n\omega_c| \gg \omega \sqrt{kT/m_e c^2} |\cos \vartheta|$).

3.2.2.3 Polarisationsmoden für kaltes Plasma

Die sich im Grenzfall $\omega \gg \omega_p$ ergebenden Polarisationsvektoren sind elliptisch polarisiert, wobei die Exzentrizität vom Ausbreitungswinkel der Welle zum Magnetfeld abhängt (Abb. 3.3): Für $\vartheta = 0^\circ$ und $\vartheta = 180^\circ$ ist sie zirkular polarisiert

(mit entgegengesetztem Umlaufsinn in beiden Fällen), für $\vartheta = 90^\circ$ linear (Ventura, 1979).

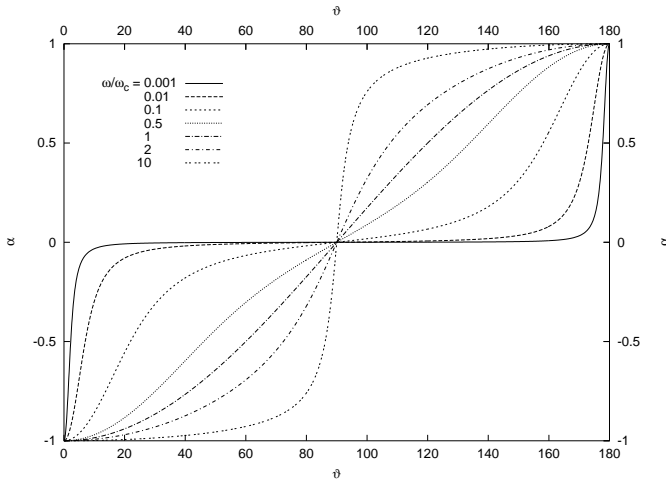


Abb. 3.3: Elliptizitätsparameter der Polarisationsmoden bei der Ausbreitung in kaltem Plasma. 0: zirkular polarisiert; 1: linear polarisiert. Nach Ventura (1979), Abb. 1

Bei Ausbreitung in der ordentlichen Mode schwingt der \vec{E} -Vektor für $\vartheta = 90^\circ$ parallel zum Magnetfeld; da sich das Elektron in dieser Richtung frei bewegen kann, ist kein resonantes Verhalten des Streukoeffizienten zu sehen. Ganz anders für die außerordentliche Mode: Hier divergiert der Nenner des Imaginärteils des entsprechenden Brechungsindex, und es gibt eine Resonanz bei der Zyklotronfrequenz.

Für $\vartheta = 0^\circ$, also Ausbreitung parallel zum Magnetfeld, wird ebenfalls nur die außerordentliche Mode resonant. Dies ist diejenige, bei der \vec{E} im gleichen Umlaufsinn wie die Gyrationbewegung des Elektrons rotiert.

Die Welle hat im allgemeinen eine longitudinale Komponente, d.h. \vec{E} ist nicht senkrecht auf \vec{k} . Diese wird maximal für Ausbreitungsrichtungen senkrecht zum Magnetfeld.

3.2.3 Korrekturen

Im oben angegebenen Polarisationsensor fehlt der Beitrag des quantenelektrodynamischen Vakuums, der selbst den leeren Raum zu einem anisotropen Medium werden läßt, sowie relativistische Korrekturen. Auch sind die sich aus der quantenmechanischen Behandlung ergebenden höheren Resonanzen bei den ganzzahligen Vielfachen der Zyklotronfrequenz nicht enthalten. Schließlich wurde auch die thermische Bewegung der Elektronen parallel zum Feld vernachlässigt.

In den folgenden Abschnitten wird kurz angerissen, wie sich einzelne Korrekturen auf das Gesamtbild auswirken; eine ausführliche Diskussion ist in Mészáros (1992) und den darin enthaltenen Referenzen zu finden.

3.2.3.1 Quantenmechanische Korrekturen

Die obige Berechnung von \vec{j} kann man auch quantenmechanisch durchführen. Dazu bestimmt man zunächst die Basiszustände von Elektronen im Magnetfeld mit der Schrödingergleichung, und führt anschließend eine Störungsrechnung durch, wobei man nur Terme berücksichtigt, in die die Wellenamplitude höchstens linear eingeht.

Aus den so erhaltenen Zuständen läßt sich der quantenmechanische Strom *eines Teilchens* berechnen:

$$\vec{j} = -\frac{e}{2m_e} \left(\Psi^* \vec{P} \Psi + \Psi \vec{P} \Psi^* \right) \quad (3.34)$$

mit dem verallgemeinerten Impulsoperator $\vec{P} = \vec{p} + (e/c)\vec{A}_B + (e/c)\vec{A}_w$; die Beiträge des Magnetfeldes und der durch das Vektorpotential \vec{A}_0 beschriebenen Welle sind

$$\vec{A}_B = \frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{B} \quad (3.35)$$

$$\vec{A}_w = A_0 e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)} + \text{kompl. conj.} \quad (3.36)$$

Zur Berechnung des Dielektrizitätstensors wird über eine Verteilung f_α gemittelt, die auf die Elektronendichte n_e normiert ist. α steht hierbei für die den Zustand eines Elektrons charakterisierenden Quantenzahlen (n, l, s, p_z) .

Für kaltes Plasma ($p_z = 0, n = 0, \text{etc.}$) führt das klassische Limit ($k \rightarrow 0$) wieder auf den oben angegebenen Dielektrizitätstensor (3.33). Wenn k endlich bleibt, so ist der maßgebliche Unterschied zum vorherigen Fall das Auftreten höherer Resonanzen bei den ganzzahligen Vielfachen von ω_c .

3.2.3.2 Vakuumpolarisation

Ein weiterer, ganz wesentlicher Beitrag zum Polarisations tensor entsteht durch das quantenelektrodynamische Vakuum: In Magnetfeldern, die in der Größenordnung von B_{crit} liegen, sind nichtlineare quantenelektrodynamische Effekte (Vakuumpolarisation, Photonensplitting; s. Abb. 3.4) möglich, da das Magnetfeld selbst Impuls aufnehmen und abgeben kann (Mészáros, 1992, S. 85). Dies bewirkt einen zusätzlichen Beitrag im Dielektrizitätstensor (3.33), der in einem Koordinatensystem mit $B \parallel e_z$ folgende Form annimmt:



Abb. 3.4: Feynmandiagramme zu Vakuumprozessen im starken Magnetfeld. Links: Vakuumpolarisation; rechts: Photonensplitting

$$\epsilon = \mathbf{1} + 4\pi\alpha^{(\text{pl})} + 4\pi\alpha^{(\text{vak})} \quad (3.37)$$

mit

$$4\pi\alpha^{(\text{vak})} = (-2\delta)\mathbf{1} + 7\delta\hat{B} \otimes \hat{B} = \begin{pmatrix} -2\delta & 0 & 0 \\ 0 & -2\delta & 0 \\ 0 & 0 & 5\delta \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

(Adler, 1971, Mészáros und Ventura, 1979), mit

$$\delta = \frac{\alpha}{45\pi} \left(\frac{\hbar\omega_c}{m_e c^2} \right)^2 \approx 5,16 \cdot 10^{-5} \left(\frac{B}{B_{\text{crit}}} \right)^2. \quad (3.39)$$

Auch der magnetische Suszeptibilitätstensor ist nicht mehr diagonal:

$$\boldsymbol{\mu}^{-1}(\text{vak}) = (1 - 2\delta)\mathbf{1} - 4\delta\hat{B} \otimes \hat{B} = \begin{pmatrix} 1 - 2\delta & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 - 6\delta \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

Dies führt zu einer entsprechend modifizierten Wellengleichung (Pavlov und Shibano, 1979).

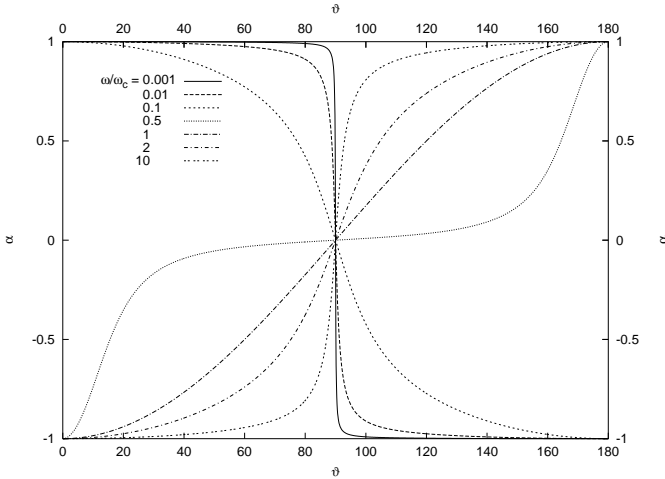


Abb. 3.5: Elliptizitätsparameter der Polarisationsmoden bei der Ausbreitung in kaltem Plasma incl. Vakuumbeitrag. $\omega/\omega_P = 10^{-3}$, $\delta = 10^{-7}$

Für geringe Plasmadichten kann der Beitrag des Vakuums vergleichbar mit dem des Plasmas sein, oder ihn sogar – abseits der Resonanzen – dominieren. In diesem Fall sind die Ausbreitungsmoden linear polarisiert, die eine Mode \hat{e}_1 ist senkrecht zu \vec{B} , \hat{e}_2 – bis auf Korrekturen der Ordnung δ – orthogonal auf \vec{k} und \hat{e}_1 (Adler, 1971).

$$\hat{e}_1 = \hat{k} \times \hat{B} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} \hat{e}_2 &= \hat{k} \times \hat{e}_1 \\ &= \hat{k} \times (\hat{k} \times \hat{B}) \end{aligned} \quad (3.42)$$

Im Vergleich zum plasmadominierten System ist in einem System, das Plasma- und Vakuumbeiträge berücksichtigt, die Elliptizität die Moden geringer, und die beiden Polarisationsvektoren nicht mehr unbedingt orthogonal; bei den üblicherweise verwendeten Dichten sind sie bis auf einen kleinen Bereich von Ausbreitungsrichtungen von etwa 20° um die Magnetfeldachse herum praktisch linear. Die relative Stärke der Beiträge hängt jedoch auch von der Energie ab – für niederfrequente Wellen ($\omega < 0,1 \text{ keV} (n_e/10^{21} \text{ cm}^{-3})^{1/2} (B/B_{\text{crit}})^{-1}$) sowie im Bereich der Zyklotronresonanzen dominiert die Plasmakomponente.

3.2.4 Endliche Temperaturen

Eine Mittelung über eine Verteilung von Elektronenzuständen (z.B. eine eindimensionale Maxwellverteilung) führt auf einen Tensor, dessen Komponenten die Plasmadispersionsfunktion $W(z)$ enthalten (Fried und Conte, 1961, Kirk, 1980, Mészáros, 1992), mit

$$W(z) = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{e^{-x^2}}{(x-z)} \quad (3.43)$$

Eine solche Behandlung hat nur in der unmittelbaren Umgebung von etwa ein bis zwei Dopplerbreiten um die Resonanzen Konsequenzen, mit

$$\omega_{\text{Doppler}} = \sqrt{\frac{kT_e}{m_e c^2}} |\cos \vartheta| \omega_c \approx 0,04 T_7^{1/2} |\cos \vartheta| \omega_c \quad (3.44)$$

Die Normalmoden sind in heißem Plasma auch ohne den Effekt der Vakuum-polarisation nicht mehr orthogonal (Mészáros, 1992, S. 146); außerdem wird auch die ordentliche Mode für die meisten Winkel resonant.

Mit den in den Simulationen weiter unten verwendeten Parametern für leucht-schwache Systeme ergeben sich Hotspottemperaturen von deutlich unter 10^8 K ; da kein thermisches Gleichgewicht besteht, ist das Plasma in der Akkretionssäule deutlich kälter. Deshalb ist das Energieband, in dem Modifikationen zu erwarten sind, sehr klein, und es wird stets mit $T_e = 0$ gerechnet.

3.2.4.1 Relativistische Effekte

Eine relativistische Behandlung wird notwendig, wenn die Temperatur, die Zyklotronfrequenz oder die Photonenenergie höher ist als etwa 5-10% der Elektronenruheenergie, also etwa 25 – 50 keV oder $3 - 5 \cdot 10^8$ Kelvin. Die Berechnungen erfordern dann die Methoden der Quantenelektrodynamik (S-Matrix). Eine ausführliche Besprechung dieser Effekte würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, daher sei

auf die Literatur verwiesen, z.B. Mészáros (1992), Herold et al. (1981), Pavlov et al. (1980); das wesentliche Ergebnis ist eine veränderte Lage der Resonanzen bei hohen Energien.

3.2.5 Das verwendete Wechselwirkungsmodell

Die Berechnungen in dieser Arbeit wurden mit den in Kraus (1992) angegebenen Formeln durchgeführt. Das dortige Modell basiert auf den von Rebetzky et al. (1988) verwendeten Tensoren, im Grenzfall für kaltes Plasma. Vakuumpolarisation und quantenmechanische Korrekturen erster Ordnung sind enthalten.

Der verwendete Dielektrizitätstensor 3.37 setzt sich zusammen aus einem Beitrag des Plasmas und einen des magnetisierten Vakuums. Der letztere ist der in Gl. (3.38) angegebene (der entsprechende Tensor in Kraus (1992, S. 24) ist nicht korrekt), und

$$4\pi\alpha_{\text{Pl}} = \begin{pmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix}, \quad (3.45)$$

ϑ ist der Winkel zwischen Magnetfeld und der Ausbreitungsrichtung des Photons. Der Tensor ist in einem Koordinatensystem mit dem Magnetfeld in z -Richtung angegeben; der Ausbreitungsvektor der Strahlung \hat{k} liegt in der xz -Ebene.

Dabei gilt:

$$P = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 - i\frac{\Gamma}{\omega_c}\right) \quad (3.46)$$

$$S = -\frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega + \omega_c} + \frac{\omega(\omega - \omega_c)}{(\omega - \omega_c)^2 + \Gamma^2} - i\frac{\Gamma}{\omega_c} \left(\left(\frac{\omega}{\omega + \omega_c} \right)^2 + \frac{\omega^2}{(\omega - \omega_c)^2 + \Gamma^2} \right) \right] \quad (3.47)$$

$$D = -\frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega + \omega_c} - \frac{\omega(\omega - \omega_c)}{(\omega - \omega_c)^2 + \Gamma^2} - i\frac{\Gamma}{\omega_c} \left(\left(\frac{\omega}{\omega + \omega_c} \right)^2 - \frac{\omega^2}{(\omega - \omega_c)^2 + \Gamma^2} \right) \right] \quad (3.48)$$

$$\Gamma = \frac{2}{3} \frac{r_0}{c} \omega \omega_c \quad (3.49)$$

$$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \quad (3.50)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}} \quad (3.51)$$

$$\delta = \frac{\alpha}{45\pi} \left(\frac{\hbar\omega_c}{m_e c^2} \right)^2. \quad (3.52)$$

ω_P ist die Plasmafrequenz.

Die Brechungsindizes des Plasmas ergeben sich zu

$$N_{1,2}^2 = 1 + S - D \cos \vartheta \alpha_{1,2} + 4\delta \sin^2 \vartheta \quad (3.53)$$

mit

$$\alpha_{1,2} = b \pm \sqrt{1 + b^2} \quad (3.54)$$

$$b = -\frac{\sin^2 \vartheta}{2D \cos \vartheta} (P - S + 3\delta), \quad (3.55)$$

Hieraus erhält man die Streukoeffizienten für die beiden Polarisationsmoden:

$$\kappa_{1,2} = \frac{2\omega}{c} \text{Im}(N_{1,2}). \quad (3.56)$$

Für den differentiellen Streuquerschnitt werden die Polarisationsvektoren benötigt. Diese sind:

$$\begin{pmatrix} e_+ \\ e_- \\ e_z \end{pmatrix}_{1,2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_{1,2} \cos \vartheta - 1)e^{i\varphi} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_{1,2} \cos \vartheta + 1)e^{-i\varphi} \\ -\alpha_{1,2} \sin \vartheta \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + |\alpha_{1,2}|^2}}. \quad (3.57)$$

Mit der im Resonanznenner um die Linienbreite Γ erweiterten Streuamplitude (3.15) und der bekannten Beziehung zwischen Streuamplitude und differentiellem Wirkungsquerschnitt (z. B. Sakurai (1985))

$$\sigma_{ss'} = n_e |a_{ss'}^2|, \quad (3.58)$$

erhält man schließlich nach Mittelung über den Azimutwinkel Kraus (1992, S. 25):

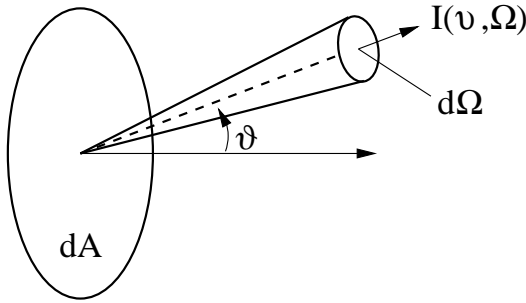


Abb. 3.6: Zur Definition der spezifischen Intensität. (Quelle: Pomraning (1973))

$$\sigma_{ss'} = n_e r_0^2 \left[\frac{\omega^2}{(\omega + \omega_c)^2} |e_{s+}|^2 |e_{s'+}|^2 + \frac{\omega^2}{(\omega - \omega_c)^2 + \Gamma^2} |e_{s-}|^2 |e_{s'-}|^2 + |e_{sz}|^2 |e_{s'z}|^2 \right]. \quad (3.59)$$

Der Index s steht hierbei für die Eigenschaften des Photons (Polarisation und Ausbreitungsrichtung ϑ).

3.3 Strahlungstransport

3.3.1 Spezifische Intensität

Die Größe, mit der typischerweise ein Strahlungsfeld beschrieben wird, ist die spezifische Intensität. Sie ist folgendermaßen definiert (Abb. 3.6):

$$dE = I_\nu \cos \vartheta d\Omega dA d\nu dt = I_\nu d\vec{\Omega} d\vec{A} d\nu dt \quad (3.60)$$

dE ist die Energie, die von Photonen, deren Frequenz im Intervall $[\nu, \nu + d\nu]$ liegt, in der Zeit dt durch eine Fläche der Größe dA in den Raumwinkel $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\phi$ transportiert wird; ϑ ist dabei der Winkel zwischen der Normalen der Fläche und der Ausbreitungsrichtung.

Eine gleichwertige Größe, die für UV- und Röntgenstrahlung etwas anschaulicher ist, da sich Photonen in diesem Energiebereich leicht als Teilchen interpretieren lassen, ist die Dichte der sich in Richtung $\vec{d}\Omega$ bewegenden Photonen $n_\nu = dN/(\cos\vartheta d\Omega dV d\nu) = I_\nu/(c h\nu)$. $dN = dE/h\nu$ ist die Photonenzahl, $dV = c dA dt$ das Volumen in dem sich diese Photonen aufhalten.

Wenn man relativistische Phänomene (z.B. Strahlungstransport in Plasma, das sich mit einer Geschwindigkeit in der Größenordnung von c bewegt, oder in einem starken Gravitationsfeld) untersuchen möchte, empfiehlt es sich, die Besetzungszahl $f(\vec{r}, \vec{p}) = dN/(d^3r d^3p) = c^2 I_\nu/(h^4 \nu^3)$ (Lindquist, 1966, Pomraning, 1973), die als Phasenraumdicke der Photonen aufgefaßt werden kann, zu verwenden. Diese hat den Vorteil, daß sie ein Lorentzskalar ist, und somit in allen Bezugssystemen gleich.

Im allgemeinsten Fall kann I_ν (oder die anderen oben beschriebenen Größen) orts-, zeit-, richtungs-, polarisations- und frequenzabhängig sein.

3.3.2 Strahlungstransportgleichung

Die Ausbreitung von elektromagnetischer Strahlung in einem absorbierenden und streuenden Medium beschreibt die Strahlungstransportgleichung (Chandrasekhar, 1960, Pomraning, 1973). In zeitunabhängiger Form und ohne Gravitationsfeld und induzierte Effekte lautet sie:

$$\begin{aligned} \hat{k} \nabla I_\nu(\vec{r}, \hat{k}) &= q_\nu - (\kappa_a + \kappa_s) I_\nu(\vec{r}, \hat{k}) \\ &+ \int_0^\infty d\nu' \int_{4\pi} d\Omega' \frac{\nu}{\nu'} \kappa_s(\nu' \rightarrow \nu, \hat{k}' \rightarrow \hat{k}) I_{\nu'}(\vec{r}, \hat{k}') \quad (3.61) \end{aligned}$$

Hierbei hängen der Emissionskoeffizient q_ν , der Absorptionskoeffizient κ_a , der totale Streukoeffizient κ_s sowie der differentielle Streukoeffizient $\kappa_s(\nu' \rightarrow \nu, \hat{k}' \rightarrow \hat{k})$ im allgemeinen von Ort (z.B. durch die Temperatur, Dichte) und Richtung (Magnetfeld) sowie von der Photonenfrequenz und -polarisation ab.

$\kappa = \kappa_a + \kappa_s$ ist der totale Extinktionskoeffizient, der beschreibt, wie stark der Strahl bei seinem Durchgang durch das Medium geschwächt wird. Der Integralterm beschreibt hingegen, wieviel Intensität der Strahl am Ort \vec{r} durch Einstreuung aus den anderen Richtungen gewinnt. Insbesondere ist die spezifische Intensität entlang eines Strahls konstant, wenn alle diese Koeffizienten null sind, also keine Wechselwirkung stattfindet.

3.3.2.1 Umwandlung in eine Integralgleichung

Durch Einfügen eines integrierenden Faktors,

$$F = \exp \left(- \int_{s_0}^s ds'' \kappa(\vec{r} - s'' \hat{k}) \right) =: e^{-\tau(s_0, s, \hat{k})},$$

wobei hierbei die optische Tiefe τ definiert wurde, kann man die Strahlungstransportgleichung formal lösen und so in eine reine Integralgleichung umformen:

$$\begin{aligned} I_\nu(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= I_{\nu, \text{ext}}(\vec{r}_0, \vec{\Omega}) e^{-\tau(s_0, 0, \vec{\Omega})} \\ &+ \int_0^\infty ds' e^{-\tau(s', 0, \vec{\Omega}')} \cdot \left[q_\nu(\vec{r}') \right. \\ &\left. + \int_0^\infty d\nu' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \frac{\nu}{\nu'} \sigma_s(\vec{r}', \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}, \nu' \rightarrow \nu) I_{\nu'}(\vec{r}', \vec{\Omega}') \right], \quad (3.62) \end{aligned}$$

mit $\vec{r}' = \vec{r} - \hat{k}s'$. $I_{\nu, \text{ext}}$ ist die spezifische Intensität, die von außen bei $r = r_0$ in das System eingestrahlt wird. Das Integral über s geht zwar formal bis unendlich, jedoch sind außerhalb des Mediums der Emissions- und der Streukoeffizient null, so daß von dort kein Beitrag kommt.

Anschaulicher wird die Gleichung, wenn man sie statt der spezifischen Intensität I_ν für die Photonendichte n_ν aufstellt; dann lassen sich die Interaktionsterme als Wahrscheinlichkeiten, daß ein Photon gestreut/absorbiert/emittiert wird, interpretieren. Auf diese Weise ist die weiter unten beschriebene Lösung der Gleichung durch eine Monte-Carlo-Simulation am plausibelsten.

3.3.2.2 Kovariante Form

Für relativistische Systeme (schnell bewegtes Medium, starke Gravitationsfelder) ist es nötig, eine kovariante Formulierung der Gleichung zu verwenden. Voraussetzung dafür ist die Verwendung einer geeigneten (d.h. vom Bezugssystem unabhängigen) Verteilungsfunktion, um das Strahlungsfeld zu beschreiben. Hier bietet sich die in 3.3.1 eingeführte Besetzungszahl an. Die entsprechende Transportgleichung für Strahlung entlang einer Geodäte $\vec{x}(\lambda)$ (mit dem Photonenimpuls $\vec{p}(\lambda)$) wurde von Lindquist (1966) abgeleitet und in Kraus (1992) in die Integralform gebracht; dort fehlt jedoch der Faktor $(\nu'/\nu)^2$ im Einstreuintegral. Das Er-

gebnis für ein rein streuendes, stationäres System ohne Absorption und Emission ist:

$$\begin{aligned}
 f(\vec{x}(\lambda_1), \vec{p}(\lambda_1)) &= f(\vec{x}_{\text{ext}}, \vec{p}_{\text{ext}}) e^{-\tau(\lambda_0, \lambda_1)} \\
 &+ \frac{1}{c} \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} d\lambda E_L(\vec{x}(\lambda), \vec{p}(\lambda)) e^{-\tau(\lambda, \lambda_1)} \int_{4\pi} d\nu'_L \int d\Omega'_L \\
 &\kappa_L(\vec{x}(\lambda), \vec{p}'_L) \rightarrow \vec{p}_L(\lambda) \frac{\nu'^2}{\nu^2} f(\vec{x}(\lambda), \vec{p}'_L) \quad (3.63)
 \end{aligned}$$

mit der optischen Tiefe

$$\tau(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{c} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \kappa_{L,s}(\vec{x}(\lambda), \vec{p}(\lambda)) E_L(\vec{x}(\lambda), \vec{p}(\lambda)). \quad (3.64)$$

Hierbei sind Größen mit Index L in dem Lorentzsystem auszuwerten, in dem das Medium ruht.

3.3.3 Faradaydepolarisation und Normalmodenapproximation

Will man den Transport vollständig oder teilweise polarisierter Strahlung beschreiben, so ist es nötig, die spezifische Intensität durch mehrere zusätzliche Größen zu ersetzen; dies sind entweder die Stokesschen Parameter, oder die Polarisationsdichtematrix, die beide äquivalent sind. Dies führt auf vier gekoppelte Transportgleichungen, eine für jeden Parameter.

In einem anisotropen Medium sind die Brechungsindizes $N_{1,2}$ und damit die Wellenlängen der verschiedenen polarisierten Photonen bei gleicher Frequenz verschieden. Daher kann sich mit der Zeit eine signifikante Phasendifferenz zwischen den beiden Moden ausbilden, die bewirkt, daß das Strahlungsfeld als inkohärente Überlagerung von Strahlung in der einen und in der anderen Normalmode dargestellt werden kann, die nur noch durch Streuung gekoppelt ist; die Zahl der Gleichungen reduziert sich somit auf zwei. Diesen Zustand nennt man Faradaydepolarisation.

Formal kann man dies zeigen, indem man von der polarisierten Strahlungstransportgleichung mit Polarisationsdichtematrix ausgeht und diese Matrix diagonalisiert. Es gibt zwei hinreichende Bedingungen, unter denen die Normalmodenapproximation gültig ist (Gnedin und Pavlov, 1974, Mészáros, 1992, S. 107ff):

1. $|\operatorname{Re}(N_1 - N_2)| \gg \operatorname{Im}(N_1 + N_2)$

Dies ist genau die Voraussetzung dafür, daß die Phasenverschiebung zwischen den beiden Moden über eine freie Weglänge hinweg groß ist.

2. Die Polarisationsvektoren der beiden Moden stehen senkrecht aufeinander.

Bei den für leuchtschwache Pulsare üblichen Plasmadichten sind die Moden abseits der Resonanzen für nahezu alle Richtungen vakuumdominiert, und somit linear und senkrecht aufeinander. Im unmittelbaren Bereich der Resonanzen bricht diese Näherung allerdings zusammen, so daß die so erhaltenen Ergebnisse dort nur qualitativ aufzufassen sind. Daneben gibt es zwei weitere *mode collapse points*, an denen die Näherung nicht gültig ist (Soffel et al., 1983, Mészáros, 1992, S. 110f).

3.4 Die Schwarzschildmetrik

In der allgemeinen Relativitätstheorie bewirkt eine in der Raumzeit vorhandene Massenverteilung eine Krümmung der Raumzeit entsprechend der Einsteinschen Feldgleichungen. Ist die Materie kugelsymmetrisch verteilt, so wird die Raumzeitgeometrie im Außenraum durch die äußere Schwarzschildmetrik beschrieben (z.B. Weinberg (1972), Misner et al. (1973)):

$$ds^2 = -A(r)c^2 dt^2 + (1/A(r))dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (3.65)$$

mit $A(r) = 1 - r_s/r$ und dem Schwarzschildradius

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \approx 3,0 \frac{M}{M_\odot} \text{ km} \quad (3.66)$$

In schnell rotierenden Systemen weicht die Metrik von der Kugelsymmetrie ab; die Lösung der Feldgleichungen für eine sich drehende Punktmasse ist die Kerrmetrik. Die Unterschiede zur Schwarzschildmetrik sind von der Größenordnung $a/(cr)$, wobei a der spezifische Drehimpuls ist. Nimmt man den Neutronenstern als eine homogene Kugel an, so ergibt sich

$$\frac{a}{cr_n} = \frac{I\omega}{M_n cr_n} = \frac{2r_n}{5c} \omega \quad (3.67)$$

mit dem Trägheitsmoment der Kugel I . Für einen typischen Radius von 10 km ergibt sich $a/(cr_s) \approx 8,4 \cdot 10^{-5} s/P_{\text{rot}}$; da bis auf zwei Systeme alle Röntgenpulsare eine Periode von mehr als 40 ms haben, kann in guter Näherung die Schwarzschildmetrik verwendet werden.

In den folgenden Abschnitten werden die für diese Arbeit relevanten Auswirkungen der Schwarzschildmetrik beschrieben. Diese geht auf zweierlei Weise in das Modell ein: zum einen sind das Effekte auf die Photonenausbreitung (gravitative Rotverschiebung und Lichtablenkung); zum anderen bestimmt das durch die Schwarzschildmetrik modifizierte magnetische Dipolfeld des Neutronensterns die Geometrie der Akkretionssäule.

3.4.1 Verwendete Koordinatensysteme

Gleichungen in kovarianter Form, wie z.B. die relativistische Strahlungstransportgleichung (3.63) oder die Geodätengleichung sind vom Koordinatensystem unabhängig; um jedoch z.B. einzelne Komponenten von Vektoren zu berechnen, muß man sich für ein System entscheiden.

Im folgenden werden drei verschiedene Systeme verwendet: globale Schwarzschildkoordinaten (kein Index), normierte Schwarzschildkoordinaten („lokales Lorentzsystem“, mit einem Index L gekennzeichnet) und das mit dem Plasma mitbewegte Lorentzsystem („Plasmasystem“, Index P). Das erste ist die allgemeinrelativistische Version der Kugelkoordinaten, und ist durch die Metrik (3.65) definiert. Das lokale Lorentzsystem ist ein an einem Ort festgemachtes kartesisches Koordinatensystem, dessen Achsen in r -, θ - und ϕ -Richtung zeigen; die z -Achse des Plasmasystems ist antiparallel zur Bewegungsrichtung des einfallenden Gases.

Normiert man die Basisvektoren eines solchen Systems, so erhält man folgende kontravariante Basis:

$$\begin{aligned}\hat{e}_L^t &= \hat{e}^t \cdot \sqrt{1 - r_s/r} \\ \hat{e}_L^r &= \hat{e}^r / \sqrt{1 - r_s/r} \\ \hat{e}_L^\theta &= \hat{e}^\theta \cdot r \\ \hat{e}_L^\phi &= \hat{e}^\phi \cdot (r \sin \theta)\end{aligned}\tag{3.68}$$

Die Komponenten im Plasmasystem gehen aus diesem durch eine Lorentztransformation mit der Plasmageschwindigkeit βc in Magnetfeldrichtung hervor.

3.4.2 Photonenausbreitung in Schwarzschildmetrik

Die Bahnen von Teilchen, die sich nur unter dem Einfluß der Gravitation bzw. der Krümmung der Raumzeit bewegen, sind Geodäten der Raumzeit. Speziell sind die Bahnen von masselosen Teilchen Nullgeodäten, d.h. für sie gilt $ds^2 = 0$.

Es ist stets möglich, das Koordinatensystem so zu drehen, daß das Photon und sein Impulsvektor in der Äquatorialebene liegen. Dies vereinfacht die Lösung der Geodätengleichung erheblich, da dann die Gleichung für eine Komponente mit $\theta = \frac{\pi}{2}$ trivial erfüllt ist.

Die explizite Form der Geodätengleichungen in der Schwarzschildmetrik ist in jedem Lehrbuch der allgemeinen Relativitätstheorie nachzulesen, z.B. Weinberg (1972).

3.4.2.1 Impulsvektor

Die Komponenten des Impulsvektors in globalen Koordinaten sind die Ableitung der Bahnkurve nach dem Geodätenparameter λ :

$$p^\alpha(\lambda) = dx^\alpha/d\lambda.$$

Durch Normieren erhält man die Komponenten im lokalen Lorentzsystem. Diese sind für masselose Teilchen (Photonen):

$$p_L^t = \frac{E_\infty}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - r_s/r}}$$

$$\xrightarrow{r_s \rightarrow 0} \frac{E_\infty}{c} \tag{3.69}$$

$$p_L^r = \pm \frac{E_\infty}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - r_s/r}} \sqrt{1 - \frac{1 - r_s/r}{r^2} b^2}$$

$$\xrightarrow{r_s \rightarrow 0} \pm \frac{E_\infty}{c} \sqrt{1 - \frac{b^2}{r^2}} \tag{3.70}$$

$$p_L^\phi = \frac{E_\infty}{c} \frac{b}{r} \tag{3.71}$$

$$p_L^\theta = 0 \tag{3.72}$$

Hierbei ist b der Stoßparameter und E_∞ die Energie des Photons im Unendlichen.

3.4.2.2 Bahnkurven

Um die Bedeutung des Parameters b genauer zu diskutieren, ist es nützlich, den Geodätenparameter λ zu eliminieren und die Bahnkurve durch $\phi(r)$ zu beschreiben:

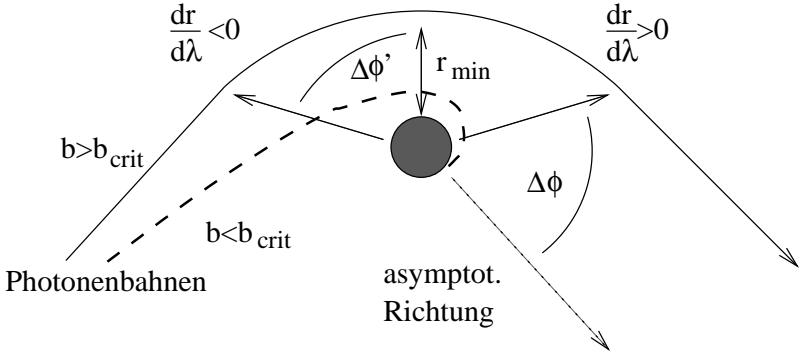


Abb. 3.7: Beschränkte und unbeschränkte Bahnkurven. Die Bedeutung von $\Delta\phi$ und $\Delta\phi'$ wird in Abschnitt 3.4.2.3 erklärt.

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{d\phi/d\lambda}{dr/d\lambda} = \pm \frac{b}{r^2} \frac{1}{\sqrt{1 - (1 - r_s/r)b^2/r^2}} \quad (3.73)$$

Das Vorzeichen ist bestimmt durch die Anfangsbedingungen, d.h. ob sich das Photon auf den Neutronenstern zu- oder von ihm weg bewegt. Im ersteren Fall kann es zu einem Radius r_{\min} größter Annäherung propagieren, wo die Wurzel im Nenner null wird und $d\phi/dr$ das Vorzeichen wechselt; eine solche Lösung existiert allerdings nur für $b \geq b_{\text{crit}} = (3\sqrt{3}/2)r_s$. Ist der Stoßparameter kleiner, so fliegt das Photon entlang einer Spiralbahn ins Zentrum, und die Parametrisierung der Bahnkurve durch r ist eindeutig (Abb. 3.7).

Im nichtrelativistischen Fall ($r_s = 0$) sind alle Photonenbahnen in beiden Richtungen unbeschränkt; der Radius der größten Annäherung ist einfach gleich dem Stoßparameter b .

In der Schwarzschildmetrik kann r_{\min} durch Lösen der kubischen Gleichung bestimmt werden, die man erhält, wenn man die Wurzel im Nenner gleich null setzt (Bronstein und Semendjajew, 1991, S. 132). Die drei Lösungen sind

$$s_1 = -\frac{2b}{\sqrt{3}} \cdot \cos \frac{\zeta}{3}, \quad (3.74)$$

$$s_2 = -\frac{2b}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\frac{\zeta}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{2b}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{2} \cos \frac{\zeta}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\zeta}{3}\right), \quad (3.75)$$

$$s_3 = -\frac{2b}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\frac{\zeta}{3} + \frac{4\pi}{3}\right) = \frac{2b}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{2} \cos \frac{\zeta}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\zeta}{3}\right), \quad (3.76)$$

mit

$$\cos \zeta = \frac{3\sqrt{3}r_s}{2b} \quad (3.77)$$

ζ liegt stets im Bereich zwischen 0° und 90° . Damit folgt für die Lösungen:

$$\begin{aligned} s_1 &\in \left[-\frac{2b}{\sqrt{3}}; -b \right] \\ s_2 &\in \left[\frac{b}{\sqrt{3}}; b \right] \\ s_3 &\in \left[0; \frac{b}{\sqrt{3}} \right] \end{aligned}$$

r_{\min} ist die größte der drei Lösungen, s_2 .

3.4.2.3 Richtung im Unendlichen

Die asymptotische Richtung ϕ_∞ eines aus der Akkretionssäule ausgetretenen Photons ermittelt man durch Integration von (3.73). Dazu sind folgende Fallunterscheidungen nötig:

- Bewegt sich das Photon vom Neutronenstern weg, so kann die Integration einfach ausgeführt werden.
- Bewegt sich ein Photon mit $b < 3\sqrt{3}r_s/2$ und negativem radialen Impuls, so stürzt es ins Zentrum.
- Bewegt sich ein Photon mit $b > 3\sqrt{3}r_s/2$ und negativem radialen Impuls, so muß man zunächst r_{\min} bestimmen, und damit den Winkel $\Delta\Phi'$ berechnen (s. Abb. 3.7), den das Photon von seiner jetzigen Position bis zum Punkt der größten Annäherung r_{\min} überstreicht. Dieser wird dann verdoppelt zu $\Delta\phi$ addiert:

$$\Delta\phi = \begin{cases} \int_{r'}^{\infty} \frac{d\phi}{dr'} dr' & p^{\hat{r}} \geq 0 \\ \int_r^{\infty} \frac{d\phi}{dr'} dr' + 2 \int_{r_{\min}}^r \frac{d\phi}{dr'} dr' & p^{\hat{r}} < 0 \end{cases} \quad (3.78)$$

Dieses elliptische Integral ist zwar nicht analytisch berechenbar, es lässt sich jedoch numerisch gut handhaben (s. Anhang A).

3.4.3 Magnetisches Dipolfeld in Schwarzschildmetrik

Das Magnetfeld des Neutronensterns bestimmt die Geometrie der Akkretionssäule und damit – zusammen mit dem Geschwindigkeitsfeld des Plasmas – auch die Dichte. In dieser Arbeit wird ein durch die Schwarzschildmetrik modifiziertes Dipolfeld verwendet. Dessen Form wurde von Wasserman und Shapiro (1983) hergeleitet. Für das Magnetfeld setzt man dabei das folgende Vektorpotential an:

$$A_\phi = \mu \sin^2 \theta f(r) \quad (3.79)$$

Die anderen Komponenten sind null. Aus den Feldgleichungen ergibt sich für die Dipolkomponente des magnetischen Feldes

$$\vec{B}_L = (B_L^r, B_L^\theta, B_L^\phi)$$

mit

$$B_L^r = 2 \cdot \frac{\mu \cos \theta}{r^3} \left[-3 \left(\frac{r}{r_s} \right)^3 \ln \left(1 - \frac{r_s}{r} \right) - 3 \left(\frac{r}{r_s} \right)^2 \left(1 + \frac{r_s}{2r} \right) \right]$$

$$\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{2\mu \cos \theta}{r^3}$$

$$B_L^\theta = \frac{\mu \sin \theta}{r^3} \left[6 \left(\frac{r}{r_s} \right)^3 \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}} \ln \left(1 - \frac{r_s}{r} \right) + 6 \left(\frac{r}{r_s} \right)^2 \frac{1 - r_s/(2r)}{\sqrt{1 - r_s/r}} \right]$$

$$\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{\mu \sin \theta}{r^3}$$

$$B_L^\phi = 0$$

Der Betrag ist $B_L = \sqrt{(B_L^\theta)^2 + (B_L^r)^2}$. Um das Magnetfeld im Plasmasystem zu erhalten, müßte man den Feldstärketensor $F_{\mu\nu}$ lorentztransformieren; dabei ändern sich jedoch die zur Geschwindigkeit parallelen Komponenten von B nicht (Misner et al., 1973), so daß die Magnetfeldstärke in beiden Systemen gleich ist.

Den Verlauf einer Feldlinie beschreibt die Gleichung

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{B^\theta}{B^r} \quad (3.80)$$

Diese Gleichung läßt sich einmal integrieren (Kraus, 1992) und führt auf eine Erhaltungsgröße entlang der Magnetfeldlinien:

$$\sin^2 \theta \cdot \frac{3}{r_s} \left[\left(\frac{r}{r_s} \right)^2 \ln\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) + \left(\frac{r}{r_s} \right) + \frac{1}{2} \right] =: -K_B \xrightarrow{r_s \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \theta}{r} \quad (3.81)$$

Variiert man θ auf einer Kurve mit konstanter r -Koordinate ($r > r_s$), so wird der Wert dieser Konstante mit steigendem θ größer. Somit kann man, da sich das Plasma ja entlang der Feldlinien bewegt, für jeden gegebenen Punkt durch Berechnung von K_B und einen Vergleich mit $K_B(r = r_N, \theta = \theta_{HS})$ sofort entscheiden, ob sich dieser innerhalb der Akkretionssäule befindet. Ferner kann man (3.81) nach θ auflösen und so den Aufprallort eines Teilchens auf dem Neutronenstern bestimmen. Dies wird bei der Berechnung des Dichtefeldes benötigt.

Kapitel 4

Monte-Carlo-Verfahren

In der Literatur werden hauptsächlich zwei Klassen von Verfahren zur Lösung von Strahlungstransportproblemen verwendet: Solche die das Problem auf einem Gitter diskretisieren (siehe z.B. Mihalas (1970)), und Monte-Carlo-Verfahren. Sobald die Geometrie komplexer und damit die Zahl der Dimensionen d des Problems größer wird, wird der Aufwand mit den ersteren Verfahren sehr hoch, da der Speicherbedarf exponentiell mit d ansteigt, die benötigte Rechenleistung unter Umständen sogar noch stärker. Solche Verfahren werden daher häufig verwendet, um ein vereinfachtes Problem zu lösen, etwa die Strahlungsausbreitung in homogenen Scheiben oder Zylindern mit konstantem Magnetfeld entlang der Symmetrierichtung (Nagel, 1981a,b, Mészáros und Nagel, 1985, Burnard et al., 1990, Alexander et al., 1996).

Bei der Anwendung solcher Verfahren auf komplexere Geometrien sind daher andere Vereinfachungen notwendig, beispielsweise Verwendung der Diffusionsnäherung (Rebetzky et al., 1988), die Beschränkung auf ungestreute und einfach gestreute Photonen (Kraus, 1992), oder auf resonante Photonen (Brainerd und Mészáros, 1991).

Dagegen ist der Aufwand von Monte-Carlo-Verfahren von der Dimension nahezu unabhängig (Kalos und Whitlock, 1986). Die Berechnung des Strahlungstransportes in einer Akkretionssäule hat im Falle einer unsymmetrischen (z.B. halbmondförmigen) Emissionsregion sieben Dimensionen (drei für den Ort des Photons, zwei für dessen Ausbreitungsrichtung, dessen Energie und Polarisation), wobei es für die Polarisation im Rahmen der verwendeten Normalmodenapproximation nur zwei Werte gibt.

Auch ist es nicht nötig, die Geometrie des Problems mit irgendeiner Gitterstruktur zu beschreiben, was stets Diskretisierungsfehler mit sich bringt; insbesondere

wäre der Rand der Akkretionssäule nur schwer aufzulösen.

Die bisher durchgeführten Monte-Carlo-Rechnungen behandelten ebenfalls nur den Strahlungstransport in Scheiben oder Zylindern, also relativ einfachen Geometrien (Pravdo und Bussard, 1981); dafür wurden in den neueren Arbeiten relativistische Streuquerschnitte verwendet (Araya und Harding, 1999, Araya-Góchez und Harding, 2000).

Die Parallelisierung eines Monte-Carlo-Codes ist nahezu trivial. Diese Tatsache wurde ausgenutzt, indem das in Kapitel 6 beschriebene Projekt XPulsar@home ins Leben gerufen wurde, bei dem freiwillige Teilnehmer über das Internet Berechnungen beisteuern konnten.

In diesem Kapitel wird, zunächst anhand der numerischen Integration, das Monte-Carlo-Verfahren und dessen Eigenschaften beschrieben. Anschließend wird gezeigt, wie es verwendet wird, um die kovariante Strahlungstransportgleichung zu lösen. Im letzten Abschnitt wird auf die Erzeugung von Zufallszahlen eingegangen.

4.1 Monte-Carlo-Integration

Gegeben sei eine normierte Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x)$ auf einem Intervall $I = [x_1, x_2]$, beispielsweise die konstante Verteilung $c(x) = 1/(x_2 - x_1)$. Die Zufallsgröße X_p sei diejenige, die man durch die Ziehung einer Zahl im Intervall I nach der Verteilung $p(x)$ erhält.

Gegeben sei weiterhin eine Funktion $g(x)$, die auf I definiert ist. Der Erwartungswert von $g(X_p)$ ist dann

$$\langle g(X_p) \rangle = \int_{x_1}^{x_2} g(x)p(x)dx \quad (4.1)$$

Das bedeutet folgendes: Wenn man eine Zufallszahl aus X_p zieht, und auf diese $g(x)$ anwendet, erhält man im Mittel das Integral vom Produkt aus $g(x)$ und $p(x)$; wählt man beispielsweise $p(x) = c(x)$, so ist der Erwartungswert

$$\langle g(X_p) \rangle = \int_{x_1}^{x_2} g(x)dx / (x_2 - x_1),$$

also gleich dem Integral geteilt durch einen bekannten, konstanten Faktor.

Natürlich kann das Ergebnis beim nur einmaligen Durchführen des Zufallsexperiments vollkommen daneben liegen. Daher geht man zu einer neuen Zufalls-

größe über, die einfach der Mittelwert von N Ergebnissen des obigen Verfahrens ist:

$$\xi = \sum_{i=1}^N \frac{g_i(x)}{N} \quad (4.2)$$

Der Erwartungswert von ξ ist der gleiche wie von $g(X_p)$. Für die Varianz gilt jedoch:

$$\text{Var } \xi = \text{Var} \left(\sum_{i=1}^N \frac{g_i(X_p)}{N} \right) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \text{Var } g_i(X_p) = \frac{1}{N} \text{Var } g(X_p) \quad (4.3)$$

Durch N -faches Wiederholen des Experimentes läßt sich also der mittlere Fehler des Verfahrens um den Faktor $1/\sqrt{N}$ reduzieren.

Die Verallgemeinerung des obigen Vorgehens auf mehrdimensionale Intervalle ist trivial. Gerade hier spielt das Monte-Carlo-Verfahren seine Stärke aus, da der Rechenaufwand für eine gegebene Genauigkeit mit $N^{\frac{1}{2}}$ ansteigt, bei Verfahren mit regelmäßigen Gittern jedoch mit N^d , wobei d die Anzahl der Dimensionen ist.

Es sei noch kurz angemerkt, daß sich die Streuung der Ergebnisse durch eine geschickte Wahl von $p(x)$ und $g(x)$ in (4.1) drastisch reduzieren läßt. Die Grundidee hierbei ist, zwei Funktionen zu verwenden, deren Produkt der Funktion entspricht, die integriert werden soll. Weiterhin sollen dabei die verschiedenen Punkte x von I alle in etwa den gleichen Wert beitragen, nämlich den Erwartungswert. Im Idealfall, wo alle Punkte genau den gleichen Wert beitragen, ist die Varianz gleich null und das Verfahren exakt; leider muß man die Lösung bereits kennen, um ein solches Verfahren zu konstruieren. Die Streuung läßt sich aber schon drastisch verkleinern, wenn man eine Näherungslösung verwendet (Kalos und Whitlock, 1986, S. 92ff).

4.2 Lösung von Integralgleichungen

Zum Lösen der Strahlungstransportgleichung wird folgendes Verfahren angewandt:

1. Bestimme einen Startwert nach einer (normierten) Wahrscheinlichkeitsverteilung $s(x,p)$.
2. Bestimme eine optische Tiefe τ nach der Verteilung $p(\tau)d\tau = e^{-\tau}$

3. Verfolge die Bahn $x(\lambda)$ und integriere den Streuquerschnitt so lange (siehe Gl. (3.64)), bis die Tiefe τ erreicht ist.
4. Erhöhe den Eintrag in der Ergebnistabelle $T(\vec{x}, \vec{p}, \epsilon)$ um eins, der dem Volumenelement ΔV , in dem sich der neue Ort befindet, sowie den übrigen Parametern (Frequenz, Richtung, Polarisation) entspricht.
5. Bestimme die neue Richtung (Frequenz, Polarisation) des Photons aus dem normierten differentiellen Streuquerschnitt $\sigma(x', p' \rightarrow x, p)$
6. Führe Schritte 2-5 solange aus, bis das Photon die Säule verlassen hat.

Zu zeigen ist, daß die so für jeden Ort und jeden Impuls erhaltenen Tabelleneinträge die Lösung der richtigen Transportgleichung beschreiben.

Dies geschieht über den Erwartungswert der Zufallsgröße $T(\vec{x}, \vec{p})$ - die Polarisation der Photonen wird im folgenden vernachlässigt, was aber keine prinzipielle Einschränkung ist. Dieser Erwartungswert ist als die Summe von Erwartungswerten der ungestreuten, einfach gestreuten, usw. Photonen beschreibbar:

$$\langle T(x_0, p_0) \rangle = \sum_{i=0}^{\infty} \langle T(x_0, p_0) \rangle^{(i)} \quad (4.4)$$

$p^{(i)}$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon nach i Streuungen den Ort x_0 mit dem Impuls p_0 erreicht und dort gestreut wird. Diese Gesamtwahrscheinlichkeit ist die Summe aus den Beiträgen aller Pfade, die die Photonen auf dem Weg zu diesem Ziel durchlaufen können. Der Beitrag eines einzelnen Wegelements ist das Produkt aus der Wahrscheinlichkeit, daß dort ein Photon in die richtige Richtung eingestreut wird, und der, daß es die optische Tiefe bis hin zum nächsten Streuort durchquert.

Betrachten wir zunächst die zu erwartende Zahl der ungestreuten Photonen am Ort x_0 mit Impuls p_0 , die in Entfernung λ von x_0 entstanden sind. Diese müssen direkt aus der Quelle $s(x, p)$ erzeugt worden sein, und zwar mit einem Impuls $p_0(\lambda)$, mit dem sie sich entlang der Geodäte bewegen, die durch x_0, p_0 geht (siehe Abb. 4.1). Diese Geodäte sei durch $x_0(\lambda^{(0)})$ beschrieben, mit $x_0(0) = x_0$. Weiterhin müssen sie genau bis zum Ort x_0 propagieren und dort gestreut werden, was mit einer Wahrscheinlichkeit von $e^{-\tau}$ geschieht. Summiert bzw. integriert man dies über alle möglichen Entfernungen λ , erhält man

$$\langle T(x_0, p_0) \rangle^{(0)} = \int_0^{\infty} d\lambda^{(0)} e^{-\tau(\lambda^{(0)})} s(x_0(\lambda^{(0)}), p_0(\lambda^{(0)})) \Delta V \Delta \nu \Delta \vec{\Omega} \quad (4.5)$$

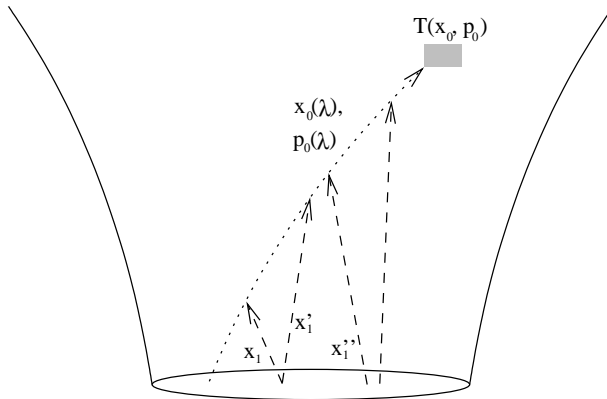


Abb. 4.1: Weg der ungestreuten (gepunktete Linie) und einfach gestreuten (gestrichelte Linie) Photonen zum Streuort.

In der Praxis wird das Integral über λ natürlich am Rand der Akkretionssäule abgebrochen. Wenn das Medium ferner ausschließlich streuend ist, reduziert sich das Integral auf die externe Beleuchtung:

$$\langle T(x_0, p_0) \rangle^{(0)} = e^{-\tau(\lambda_b)} s_{\text{ext}}(x_0(\lambda_b), p_0(\lambda_b)) \Delta V \Delta \nu \Delta \vec{\Omega}, \quad (4.6)$$

mit dem Geodätenparameter λ_b , bei dem die Geodäte den Rand schneidet.

Die erwartete Zahl der einfach gestreuten Photonen bestimmt man durch folgende Überlegung:

Zunächst können nur diejenigen Photonen überhaupt beitragen, die nach der ersten Streuung auf der Geodäte $x_0(\lambda)$ mit dem richtigen Impuls $p_0(\lambda)$ liegen. Dies sind jedoch genau diejenigen, die sich in der vorigen Überlegung aus der Quelle zu einem Punkt $x_0(\lambda)$ bewegt haben und dort derart gestreut worden sind, daß ihr Impuls gleich $p_0(\lambda)$ ist, d.h.

$$\begin{aligned} \langle T(x_0, p_0) \rangle^{(1)} &= \int_0^\infty d\lambda \Delta V \Delta \nu \Delta \vec{\Omega} \cdot e^{-\tau(\lambda)} \iint d\nu' d\vec{\Omega}' \\ &\quad \left(\langle T(x_0(\lambda), p_1) \rangle^{(0)} / (\Delta V_\lambda \Delta \nu' \Delta \vec{\Omega}') \right) \sigma(p_1 \rightarrow p_0(\lambda)), \end{aligned} \quad (4.7)$$

oder allgemein

$$\begin{aligned} \langle T(x_0, p_0) \rangle^{(n+1)} &= \int_0^\infty d\lambda \Delta V \Delta \nu \Delta \vec{\Omega} \cdot e^{-\tau(\lambda)} \iint d\nu' d\vec{\Omega}' & (4.8) \\ &\left(\langle T(x_0(\lambda), p_1) \rangle^{(n)} / (\Delta V_\lambda \Delta \nu' \Delta \vec{\Omega}') \right) \sigma(p_1 \rightarrow p_0(\lambda)). \end{aligned}$$

Wenn man die Grenzübergänge $\Delta V \rightarrow dV$, $\Delta \nu \rightarrow d\nu$ und $\Delta \vec{\Omega} \rightarrow d\vec{\Omega}$ macht, entspricht das genau der von-Neumann-Reihenentwicklung (Kraus, 1992, Kaiser, 1995) der folgenden Integralgleichung:

$$\begin{aligned} \frac{dT(x_0, p_0)}{dV d\nu d\vec{\Omega}} &= e^{-\tau(\lambda_b)} s_{\text{ext}}(x_0(\lambda_b), p_0(\lambda_b)) & (4.9) \\ &+ \int_0^\infty d\lambda e^{-\tau(\lambda)} \iint d\nu' d\vec{\Omega}' \frac{dT(x_0(\lambda), p_1)}{dV_\lambda d\nu' d\vec{\Omega}'} \sigma(p_1 \rightarrow p_0(\lambda)). \end{aligned}$$

Anschaulich ist die Größe $dT/(dV d\nu d\vec{\Omega})$ genau die Photonendichte n_ν , und die obige Gleichung ist auch wirklich die Transportgleichung für genau diese Größe (in der Transportgleichung für I_ν tritt z.B. ein Term ν/ν' im Streuintegral auf, der hier fehlt).

Die Varianz wird wie bei der Monte-Carlo-Integration durch wiederholtes Durchführen des Zufallsexperiments *random walk* verringert.

Natürlich ist es in der Praxis nur nötig, n_ν an den Stellen zu tabellieren, an denen man interessiert ist. In dieser Arbeit ist dies die Strahlung, die ins Unendliche entkommt; das Strahlungsfeld im Inneren der Akkretionssäule wird nicht berechnet.

4.3 Erzeugung von Zufallszahlen

Der Zufallsgenerator ist das Herz einer Monte-Carlo-Simulation. Die Erzeugung von „guten“ gleichverteilten Zufallszahlen, d.h. solchen, die den kompletten Wertebereich mit gleicher Wahrscheinlichkeit abdecken, und dabei von den vorhergehenden Zahlen unabhängig sind, ist ein komplexes Thema, das viel Zahlentheorie erfordert. Gute Übersichten hierzu sind in Press et al. (1992) und in Knuth (1981)

zu finden, daher wird die Grundidee, auf der die meisten Generatoren basieren, im folgenden nur kurz angerissen.

Bis auf wenige Spezialfälle erzeugen alle Zufallsgeneratoren gleichverteilte Zahlen zwischen 0 und 1, d.h. nach der Einheitsverteilung

$$e(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.10)$$

Wie man daraus nach einer vorgegebenen Funktion $p(x)$ verteilte Zufallszahlen gewinnt, wird im übernächsten Abschnitt vorgestellt; dieses und weitere Verfahren werden z.B. in Kalos und Whitlock (1986), Press et al. (1992) beschrieben.

4.3.1 Erzeugung gleichverteilter Zufallszahlen

Eine der einfachsten und am häufigsten implementierten Methoden, „Zufallszahlen“ zu erzeugen, ist die lineare Überdeckungsmethode (*linear congruential method*). Hierbei wird jede Zahl nach der folgenden Formel aus der vorherigen erzeugt:

$$r_{n+1} = (ar_n + c) \text{ modulo } m$$

Solche Zufallszahlengeneratoren haben eine maximale Periodenlänge von m . Um eine Sequenz maximaler Länge zu erhalten, müssen a , c und m sorgfältig ausgewählt werden; dies übernimmt in den meisten Fällen die Programmbibliothek.

Von diesem Prinzip ausgehend gibt es viele Erweiterungen, teils auf nichtlineare Abbildungsvorschriften wie z.B. $r_{n+1} = r_n(r_n + 1) \text{ modulo } 2^e$, um besser verteilte Zahlen zu bekommen; teilweise hängt r_{n+1} auch von mehreren vorhergehenden Zufallszahlen ab, um größere Periodenlängen zu erreichen.

Es wurden verschiedene Zufallsgeneratoren programmiert, so daß es möglich ist, die erhaltenen Ergebnisse durch eine weitere Rechnung mit einem anderen Zufallsgenerator zu überprüfen. Die Generatoren sind:

1. Der in der `glibc` eingebaute Zufallsgenerator, der eine Periodenlänge von etwa $16 \cdot (2^{31} - 1) \approx 3,4 \cdot 10^{10}$ hat und auf einer nichtlinearen Abbildungsvorschrift beruht.
2. `ran0` aus Press et al. (1992); dieser wurde vor allem zu Testzwecken implementiert, da die Güte der Zufallszahlen eingeschränkt ist.

3. `ran2` aus Press et al. (1992). Dieser Zufallsgenerator hat (wie auch `ran0`) eine Periodenlänge von $2^{31} \approx 2 \cdot 10^9$ und liefert bessere Zahlen als `ran0`. Er hat den weiteren Vorteil, daß durch die Wahl verschiedener Initialisierungsparameter (zwei Integerzahlen) komplett verschiedene Sequenzen von Zufallszahlen erzeugt werden können. Die letztere Eigenschaft wurde für die Parallelisierung im Rahmen von `XPulsar@home` benötigt.

4.3.2 Erzeugung beliebig verteilter Zufallszahlen

In der Praxis benötigt man selten gleichverteilte Zufallszahlen. Es gibt mehrere Verfahren, mit denen man aus gleichverteilten Zufallszahlen solche gewinnt, die nach einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x)dx$ verteilt sind. Alle diese Methoden haben Vorzüge und Beschränkungen. Die eleganteste ist das im nächsten Abschnitt kurz beschriebene Transformationsverfahren (Press et al., 1992), das allerdings voraussetzt, daß $p(x)$ analytisch integrierbar und die so erhaltene Stammfunktion umkehrbar ist. Ist dies nicht der Fall, so bieten sich das Ablehnungsverfahren nach von Neumann an, oder aber eine numerische Integration von $p(x)$.

Weiter unten wird eine Methode beschrieben, die das Problem löst, daß z.B. kaum Photonen im interessanten Hochenergiebereich des Spektrums erzeugt werden, da die Wahrscheinlichkeitsdichte dort exponentiell abfällt, oder – allgemeiner gesagt – eine Methode die sicherstellt, daß die Statistik im gesamten Parameterraum gleichmäßig gut ist.

Schließlich wird auf das Problem von Verteilungen mehrdimensionaler Verteilungen (z.B. zur Bestimmung des Ortes des Photons auf dem Hotspot, oder der neuen Richtung und Frequenz in heißem Plasma) eingegangen.

4.3.2.1 Transformationsmethode

Gegeben sei ein Zufallszahlengenerator, der Zufallszahlen nach der Einheitsverteilung $e(x)$ erzeugt. Gesucht ist eine Funktion $y(x)$, die man auf die so erhaltenen Zahlen anwendet, so daß die resultierenden Zahlen nach der (normierten und positiven) Verteilung $p(y)$ verteilt sind.

Diese Funktion muß so gewählt sein, daß die Wahrscheinlichkeit $p(y(x))dy(x)$, eine Zahl im Intervall $[y; y + dy]$ zu ziehen, gleich der ist, bei der Ziehung nach Verteilung $e(x)$ einen Wert in $[x; x + dx]$ zu erhalten:

$$p(y)dy = e(x)dx \quad \Leftrightarrow \quad p(y) = e(x) \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (4.11)$$

Integriert man Gleichung (4.11) von $-\infty$ bis y , so erhält man

$$x = \int_{-\infty}^y \frac{dx}{dy'} dy' = \int_{-\infty}^y p(y') dy' =: F(y),$$

Umkehren dieser Beziehung liefert das Endergebnis:

$$y(x) = F^{-1}(x)$$

4.3.2.2 Transformationsmethode mit numerischer Integration

In der Praxis ist $F^{-1}(x)$ oft nicht berechenbar, sei es weil $p(y)$ nicht (analytisch) integrierbar oder weil die Stammfunktion nicht umkehrbar ist. Sofern zumindest $p(y)$ berechenbar ist, kann man sich folgendermaßen behelfen:

Zunächst tabelliert man die (numerisch berechnete) Stammfunktion von $p(y)$. Diese Tabelle wird dann so umskaliert, daß der Eintrag mit dem höchsten Index gleich 1 wird.

Nun zieht man eine gleichverteilte Zufallszahl und bestimmt den größten Index dieser Tabelle, dessen Eintrag kleiner als diese Zahl ist. Zwischen diesem und dem nächsten Eintrag interpoliert man anschließend (im einfachsten Fall linear) und bestimmt einen „gebrochenen Index“, bei dem die Zufallszahl liegen würde. Dieser wird nun wiederum in einen Wert y umgerechnet, der dann näherungsweise $y(x)$ entspricht.

4.3.2.3 Ablehnungsverfahren

Die von-Neumann-Methode ist sehr allgemein, denn sie setzt nur voraus, daß $p(x)$ berechenbar und zumindest eine obere Schranke m für das Maximum bekannt ist; eine Normierung ist dagegen nicht erforderlich. Man zieht zunächst eine Zufallszahl x_1 nach einer Gleichverteilung im (nicht unbedingt eindimensionalen) Definitionsbereich von x ; anschließend eine zweite zwischen 0 und 1. Ist die zweite kleiner als $p(x_1)/m$, wird x_1 akzeptiert, ansonsten fängt man von vorne an.

Die Wahrscheinlichkeit, x_1 zu akzeptieren, ist also proportional zu $p(x_1)$. Der offensichtliche Nachteil des Verfahrens ist, daß unter Umständen viele Zufallszahlen gezogen werden, um einen Wert zu bestimmen; die Menge der „verschwendeten“ Zahlen (und Rechenzeit!) ist umso größer, je mehr die $p(x)$ schwankt und je schlechter die Abschätzung m für das Maximum ist.

4.3.2.4 Gewichte

Wenn die Verteilung sehr inhomogen ist (d.h. in ihrem Geltungsbereich um mehrere Größenordnungen schwankt), aber auch in dem Bereich, in dem $p(x)$ sehr klein ist, gut aufgelöst werden soll, kann es günstig sein, anders vorzugehen. Ein gutes Beispiel dafür ist die Erzeugung von Photonen mit einer einem Schwarzkörperpektrum entsprechenden Energieverteilung:

$$p(x)dx = \frac{15}{\pi^4} \frac{x^3}{e^x - 1} \quad \text{mit} \quad x = \frac{h\nu}{kT} \quad (4.12)$$

Diese Verteilung hat bei etwa 2,82 ein Maximum und fällt zu größeren Werten von x hin exponentiell ab. Mit einem der bisher beschriebenen Verfahren würde man nahezu alle Photonen dort erzeugen, wo der Fluß groß ist, hätte aber im interessanten Hochenergiebereich, wo sich bei vielen Röntgenpulsaren die Zyklotronlinie befindet, eine sehr schlechte Statistik.

Dieses Problem kann umgangen werden, indem man einen zufälligen Punkt x im Parameterraum $[x_0; x_1]$ nach einer Gleichverteilung bestimmt, und dem damit erzeugten Photon ein statistisches Gewicht von $w(x) = (x_1 - x_0) \cdot p(x)$ zuweist. Der Faktor $(x_1 - x_0)$ ist notwendig, damit der Erwartungswert des Gewichtes gleich eins ist:

$$\langle w(x) \rangle = (x_1 - x_0) \cdot \int e(x)p(x)dx = (x_1 - x_0) \cdot \int \frac{p(x)}{(x_1 - x_0)} = \int p(x)dx = 1$$

Wird dieses Verfahren anstatt bei der Erzeugung des Photons während dessen Verfolgung (z.B. bei der Streuung) verwendet, so ist das neue statistische Gewicht das Produkt des alten mit $w(x)$. Am Ende wird zum entsprechenden Eintrag in der Ergebnistabelle nicht 1, sondern das statistische Gewicht des Photons addiert.

Ein weiteres Anwendungsgebiet dieser Methode sind Verteilungen, die nicht umgekehrt und nur aufwendig numerisch integriert werden können; dies gilt beispielsweise für den differentiellen Streuquerschnitt. Zudem muß das Maximum der Verteilungsfunktion oder zumindest eine obere Schranke bekannt sein. Hiermit könnte der Simulationscode weiter optimiert werden; die mögliche Ersparnis an Rechenzeit läge bei schätzungsweise 10-30%.

Bei Anwendung dieses Verfahrens läuft man allerdings Gefahr, große statistische Fehler zu erzeugen, nämlich dann, wenn einzelne Photonen mit sehr großem Gewicht einen unwahrscheinlichen Weg nehmen und in Ergebnistabelleneinträgen landen, die normalerweise nur Photonen mit kleinem Gewicht erreichen. Ob und wie stark das zum Problem wird, hängt sehr vom Einzelfall ab.

4.3.2.5 Mehrdimensionale Verteilungen

Manchmal ist der Parameterbereich einer Wahrscheinlichkeitsverteilung mehrdimensional, z.B. $p(x, y)$, und nicht immer kann sie in ein Produkt aus unabhängigen eindimensionalen Verteilungen $p(x, y) = p_x(x) \cdot p_y(y)$ separiert werden (in diesem Fall können x und y unabhängig voneinander bestimmt werden). Die in den letzten zwei Abschnitten beschriebenen Verfahren sind auch in diesem Fall anwendbar; wenn $p(x, y)$ integrierbar ist, ist unter Umständen die folgende Vorgehensweise effizienter:

Bestimme einen Wert x_0 für x nach der Verteilung

$$P(x) = \frac{\int p(x, y') dy'}{\iint p(x', y') dx' dy'}$$

Danach bestimmt y nach der Verteilung

$$p_{x_0}(y) = \frac{p(x_0, y)}{\int p(x_0, y') dy'}$$

Dabei kann die Integration natürlich auch numerisch geschehen.

4.4 Fehlerabschätzung

Eine Monte-Carlo-Simulation mit N Photonen kann als eine N -fach wiederholte Messung eines oder vieler Erwartungswerte aufgefaßt werden. Das Meßergebnis ist der Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \quad (4.13)$$

die Streuung s einer Reihe von Messungen ist definiert als

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}. \quad (4.14)$$

Für große N ist $N/N - 1 \approx 1$, so daß sich die Formel vereinfacht zu

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \frac{(\sum x_i)^2}{N^2}, \quad (4.15)$$

in der nur noch die Summe und die Quadratsumme der Einzelergebnisse vorkommen.

Solange jedes Photon das Gewicht 1 hat, kann man in guter Näherung annehmen, daß die Zufallsgröße T , also die Zahl der Photonen im Tabelleneintrag T bei N -facher Wiederholung des Experimentes *random walk*, poissonverteilt ist. Die Varianz der Poissonverteilung ist gleich dem Erwartungswert von T ,

$$\text{Var } T = \langle x \rangle N \quad (4.16)$$

Der statistische Fehler in \bar{x} läßt sich somit durch

$$s = \sqrt{\text{Var} \frac{T}{N}} = \sqrt{\frac{T}{N^2}} \quad (4.17)$$

abschätzen und ist proportional zu $N^{-1/2}$.

Wenn Photonengewichte verwendet werden, muß eine zweite Tabelle $T^{(2)}$ angelegt werden, die die Summe der Quadrate der Einzelergebnisse enthält, und der Fehler wird mit (4.15) berechnet.

Manche Meßgrößen, z.B. die Gesamtenergie der Photonen in der Tabelle, sind gewichtete Summen mehrerer Tabelleneinträge, z. B.:

$$E_{\text{total}} = \sum E_i T_i \quad (4.18)$$

mit der mittleren Energie E_i der Photonen im Tabelleneintrag T_i .

Zur Berechnung des statistischen Fehlers solcher Größen werden zunächst die einzelnen Werte $E_i^2 s_i^2$ summiert; der Gesamtfehler ist die Wurzel aus dieser Summe. Im Falle der Gesamtenergie wird Gl. (4.15) zu

$$(\Delta E_{\text{total}})^2 = \sum E_i^2 s_i^2 = \sum_i E_i^2 \left(\frac{T_i^{(2)}}{M} - \frac{T_i^2}{M^2} \right), \quad (4.19)$$

wobei M hier die Zahl der eingehenden Tabelleneinträge ist.

Kapitel 5

Modellierung des Strahlungstransports in der Akkretionssäule

Die Emissionscharakteristik und das Spektrum eines leuchtschwachen Röntgenpulsars werden im wesentlichen durch zwei Dinge bestimmt: Das Emissionsmuster des Hotspots, und die Modifikation der Strahlung beim Durchgang durch das herabfallende Plasma. Die Simulation des Strahlungstransportes durch ein detailliertes Modell der Akkretionssäule bildet den Hauptteil dieser Arbeit, der in diesem Kapitel vorgestellt wird. Die Geometrie und die Emission des Hotspots dagegen wird durch relativ einfache Annahmen wie z.B. eine konstante Dichte beschrieben, da zuverlässige Berechnungen zur Bestückung der Feldlinien in der Übergangszone am Alfvénradius nicht existieren.

Im folgenden wird zunächst die Modellierung der einzelnen Systemkomponenten, die dabei verwendeten numerischen Verfahren und ihre Abbildung auf eine Bibliothek von C++-Klassen erklärt.

Anschließend werden die Ergebnisse vieler Simulationsrechnungen vorgestellt. Ein Teil hiervon wurde im Rahmen des Internetprojektes „XPulsar@home“ durchgeführt, dem das nächste Kapitel gewidmet ist.

5.1 Modellkomponenten

Natürlich ist die Aufteilung eines so komplexen Systems wie einem akkretierenden Neutronenstern in gewissem Maße willkürlich; für ein systematisches Verständnis ist es jedoch unabdingbar, es in abgeschlossene, handhabbare Teile zu zerlegen, die einzeln ausgetestet und modifiziert werden können.

Diese einzelnen Teile wurden als C++-Klassen implementiert, die soweit wie möglich voneinander unabhängig sind. Diese wurden zu einer Klassenbibliothek zusammengefaßt, die sicherlich auch bei anderen Berechnungen von Nutzen sein kann.

Die wichtigsten dieser Klassen – und die ihnen zugrundeliegenden Modellannahmen und Algorithmen – werden in den nächsten Abschnitten beschrieben. Daneben gibt es noch viele kleine Hilfsklassen, die beispielsweise einen Ort, Vektor oder ein Photon repräsentieren. Eine komplette Liste aller Klassen wird in Anhang B angegeben. Die Dokumentation der einzelnen Klassen und ihren Methoden ist in den entsprechenden Headerdateien zu finden.

5.1.1 Neutronenstern

Basisklasse: `Neutronstar`, abgeleitete Klassen: `SchwarzschildNeutronstar`, `NonrelNeutronstar`.

Die globalen Rahmenbedingungen liefert die Neutronensternklasse; sie enthält Parameter wie dessen Masse, Radius und Polmagnetfeld, und ist u.a. für die Berechnung der lokalen Magnetfeldstärke nach den Formeln in Abschnitt 3.4.3 zuständig.

Weiterhin bietet sie Funktionen zur Photonenverfolgung an, die allerdings lediglich die Photonen mit Hilfe der im nächsten Abschnitt beschriebenen Klasse in ein rotiertes Koordinatensystem transformiert, wo ihre Bahn in der Äquatorialebene liegt, und zur eigentlichen Integration der Bahnkurve an eine geeignete Klasse weiterzugeben.

Zwei Varianten des Neutronensterns sind implementiert: ein klassischer, in dem allgemeinrelativistische Effekte wie Rotverschiebung und Lichtablenkung nicht auftreten, und einer in Schwarzschildmetrik.

5.1.2 Transformation der Photonen ins Äquatorialsystem

Klassenname: `PTrafo`.

Die Integration der Bahnkurve erfolgt in einem gedrehten Koordinatensystem, in dem sich das Photon in der Äquatorialebene bewegt. Dadurch ist eine der Geodä-

tengleichungen identisch erfüllt; die Kosten hierfür bestehen in einer zusätzlichen Transformation, der das Photon bei jedem Integrationsschritt unterworfen wird. Das neue Koordinatensystem wird zudem so gewählt, daß die Impulskomponente p^ϕ positiv ist, es also zu größeren Azimutwinkeln hin propagiert.

Diese Drehung ist unabhängig davon, ob im flachen Raum oder in Schwarzschildmetrik gerechnet wird. Deshalb reicht hier eine einzige Klasse aus.

Die Umrechnung geschieht durch Betrachten des Dreiecks aus der Photonenposition, dem Magnetpol auf dem Neutronenstern, und dem Pol des gedrehten Koordinatensystems auf der Einheitskugel. Sie erfordert nicht viel mehr als grundlegende sphärische Geometrie (Sinus- und Kosinussätze), ist allerdings durch mehrere nötige Fallunterscheidungen etwas unübersichtlich. Das gleiche gilt für die Transformation des Ausbreitungsvektors.

5.1.3 Photonenverfolgung

Basisklasse: `PTracer`, abgeleitete Klassen: `Nonrel_PTracer_RK`, `Nonrel_PTracer`, `Schwarzschild_PTracer`.

Integration der Bahnkurve in der Säule: Da zur Integration der optischen Tiefe entlang des Photonenpfades ein adaptives Verfahren notwendig ist, muß die Integration der Bahnkurve innerhalb der Akkretionssäule beliebige Schrittweiten zulassen. In den Klassen `Nonrel_PTracer_RK` und `Schwarzschild_PTracer` wird ein Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung angewandt (z.B. Press et al. (1992)):

Gegeben sei ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung,

$$\frac{dy_i(x)}{dx} = f_i(x, y_1(x), \dots, y_N(x)). \quad (5.1)$$

Differentialgleichungen höherer Ordnung können stets auf ein System von Gleichungen erster Ordnung zurückgeführt werden.

Es liegt ein Anfangswertproblem vor: Die Photonen starten an einer definierten Position am Hotspot mit gegebener Energie. Die unabhängige Variable ist der Geodätenparameter λ , die abhängigen sind die Koordinaten r, φ . Die näherungsweise Berechnung von $y_n(x_{i+1}) \approx y_n(x_i + h)$ funktioniert folgendermaßen:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_i, y(x_i)) \\ k_2 &= hf(x_i + h/2, y(x_i) + k_1/2) \\ k_3 &= hf(x_i + h/2, y(x_i) + k_2/2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_4 &= hf(x_i + h, y(x_i) + k_3) \\
 y_n(x_{i+1}) &= y_n(x_i) + k_1/6 + k_2/3 + k_3/3 + k_4/6 + O(h^5)
 \end{aligned}$$

Anschaulich tut dieses dieses Verfahren nichts anderes, als sich durch Auswertung der Ableitung an mehreren Probepunkten an den Zielpunkt heranzutasten.

In der Schwarzschildmetrik tritt bei unbeschränkten Bahnen allerdings das Problem auf, daß die r -Koordinate eines solchen Probepunktes kleiner als der minimale Abstand des Photons zum Zentrum sein kann, so daß die Wurzel in Gl. (3.70) nicht mehr existiert. Dies muß abgefangen werden. Zu diesem Zweck wird bei der Initialisierung der Klasse mit dem zu verfolgenden Photon der Azimutwinkel φ_r berechnet, bei dem das Photon dem Neutronenstern am nächsten kommt. Dies geschieht durch Auswertung des entsprechenden elliptischen Integrals. Die Gleichung (3.70) für die radiale Komponente des Impulses wird folgendermaßen ausgewertet:

$$p_L^r = \frac{E_\infty}{c} \sqrt{\left| 1 - \frac{1 - r_s/r}{r^2} b^2 \right| / (1 - r_s/r) \cdot \text{sgn}(\varphi - \varphi_r)} \quad (5.2)$$

Dieses Verfahren hat sich in der Praxis gut bewährt. Im Gegensatz dazu liefern einige einfachere Ansätze ohne die Berechnung von φ_r (wie z.B. Nullsetzen der Wurzel wenn ihr Argument negativ war) falsche Ergebnisse, zumeist entweder Knicks in der Trajektorie oder Kreisbahnen um das Massezentrum.

Verfolgung ins Unendliche: Sobald ein Photon aus der Säule austritt, ist es nicht mehr notwendig, dessen Bahnkurve Punkt für Punkt über den Geodätenparameter aufzuintegrieren. Als neue unabhängige Variable wird r verwendet. Die sich dadurch ergebenden möglichen Komplikationen und deren Lösung wurden bereits in Abschnitt 3.4.2.3 beschrieben.

5.1.4 Wechselwirkung zwischen Plasma und einfallender Materie

Basisklasse: `interaction`. Abgeleitete Klassen: `simple_ia`, `rebetzky_ia`.

Die Berechnung des totalen Streukoeffizienten, der Ausbreitungsmoden und der Richtung und Polarisation der Photonen nach der Streuung im Plasmasystem geschieht in diesen Klassen. Dazu wird der entsprechenden Funktion die lokale Dichte, Magnetfeldstärke und -richtung sowie die Daten des eingehenden Photons übergeben.

Die Berechnung der neuen Richtung erfolgt, indem der (über den Azimutwinkel gemittelte) differentielle Streuquerschnitt über den Winkel θ zwischen \vec{k}' und \vec{B} aufintegriert wird, und zwar für beide Moden getrennt. Nun wird eine Zufallszahl im Intervall von $[0 \cdot \dots \cdot \kappa_{m0} + \kappa_{m1}]$ ermittelt; hierbei bezeichnen die $\kappa_{mm'}$ die Streukoeffizienten von Mode m nach Mode m' . Wenn die Zufallszahl kleiner als κ_{m0} ist, wird dem gestreuten Photon die Polarisation 0 zugewiesen, ansonsten 1. Im letzteren Fall wird κ_{m0} von der Zufallszahl abgezogen. Schließlich wird die Richtung aus der Verteilung für die entsprechende Polarisation mit dem in Abschnitt 4.3.2.2 beschriebenen Methode bestimmt.

`simple_ia` beschreibt isotrope Streuung mit dem totalen Querschnitt $n_e \sigma_T$. In `rebetzky_ia` ist das Wechselwirkungsmodell aus Abschnitt 3.2.5 implementiert.

5.1.5 Emissionsregion

Basisklassen: `EmissionRegion`, `CapHotSpot`. Abgeleitete Klassen: `FDCOHotSpot`, `PlanckHotSpot`, `FunnelHotSpot`, `TFDCOHotSpot`, `TableHotSpot`.

Die Emissionsregion beschreibt die Erzeugung der Photonen. Sie bestimmt den Ort, die Frequenz, die Polarisation sowie die Ausbreitungsrichtung nach Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die von verschiedenen Parametern abhängen können; im einfachsten Fall sind das der Öffnungswinkel der emittierenden Polkappe und die Akkretionsrate.

5.1.5.1 Zusammenhang zwischen Dichte, Akkretionsrate und Leuchtkraft

Die von außen vorgegebenen Parameter sind die Leuchtkraft im Unendlichen, die Geometrie (Fläche) der Emissionsregion sowie Masse und Radius des Neutronensterns. Aus diesen können die Dichte und Temperatur des Hotspots berechnet werden. Dies geschieht im folgenden unter der Annahme, daß die gesamte kinetische Energie des einfallenden Plasmas in Form von elektromagnetischer Strahlung emittiert wird. Weiterhin wird angenommen, daß die Plasmadichte über den ganzen Hotspot konstant ist; diese Einschränkung kann jedoch relativ leicht aufgehoben werden.

Die Form des Hotspots hängt auf komplizierte Weise von den Details des Akkretionsstroms am Alfvénradius ab. Da es diesbezüglich bisher kaum Modellrechnungen gibt, wurden verschiedene phänomenologische Geometrien verwendet: Polkappen, Ringe, und Teile davon. Die Fläche eines solchen Objektes mit einem inneren halben Öffnungswinkel θ_i , einem äußeren Winkel θ_o und einer azimutalen

Ausdehnung $0 \leq \Delta\phi \leq 2\pi$ ist

$$A = 2r_n^2(\cos\theta_i - \cos\theta_0)\Delta\phi \quad (5.3)$$

Hieraus ergeben sich als Spezialfälle die Formeln für Ringe ($\Delta\phi = 2\pi$) und Polkappen ($\theta_i = 0, \Delta\phi = 2\pi$).

Zur Berechnung des Zusammenhangs zwischen Leuchtkraft im Unendlichen, Akkretionsrate und Dichte auf der Neutronensternoberfläche müssen Effekte der Schwarzschildmetrik mit einbezogen werden.

Die lokal gemessene Akkretionsrate am Hotspot ist

$$\dot{M}_L = \frac{dM}{dt_L} = \frac{n_L m_H A (\beta c dt_L)}{dt_L} = n_P \gamma m_H A \beta c. \quad (5.4)$$

Hierbei ist n_L die lokal gemessene Dichte der einfallenden Atome, n_P die Dichte in ihrem Ruhesystem, und m_H die Masse eines Wasserstoffatoms. Ist ein signifikanter Anteil schwererer Elemente im Strom vorhanden, so sind diese durch einen entsprechenden Korrekturfaktor zu berücksichtigen. Die Dichte wird über die gesamte Fläche A als konstant angenommen. Für frei fallendes Plasma gilt weiterhin $\beta = \sqrt{r_s/r}$ und $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$.

Die im Unendlichen beobachtete Akkretionsrate ist $\dot{M} = dM/dt$ mit $dt = \gamma dt_L$; daher folgt

$$\dot{M} = \frac{1}{\gamma} \dot{M}_L \quad (5.5)$$

Die lokal gemessene Leuchtkraft an der Oberfläche ist

$$L_L = \frac{dE_L}{dt_L} = \dot{M}_L (\gamma - 1) c^2, \quad (5.6)$$

die im Unendlichen gemessene ist

$$L = \frac{dE}{dt} = \frac{dE_L/\gamma}{\gamma dt_L} = L_L/\gamma^2. \quad (5.7)$$

Anschaulich bedeutet dies, daß die Leuchtkraft auf dem Weg ins Unendliche durch zwei Effekte geringer wird: gravitative Rotverschiebung und die Tatsache, daß Uhren in einem Gravitationspotential langsamer gehen.

Schließlich ergibt sich durch Einsetzen

$$\dot{M} = \frac{L}{c^2} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \quad (5.8)$$

und

$$n_P = \frac{L}{m_H A \beta c^3} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \quad (5.9)$$

5.1.5.2 Temperatur und Spektren

Zwei Typen von Spektren fanden Verwendung: ein Schwarzkörperspektrum und ein Potenzgesetz mit *Fermi-Dirac-Cutoff* (FDCO), ein phänomenologisches Modell, das häufig verwendet wird, um das Kontinuum bei Beobachtungsdaten zu fiten (z.B. Kretschmar et al. (1998)). Zusätzlich gibt es eine Klasse, die das Spektrum nicht aus einer analytisch gegebenen Verteilung, sondern aus einer Tabelle erzeugt.

In allen diesen Klassen sind die Dichte und Plasmageschwindigkeit auf der gesamten Hotspotfläche konstant, und damit auch die Temperatur und das Spektrum.

Planckspektrum: Die Temperatur ergibt sich aus dem Stefan-Boltzmann Gesetz:

$$\sigma_P T^4 = \frac{L_L}{A} \Rightarrow T \approx 1,15 \cdot 10^7 \left(\frac{L_{27}}{A_6} \right)^{1/4} \text{ K} \quad \text{mit} \quad \sigma_P = 5,67 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2 \text{K}^4}$$

Die normierte Wahrscheinlichkeitsverteilung zur Erzeugung von Photonen mit einem Schwarzkörperspektrum in einem Energiebereich von 0 bis x_0 ist

$$p(x)dx = \frac{x^2 dx}{e^x - 1} / \left[\int_0^{x_0} \frac{x'^2 dx'}{e^{x'} - 1} \right] \xrightarrow{x_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2\zeta(3)} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} \quad (5.10)$$

mit $x = h\nu/k_B T$ und $\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} 1/n^z$. Die Erwartungswert von x ist hierbei

$$\langle x \rangle = \int_0^{x_0} x p(x) dx \xrightarrow{x_0 \rightarrow \infty} \frac{\pi^4}{30\zeta(3)}. \quad (5.11)$$

Die erzeugten Photonen haben also eine mittlere Energie von $\langle x \rangle k_B T$. Bei den praktischen Rechnungen gibt es eine obere Grenzfrequenz, bis zu der Photonen erzeugt werden; die Integration wird numerisch ausgeführt.

Bei bekanntem Spektrum und Leuchtkraft L_L der Emissionsregion kann die Photonenemissionsrate berechnet werden, die bei der quantitativen Auswertung benötigt wird:

$$\Gamma_{\text{Ph}} = \frac{L_L}{\langle x \rangle k_B T} \quad (5.12)$$

N/Γ_{Ph} entspricht der Zeit Δt_{sim} , die der Hotspot benötigt, um N Photonen zu emittieren; anschaulich also die Zeit, die während der Simulation im System des Hotspot vergeht.

Potenzgesetz mit Fermi-Dirac-Cutoff: Diese Verteilung hat gegenüber dem oft zum Fitten beobachteter Spektren verwendeten Potenzgesetz, das ab einer bestimmten Energie in einen exponentiellen Abfall übergeht, den Vorteil, daß der Übergang zwischen den beiden Bereichen glatter ist. Dadurch werden gewisse Artefakte bei der Analyse verhindert. Es hat drei freie Parameter (plus Normierung): Den Index α , der die Form des potenzgesetzförmigen Teils angibt, die *cutoff*-Energie E_{cut} , bei der der exponentielle Abfall beginnt, und E_{fold} , ein Parameter für die Breite des Übergangsbereiches zwischen Potenz- und Exponentialgesetz. Diese Parameter werden in den Modellen von außen vorgegeben.

Die normierte Wahrscheinlichkeitsverteilung für dieses Spektrum ist

$$p(x)dx = \frac{x^{-\alpha} dx}{e^{x-x_c} + 1} / \left[\int_0^{x_0} \frac{x'^{-\alpha} dx'}{e^{x'-x_c} + 1} \right] \quad (5.13)$$

Hierbei steht x für E/E_{fold} , und $x_c = E_{\text{cut}}/E_{\text{fold}}$.

Die Parameter sind rein phänomenologisch; Werte von $E_{\text{cut}} \approx 4E_{\text{fold}} \approx 15$ keV sind üblich.

Der Erwartungswert für x ist wiederum durch die linke Seite von Gl. (5.11) gegeben; die lokale Photonemissionsrate nun

$$\Gamma_{\text{Ph}} = \frac{L_L}{\langle x \rangle E_{\text{fold}}}, \quad (5.14)$$

da die Photonen im Mittel eine Energie von $\langle x \rangle E_{\text{fold}}$ besitzen.

5.1.5.3 Emissionsort

Die Emission ist gleichmäßig über die gesamte Hotspotfläche verteilt. Daher ist die Wahrscheinlichkeit für jedes ϕ gleich groß; der Polarwinkel θ ergibt sich aus der Verteilung

$$p(\theta)d\theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta_i - \cos \theta_o} d\theta \quad (5.15)$$

Mit der Transformationsmethode ergibt sich $\cos \theta$ aus der gezogenen Zufallszahl r zu

$$\cos \theta = \cos \theta_i - r(\cos \theta_i - \cos \theta_o) \quad (5.16)$$

5.1.5.4 Richtung

Bei isotroper Emission hängt die spezifische Intensität I_ν nicht von der Richtung ab. Die Zahl der emittierten Photonen ist $dN = dE/(h\nu) = I_\nu/(h\nu)d\nu dA_\perp d\Omega$. Wegen $dA_\perp \sim \cos \vartheta$ und $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ ergibt sich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Winkel zwischen Ausbreitungs- und radialer Richtung $p(\vartheta)d\vartheta = \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta$, oder

$$p(\mu)d\mu = \mu d\mu \quad (5.17)$$

mit $\mu = \cos \vartheta \in [0, 1]$, da natürlich keine Photonen erzeugt werden sollen, die in den Neutronenstern hineinfliegen. Das Transformationsverfahren führt dann auf

$$\mu = \sqrt{r}. \quad (5.18)$$

Die Komponenten des Einheitsvektors, der in die Richtung der Photonenausbreitung zeigt, ergeben sich zu:

$$k^r = \cos \vartheta \quad (5.19)$$

$$k^\theta = \sin \vartheta \cos \varphi \quad (5.20)$$

$$k^\phi = \sin \vartheta \sin \varphi \quad (5.21)$$

φ ist gleichverteilt im Bereich von 0; 2π .

5.1.5.5 Trichterförmige Emissionsregion

Im Kraus (2001) wird die Abstrahlungscharakteristik einer Akkretionssäule, die die Form eines radialen Trichters hat, berechnet. Die Motivation hierfür waren Modelle von Basko und Sunyaev (1975, 1976), in denen angenommen wird, daß – eine entsprechend hohe Akkretionsrate vorausgesetzt – das Plasma oberhalb der Neutronensternoberfläche abgebremst, aber weiterhin durch die Magnetfeldlinien eingesperrt wird. In dieser Region ist die Dichte des Plasmas aufgrund dessen langsamer Geschwindigkeit sehr viel größer als in der Freifallzone. In der Nähe der Neutronensternoberfläche kann eine solche Geometrie grob durch einen radialen Trichter angenähert werden (Abb. 5.1).

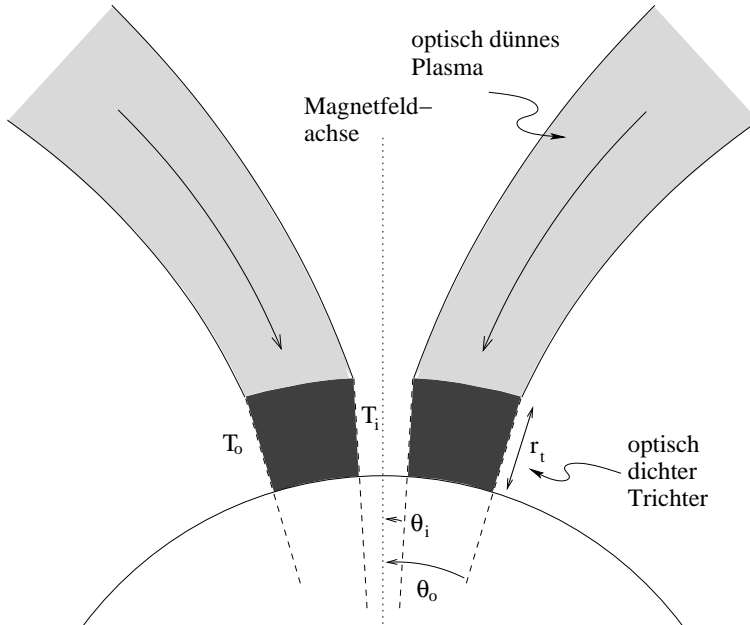


Abb. 5.1: Querschnitt durch ein um eine optisch dünne Freifallzone erweitertes Trichtermodell von U. Kraus: Die Wände eines optisch dichten Trichters emittieren und absorbieren die Photonen.

Der Trichter erstreckt sich bis zur Höhe $r_n + r_t$. Er hat einen inneren Öffnungswinkel von θ_i , einen äußeren von θ_o . Die Photonen werden von den Wänden emittiert. Hierbei wurden von Kraus (2001) die gravitative Lichtablenkung und die Abschattung der Emission durch den Trichter berücksichtigt.

Die Ergebnisse von U. Kraus sollten mit einer Monte-Carlo-Simulation bestätigt werden. Im weiteren sollten die schon vorhandenen Fähigkeiten des Codes dazu verwendet werden, ein detaillierteres Modell zu simulieren. Die wichtigste Erweiterung ist die Zone optisch dünnen, frei fallenden Plasmas, die oben auf dem Trichter aufgesetzt wird (Abb. 5.1), so daß Streuung der Photonen am einfallenden Plasma mitberücksichtigt wird. Dazu war es nötig, dem Trichter eine endliche Dicke zuzuschreiben. Der Einfachheit halber wurde abermals angenommen, daß die Wände des Trichters ein thermisches Spektrum emittieren, wobei sie verschiedene Temperaturen haben können, da die äußere Wand relativ frei abstrahlt, während die innere viele Photonen, die von ihr emittiert wurden, wieder absorbiert. Die Temperaturen werden dabei von außen vorgegeben.

Zahl der innen/außen entstehenden Photonen: Die Wahrscheinlichkeit $p_i = 1 - p_a$, ein Photon vom inneren Rand der Säule zu emittieren, muß so gewählt sein, daß sich am Ende die richtigen Leuchtkräfte bzw. das richtige Verhältnis der abgestrahlten Energie für innen und außen ergibt. Mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz ergibt sich

$$L_i = \sigma_P T_i^4 A_i \quad (5.22)$$

Andererseits muß auch gelten

$$L_i = \Gamma_i \langle x \rangle k_B T_i = \frac{N p_i}{\Delta t_{\text{sim}}} \langle x \rangle k_B T_i \quad (5.23)$$

mit der Photonenemissionsrate Γ aus Gl. (5.12), und der Zahl der simulierten Photonen N . Dies führt auf

$$\sigma_P T_i^4 A_i = \frac{N p_i}{\Delta t_{\text{sim}}} \langle x \rangle k_B T_i, \quad (5.24)$$

und analog für die äußere Wand. Die Konstanten N , σ_P , $\langle x \rangle$, k_B und Δt_{sim} sind in beiden Fällen gleich. Ihre Elimination ergibt

$$\frac{p_i T_i}{A_i T_i^4} = \frac{(1 - p_i) T_o}{A_o T_o^4}, \quad (5.25)$$

und schließlich

$$p_i = \left[1 + \frac{T_o^3 \cos \theta_o}{T_i^3 \cos \theta_i} \right]^{-1}. \quad (5.26)$$

5.1.5.6 Emissionsort

Der Ort der entstehenden Photonen ist bei allen Varianten gleichmäßig über die gesamte Fläche verteilt. Dabei wird nicht berücksichtigt, daß der Trichter eine endliche Ausdehnung in radialer Richtung besitzt - strenggenommen müßte man bei der Emission die verschiedenen Eigenzeiten für jedes Flächenelement beachten. Bei hinreichend kleinen Trichtern kann dies jedoch ohne allzu großen Fehler vernachlässigt werden.

Da der Trichter nach oben breiter wird, ist die Wahrscheinlichkeit, an einem gegebenen Ort ein Photon zu emittieren, proportional zu dessen Radialkoordinate r :

$$p(r)dr = \frac{2r}{(r_n + r_t)^2 - r_n^2} \quad (5.27)$$

Dies führt auf die Vorschrift

$$r = \sqrt{r_n^2 + x [(r_n + r_t)^2 - r_n^2]} \quad (5.28)$$

5.1.5.7 Richtung

isotrope Emission: Bei isotroper Emission ergeben sich für den Winkel δ zwischen der Ausbreitungsrichtung und der Normale zur Trichteroberfläche die gleichen Formeln wie für ϑ in Abschnitt 5.1.5.4; für die Komponenten gilt dann

$$k^r = \sin \delta \cos \varphi \quad (5.29)$$

$$k^\theta = \pm \cos \delta \quad (5.30)$$

$$k^\phi = \sin \delta \sin \varphi \quad (5.31)$$

φ ist wiederum gleichverteilt zwischen 0 und 2π , bezeichnet jetzt aber den Azimutwinkel senkrecht zur Trichteroberfläche. Das Vorzeichen von k^θ ist positiv, wenn das Photon von der äußeren Wand emittiert wird, und negativ im Fall der inneren.

Emission bevorzugt in Magnetfeldrichtung, $I_\nu \sim \sin^2 \beta$: Daneben wurden verschiedene gerichtete Emissionsmodelle programmiert. Im ersten davon ist $I_\nu \sim \sin^2 \beta$, mit dem Winkel β zwischen Ausbreitungs- und Radialrichtung, die grob mit der Magnetfeldrichtung übereinstimmt. In diesem Fall ist

$$\sin^2 \beta = 1 - (k^r)^2 = 1 - (\sin \delta \cos \varphi)^2 \quad (5.32)$$

Daraus folgt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, die sowohl von δ als auch von φ abhängt:

$$p(\delta, \varphi) d\delta d\varphi \sim \sin \delta \cos \varphi (1 - (\sin \delta \cos \varphi)^2) \quad (5.33)$$

Um zunächst δ zu bestimmen, wird Gl. (5.33) über alle φ integriert, und danach zur unabhängigen Variable $\mu = \cos \delta$ übergegangen. Dies liefert die normierte Verteilung

$$p(\mu) d\mu = \frac{4}{3} \mu (1 + \mu^2) \quad (5.34)$$

Integrieren und umkehren liefert die Bestimmungsvorschrift für δ :

$$\mu = (\sqrt{1 + 3r} - 1)^{\frac{1}{2}} \quad (5.35)$$

Zur Bestimmung von φ wird Gl. (5.33) nun so skaliert, daß sie eine normierte Wahrscheinlichkeitsverteilung darstellt:

$$p_\delta(\varphi) d\varphi = \frac{1 + \cos^2 \varphi (\cos^2 \delta - 1)}{\pi(1 + \cos^2 \delta)} \quad (5.36)$$

Diese ist leider nicht analytisch umkehrbar; daher wird φ mit dem Ablehnungsverfahren bestimmt. Hierfür wird zunächst eine obere Schranke benötigt; der hierzu notwendige Maximalwert $(\pi(1 + \cos^2 \delta))^{-1}$ von (5.36) ist leicht zu berechnen.

Emission bevorzugt in Magnetfeldrichtung, $I_\nu \sim \sin^4 \beta$: Eine noch stärker gerichtete Emission erhält man, wenn man $I_\nu \sim \sin^4 \beta$ verwendet. Die Herleitung verläuft genauso wie im vorigen Abschnitt, und ist unter Zuhilfenahme von Maple kein großes Problem. Deshalb seien an dieser Stelle nur die fertigen Formeln angegeben.

$$\begin{aligned}
Q &= 297 + 750r + 2025r^2 \\
S &= 100 + 540r + 12Q \\
M &= S^{\frac{2}{3}} - 32 - 2S^{\frac{1}{3}} \\
\mu &= \left(\frac{(25 + 135r + 3Q)M^3}{54S^2} \right)^{\frac{1}{6}}
\end{aligned} \tag{5.37}$$

$$p(\varphi)d\varphi = 4 \frac{(1 + \cos^2 \varphi (\cos^2 \delta - 1))^2}{\pi(3 + 2 \cos^2 \delta + 3 \cos^4 \delta)} \tag{5.38}$$

Das für das Ablehnungsverfahren benötigte Maximum dieser Verteilung ist

$$\frac{4}{\pi(3 + 2 \cos^2 \delta + 3 \cos^4 \delta)} \tag{5.39}$$

Strahlungsreibung – Emission mit Lorentztransformation: Schließlich kann eine anisotrope Emission der Trichterwand auch durch die Plasmabewegung selbst verursacht sein: Da der Trichter optisch dicht ist, werden die Photonen mitgeführt. In den äußeren Bereichen kann die Abbremsung durch den Strahlungsdruck wesentlich geringer sein, so daß sich das Plasma dort mit einem signifikanten Anteil der Lichtgeschwindigkeit bewegt (Lyubarskii und Sunyaev, 1988). In diesem Falle kann man davon ausgehen, daß die Emission zwar im Plasmaruhsystem isotrop ist, aber nicht im ruhenden Lorentzsystem.

Dieses Modell ist sehr einfach zu implementieren, indem man die Photonen nach der isotropen Erzeugung einem Lorentzboost mit der Plasmageschwindigkeit unterzieht.

5.1.6 Akkretionssäule

Basisklasse: `accretion_column`. Abgeleitete Klassen: `AccColVarHsDensity`, `AccColShock`, `FunnelColumn`.

In der Akkretionssäule findet der Strahlungstransport (Integration der optischen Tiefe, Streuung der Photonen) statt; diese Komponente stellt daher das Herzstück der Simulation dar. Weiterhin sind hier die wichtigen Funktionen zur Berechnung der Plasmageschwindigkeit und -dichte implementiert.

5.1.6.1 Geschwindigkeitsfeld: Freifallnäherung

Nimmt man an, daß die Geschwindigkeit des Plasmas weit vom Neutronenstern entfernt (in der Akkretionsscheibe) klein ist, so ist ihr Betrag nur vom Verhältnis r/r_s abhängig, da das Magnetfeld zwar die Bahnen der Elektronen und Protonen auf dessen Linien einschränkt, den Teilchen selbst aber keine Energie zuführt oder entzieht. Auf diese Weise sind an jedem Ort Geschwindigkeit und Richtung der Teilchen gegeben.

Dies führt auf

$$u^\alpha = (u^t, u^r, u^\theta, u^\phi);$$

$$u^t = c \frac{1}{1 - \frac{r_s}{r}} \quad (5.40)$$

$$u^r = c \frac{B_L^r}{B_L} \sqrt{\frac{r_s}{r}} \quad (5.41)$$

$$u^\theta = c \frac{B_L^\theta}{B_L} \frac{\sqrt{\frac{r_s}{r}}}{r \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}} \quad (5.42)$$

$$u^\phi = 0 \quad (5.43)$$

(Kraus, 1992). In der normierten Basis des lokalen (relativ zum Neutronenstern ruhenden) Lorentzsystems hat sie die Komponenten

$$u_L^t = c \frac{1}{\sqrt{1 - r_s/r}} \quad (5.44)$$

$$u_L^r = c \frac{1}{\sqrt{1 - r_s/r}} \frac{B_L^\theta}{B_L} \sqrt{\frac{r_s}{r}} \quad (5.45)$$

$$u_L^\theta = c \frac{1}{\sqrt{1 - r_s/r}} \frac{B_L^r}{B_L} \sqrt{\frac{r_s}{r}} \quad (5.46)$$

$$u_L^\phi = 0 \quad (5.47)$$

Den Betrag des Plasmageschwindigkeit im lokalen Lorentzsystem erhält man folgendermaßen:

$$v_L = \frac{ds}{dt_L} = \frac{ds}{d\tau} \frac{d\tau}{dt_L} = \frac{\sqrt{(u_L^\theta)^2 + (u_L^r)^2}}{u_L^t/c} = \sqrt{\frac{r_s}{r}} c = \sqrt{\frac{2GM_n}{r}}$$

Dies ist genau der Wert der Geschwindigkeit im klassischen Fall. Für $r_n/r_s = 2,5$, was einer Neutronensternmasse von 1,4 Sonnenmassen und einem Radius von 10,5 km entspricht, ergibt sich $v \approx 0,6c$.

5.1.6.2 Dichte

Ebenso wie der Ausdruck für die 4-Geschwindigkeit wurde auch das Dichtefeld von Kraus (1992) berechnet. Dabei geht man von der kovarianten Kontinuitätsgleichung aus:

$$(n_P(x)u^\alpha(x))_{;\alpha} = 0 \quad (5.48)$$

Führt man die Differentiation in der Schwarzschildmetrik durch, so erhält man:

$$\frac{\partial}{\partial r}(n_P u^r) + \frac{\partial}{\partial \theta}(n_P u^\theta) + 2/r(n_P u^r) + \cot \theta(n_P u^\theta) = 0.$$

Wenn man nun die obigen Formeln (5.40) bis (5.43) einsetzt und die Antisymmetrie des Feldstärketensors ausnutzt, kommt man zur folgenden Gleichung:

$$B_\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{n_P}{B_L} \sqrt{\frac{r_s}{r}} \right) = B_r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{n_P}{B_L} \sqrt{\frac{r_s}{r}} \right). \quad (5.49)$$

Das bedeutet, daß der Ausdruck in den Klammern entlang einer Feldlinie konstant ist. Damit läßt sich die Gleichung entlang einer Magnetfeldlinie integrieren, und es ergibt sich die folgende Erhaltungsgröße auf den Feldlinien:

$$\frac{n_P}{B_L} \sqrt{\frac{r_s}{r}} =: K_n \quad (5.50)$$

Somit kann die Dichte an jedem beliebigen Punkt innerhalb der Akkretionssäule berechnet werden, indem man zunächst die Feldlinie mit Gleichung (3.81) an den Hotspot verfolgt, aus der dort bekannten bzw. vorgegebenen Dichte die Konstante K_n bestimmt, und diese in die nach n_P aufgelöste Gleichung (5.50) einsetzt. Um die Dichte im lokal ruhenden Lorentzsystem zu erhalten, muß man den erhaltenen Wert noch mit γ multiplizieren.

5.1.6.3 Allgemeineres Geschwindigkeits- und Dichtefeld

Ab einer bestimmten Leuchtkraft beginnt der Strahlungsdruck, das Plasma schon oberhalb der Neutronensternoberfläche abzubremesen; die Freifallnäherung ist also nur für geringe Leuchtkräfte gültig (Basko und Sunyaev, 1976). Da die Plasmageschwindigkeit eine wichtige Rolle im Strahlungstransport spielt, ist es sinnvoll,

verschiedene Geschwindigkeitsfelder zu simulieren, um sich ein Bild von den Auswirkungen hiervon zu machen.

Im einfachsten Fall hängt die Geschwindigkeit auch weiterhin nur von r ab und ist parallel zu den Magnetfeldlinien. Gibt man $v_L(r)$ vor, so sind die Komponenten von u^α durch die folgenden Bedingungen festgelegt:

$$\begin{aligned} u_\alpha u^\alpha &= -c^2 \\ \frac{u_L^\theta}{u_L^r} &= \frac{B_L^\theta}{B_L^r} \\ v_L(r) &= \frac{\sqrt{(u_L^r)^2 + (u_L^\theta)^2}}{(u_L^t/c)^2} \\ u_L^\phi &= 0 \end{aligned}$$

Wird diese Vierergeschwindigkeit in die Kontinuitätsgleichung (5.1.6.2) eingesetzt, erhält man analog zur Berechnung im vorhergehenden Abschnitt eine Erhaltungsgröße, die für $v_L = \sqrt{(r_s/r)}c$ in (5.50) übergeht:

$$K_n = \frac{n_P}{B_L} (v_L/c) \sqrt{\frac{1 - (r_s/r)}{1 - (v_L/c)^2}} \quad (5.51)$$

Um die Auswirkungen des Strahlungsdrucks zu testen, wurde ein sehr vereinfachtes Abbremsungsmodell implementiert, in dem die Geschwindigkeit des Plasmas gleich der Freifallgeschwindigkeit multipliziert mit einer arctan-Funktion ist (vgl. Abb. 5.2).

$$v(r)/v_{\text{ff}}(r) = \left(\arctan \frac{r - r_{\text{sh}}}{w_{\text{sh}}} \right) / \pi + \frac{1}{2} \quad (5.52)$$

Die Parameter r_{sh} und w_{sh} bestimmen die Lage und Breite des Schocks. Die Form der Funktion wurde durch Riffert (1988) motiviert, ist aber ansonsten willkürlich gewählt. Es wurden auch keine Effekte aufgrund der höheren Temperatur des Gases nach der Abbremsung berücksichtigt; im Modell sind einzig und allein die Auswirkungen der verringerten Geschwindigkeit (Lage der Zyklotronlinie) und der dadurch höheren Dichte (mehr Streuung) enthalten.

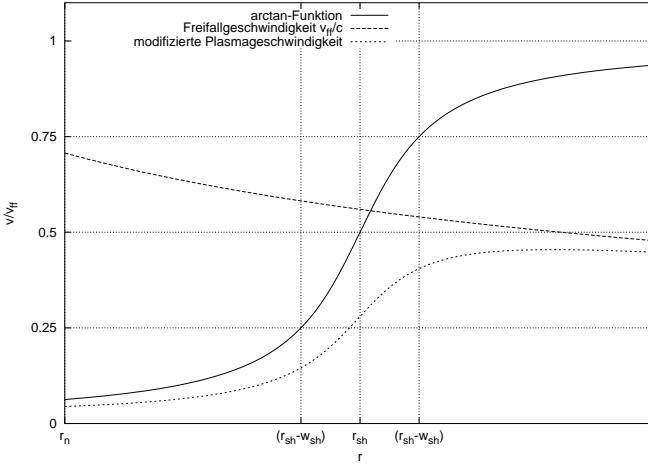


Abb. 5.2: Sehr einfaches Modell der Abbremsung des einfallenden Plasmas, beispielsweise durch einen stoßfreien oder radiativen Schock.

5.1.6.4 Bahnverfolgung und Integration der optischen Tiefe

Die Integration der optischen Tiefe erfolgt mittels eines adaptiven Verfahrens: Zunächst wird die Bahnkurve des Photons, das sich am Ort \vec{r} befindet, einen Schritt $\Delta\lambda$ aufintegriert (s. Abschnitt 5.1.3). Nun wird an der neuen Position \vec{r}' der Streukoeffizient κ berechnet. Danach werden verschiedene Bedingungen ausgewertet, die beurteilen, ob die Schrittweite hinreichend klein war. Ist dies der Fall, wird der Schritt akzeptiert, und die in diesem Schritt durchquerte optische Tiefe $\Delta\tau$ zur Gesamttiefe addiert. $\Delta\tau$ ergibt sich aus

$$\Delta\tau \approx \frac{d\tau}{d\lambda} \Delta\lambda \approx \frac{\kappa_L(\vec{r})E_L + \kappa_L(\vec{r}')E'_L}{2c} \Delta\lambda \tag{5.53}$$

κ_L ergibt sich durch eine Lorentztransformation aus dem im Plasmaruhesystem berechneten Wert (Pomraning, 1973):

$$\kappa_L = \frac{\kappa_P}{\gamma(1 + \mu_0\beta)} \quad \text{mit} \quad \beta = \left| \frac{v_L}{c} \right| \tag{5.54}$$

Diese Gleichung erhält man auch aus der Forderung $d\tau_L \stackrel{!}{=} d\tau = \kappa ds = \kappa(c/E)d\lambda$, da der Bahnparameter λ und die optische Tiefe τ Lorentzskalare sind.

Der erste Schritt erfolgt mit einer Schrittweite von $0,1 r_n$. Nach jedem Schritt werden die folgenden Bedingungen ausgewertet; sobald eine davon erfüllt ist, wird die Schrittweite halbiert und der Schritt wiederholt. Diese Bedingungen sind:

1. Die Resonanz wurde mit einem Schritt, der größer als die einem vorher festgelegten Bruchteil der Resonanzbreite entsprechende Weite war, überschritten. Diese Weite wird wie folgt berechnet:

$$\Delta\lambda_{\text{res}} = \frac{m_e\Gamma}{eN} \left| \frac{ds}{dB} \frac{d\lambda}{ds} \right| = \Delta\lambda_{\text{res}} = \frac{m_e\Gamma}{eN} \left| \hat{k}(\vec{\nabla}B) \frac{\hbar\omega_L}{c} \right|^{-1}$$

Γ ist die Breite (3.49) und $N = 20$ die Zahl der Schritte, in die die Resonanz aufgelöst werden soll.

2. Ein lokales Maximum der Magnetfeldstärke wurde überschritten, wobei die geschätzte Feldstärke am Maximum entweder mindestens 7% höher als am Ort nach dem Schritt ist, oder eine Resonanz zwischen dem Ort vor oder nach dem Schritt und dem Ort des Maximums liegt.

Das Kriterium, ob ein Maximum zwischen dem Ort vor und nach dem Schritt vorliegt, ist ob sich das Vorzeichen von $dB/d\lambda = \hat{k}(\vec{\nabla}B)(\hbar\omega_L/c)$ geändert hat.

Minima der magnetischen Feldstärke treten innerhalb der Akkretionssäule entlang der Photonenbahnen nicht auf, da deren Krümmung hinreichend klein ist, und das Feldstärkemaximum auf der Magnetfeldachse liegt.

3. Das Photon tritt mit einem Schritt, der größer als eine festgelegte minimale Schrittweite ist, in den mit Materie gefüllten Teil der Akkretionssäule ein oder aus ihm aus. Ein Wert von $\delta s_{\text{min}} = 1\text{m}$ hat sich als ausreichend klein erwiesen.
4. Der Streukoeffizient κ hat sich mehr als 25% geändert.

Nachdem ein Schritt akzeptiert wurde, wird überprüft, ob sich der Streukoeffizient dabei um weniger als fünf Prozent geändert hat; ist dies der Fall, wird die Schrittweite im nächsten Schritt verdoppelt.

5.1.7 Reprozessierung auf der Neutronensternoberfläche

Basisklasse: `Reprocession`. Abgeleitete Klassen: `noReprocession`, `diffuseReflection`, `LocalTReproc`

Ein Teil der Strahlung wird auf die Neutronensternoberfläche zurückgestreut und dort reprozessiert. Um den hiervon ausgehenden Effekt abzuschätzen, wurden verschiedene einfache Modelle implementiert:

1. Absorption der Strahlung (keine Reprozessierung)
2. diffuse Reflexion: eine neue Richtung und Polarisation werden zufällig (isotrop) bestimmt
3. thermische Reprozessierung: Die Oberfläche wird in ein Gitter aufgeteilt. Während der Simulation wird mitprotokolliert, wieviel Energie auf jedes Flächenelement trifft. Am Ende wird diese Energie mit einem Schwarzkörperspektrum und isotroper Richtungsverteilung emittiert und ggf. durch die Akkretionssäule verfolgt.

5.2 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Resultate einiger Simulationsrechnungen präsentiert. Dabei werden zunächst die Ergebnisse zu einem Parametersatz detailliert vorgestellt und analysiert: Den Anfang machen einige Konsistenzüberlegungen, danach werden Strahlungscharakteristiken und Spektren und deren Abhängigkeit von der Polarisation, der Zahl der Streuungen, Energie und Richtung beschrieben.

In den weiteren Abschnitten werden einzelne Parameter und Modellkomponenten modifiziert und die Auswirkungen dieser Veränderungen beschrieben.

5.2.1 Ein Modell im Detail

Die Parameter des Basismodells sind in Tab. 5.1 aufgelistet.

Für die meisten der folgenden Darstellungen wurden die Ergebnisse einer XPulsar@home-Rechnung mit etwa zwei Milliarden Photonen verwendet. Allerdings ist die Temperatur bei ansonsten gleichen Parametern in diesen Modellen aufgrund eines Programmfehlers etwa 10% geringer als die sich durch die Überlegungen aus dem vorigen Kapitel ergebenden Werte. Da diese Überlegungen den Energieverlust des Plasmas bei der Streuung von Photonen nicht einschließen, ist die so erhaltene Temperatur jedoch zu hoch; dies wird im nächsten Abschnitt genauer erläutert. Insofern ist der systematische Fehler, der durch die Verwendung der XPulsar@home-Ergebnisse entsteht, nicht viel größer als der, der in den Modellen mit der höheren Temperatur vorhanden ist; demgegenüber ist der Gewinn an Übersicht durch den praktisch nicht mehr vorhandenen statistischen Fehler beträchtlich.

Eine andere Einschränkung der XPulsar@home-Daten liegt in der Tatsache, daß dort nur Photonen bis zur fünffachen Energie des Maximums des Planckspektrums erzeugt wurden; eine weitere, daß die Polarisation der entkommenden Photonen nicht mehr reproduziert werden kann. An Stellen, wo die Gefahr besteht, daß dadurch Ergebnisse verfälscht werden können, wurden neu berechnete Daten verwendet, die allerdings eine deutlich schlechtere Statistik haben. Wo dies der Fall ist, wird explizit darauf hingewiesen.

Parameter	Wert
r_n	8,4 km
L_{cap}	$4 \cdot 10^{27}$ W
B_{pol}	$2,6 \cdot 10^{12}$ G
M_n	$1,4 M_{\odot}$
θ	5°
Hotspotgeometrie	Polkappe
Eingangsspektrum	Schwarzkörper
r_s/r_n	0,49
Plasmaruhedichte am Hotspot	$2,61 \cdot 10^{23} \text{m}^{-3}$
Akkretionsrate	155 Milliarden t/s
Leuchtkraft am Hotspot	$7,87 \cdot 10^{27}$ W
Hotspottemperatur	$16,9 \text{ MK}$ ($k_B T = 1,46 \text{ keV}$)
Hotspotfläche	$3,4 \text{ km}^2$
$v_{\text{HS}} = \beta_{\text{HS}} \cdot c$	$0,7 c$
$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$	1,4

Tabelle 5.1: Parameter des Basismodells. Die Werte in der unteren Hälfte der Tabelle lassen sich aus den Parametern in der oberen berechnen.

5.2.1.1 Energiebilanz und Konsistenz des Modells

Um Energiemengen und Leuchtkräfte zu vergleichen, muß man sich zunächst auf ein Bezugssystem festlegen, auf das man diese Größen bezieht. Hierbei bieten sich vor allem das System des unendlich fernen Beobachters und das lokal ruhende Lorentzsystem am Hotspot an. Der Zusammenhang zwischen Leuchtkräften in diesen zwei Systemen ist

$$L_{\infty} = \frac{L_{\text{HS}}}{\gamma^2} \quad (5.55)$$

(Gl. (5.7)). Im folgenden werden beide Systeme verwendet. Die Analyse erfolgt nicht mit XPulsar@home-Daten, da dort keine Statistiken zur Reprozessierung und zum Energieübergang zwischen Elektronen und Photonen geführt wurden.

Von den $4 \cdot 10^{27}$ Watt, die das System ohne Wechselwirkung mit dem einfallenden Plasma ins Unendliche emittieren würde, entkommen $3,5 \cdot 10^{27}$ W ungestreut; die gesamte Leuchtkraft des Systems im Unendlichen beträgt $3,6 \cdot 10^{27}$ W. Die fehlenden etwa zehn Prozent werden auf den Neutronenstern zurückgestreut.

Eine Simulation ist dann konsistent in dem Sinne, daß die Energiebilanz der Emissionsregion ausgeglichen ist und sich somit ihre Temperatur nicht ändert, wenn die dem System aus Säule und emittierendem Hotspot zugeführte Energie gleich der ist, die diesem System verlorenght.

Photonen, die an Plasmaelektronen streuen, entziehen diesen kinetische Energie. Dieser Energieübertrag geht verloren, wenn die Photonen ins Unendliche entkommen oder außerhalb der Emissionsregion auf den Neutronenstern auftreffen. Wird das Photon dagegen in den Hotspot zurückgestreut, so bleibt die Energie im System. Bei oben angegebenen Parametern haben die gestreuten und ins Unendliche entkommenden Photonen vor der Streuung eine auf $r = r_n$ bezogene Leuchtkraft von etwa $1,7 \cdot 10^{26}$ W, und danach $2,8 \cdot 10^{26}$ W. Diejenigen, die zurückgestreut werden, haben vorher $4,5 \cdot 10^{26}$ W, danach $14,6 \cdot 10^{26}$ W. Der Gesamtenergieverlust beträgt also etwa $1,1 \cdot 10^{27}$ W.

Energie wird gewonnen, wenn ein emittiertes Photon in den Hotspot zurückgestreut wird. Dabei spielt der Energieübertrag bei der Streuung keine Rolle, da dieser Teil der Photonenenergie ohne die Streuung durch das einfallende Plasma auf den Hotspot transportiert werden würde; der maßgebliche Beitrag ist die Energie, die die Photonen von vornherein bei der Emission haben. Dies sind in diesem Fall $4,4 \cdot 10^{26}$ W.

Im lokalen System an der Neutronensternoberfläche emittiert der Hotspot eine Leuchtkraft von $7,87 \cdot 10^{27}$ W. Insgesamt stehen dem System also etwa 8% weniger Energie zur Verfügung, als zur Aufrechterhaltung der Temperatur benötigt würden. Konsistentere Ergebnisse sind von einem System zu erwarten, in dem die Hotspottemperatur um soviel geringer ist, daß die abgestrahlte Leistung um diese 8% kleiner wird.

Da $L \sim T^4$ ist, wäre die Temperatur um etwa 2% zu senken. Da dies kaum sichtbare Auswirkungen auf Spektrum und Abstrahlungscharakteristik hätte, wurde ein solcher Versuch nicht unternommen.

Strahlungsdruck: Als nächstes wird die Abbremsung des Plasmas vor dem Auftreffen auf dem Hotspot untersucht: Verliert das Gas einen signifikanten Anteil sei-

ner kinetischen Energie durch Streuung mit den Photonen, so ist dessen Geschwindigkeit an der Neutronensternoberfläche kleiner als $v_{\text{ff}} = (r_s/r)^{1/2}$. In diesem Falle wäre das Modell inkonsistent.

Die Energie, die das Plasma verliert, ist gleich der Energie, die die Photonen gewinnen. Durch Mitprotokollieren und Vergleich der Photonenenergien am Start und am Ende (d.h. beim Wiederauftreffen auf die Neutronensternoberfläche oder im Unendlichen) kann man hierüber quantitative Aussagen machen; natürlich muß die Leuchtkraft der entkommenden Photonen dazu wiederum auf das ruhende Lorentzsystem an der Neutronensternoberfläche umgerechnet werden. Damit ergibt sich ein Energieverlust von $2,4 \cdot 10^{27}$ W. Dies ist etwa ein Drittel der kinetischen Energie des frei einfallenden Plasmas, was wiederum bedeutet, daß die Geschwindigkeit gegenüber der Freifallgeschwindigkeit maximal um etwa 15%, also von $0,7c$ auf $0,6c$ verringert ist. Ein Wert in dieser Größenordnung ist auch zu erwarten, da die Plasmageschwindigkeit nahezu antiparallel zu der Ausbreitungsrichtung der Photonen ist.

Nach den Untersuchungen von Kraus (1992, S. 56ff) steigt der auf das Plasma wirkende Strahlungsdruck in der Nähe der Neutronensternoberfläche stark an, einerseits weil dort Materie- und Strahlungsdichte am höchsten sind, andererseits als Folge der Randbedingung: Am Start geben alle Photonen, die dort resonant sind, einen Teil ihrer Energie und ihres Impulses an das Plasma ab; ein guter Teil der Photonen, die in größeren Höhen resonant werden, wird dagegen schon auf dem Weg dorthin gestreut, so daß sich der Impulsübertrag auf eine breitere Zone verteilt. Für Leuchtkräfte in der Größenordnung des Basismodells ist die durch den Strahlungsdruck ausgeübte Kraft nur direkt an der Neutronensternoberfläche mit der Gravitation vergleichbar, so daß sich das Plasma bis knapp darüber praktisch ungebremst im freien Fall befindet; bei der zehnfachen Leuchtkraft gleichen sich Gravitations- und Strahlungskraft dagegen bereits etwa zwei Kilometer oberhalb der Neutronensternoberfläche aus. Der letztere Fall liegt damit klar außerhalb des Gültigkeitsbereiches dieses Modells.

Um die Auswirkungen eines veränderten Geschwindigkeitsprofils abzuschätzen, wurde ein phänomenologisches Stoßmodell entwickelt (Abschnitt 5.1.6.3). Die Ergebnisse hiervon werden weiter unten im Abschnitt 5.2.2.6 vorgestellt.

5.2.1.2 Strahlungscharakteristik

In Abb. 5.3 ist die Gesamtabstrahlungscharakteristik des Systems im Unendlichen gezeigt, und zwar für eine einzelne und die Summe zweier gegenüberliegender Polkappen. Die Akkretion erfolgt vom obereren Rand her. Aufgetragen ist die Leuchtkraft pro Raumwinkel in Watt pro sterad, d.h. die Radian sind proportional zu den

vom Beobachter gemessenen Intensitäten.

Bei dieser Art von Darstellung ist – insbesondere beim Vergleich verschiedener Modelle – zu beachten, daß die Gesamtleuchtkraft des Systems nichts mit dem Flächeninhalt des Polardiagramms, oder gar dem Volumen des Rotationskörpers, der bei Drehung des Diagramms um die Magnetfeldachse entsteht, zu tun hat:

$$L_{\text{total}} = \int \sin \theta \, d\theta \, d\phi \left(\frac{dL}{d\Omega} \right) \quad (5.56)$$

$$A_{\text{Graph}} = \int d\theta \left(\frac{dL}{d\Omega} \right)^2 \quad (5.57)$$

$$V_{\text{rot}} = \frac{1}{3} \int \sin \theta \, d\theta \, d\phi \left(\frac{dL}{d\Omega} \right)^3 \quad (5.58)$$

Dies wird insbesondere dadurch deutlich, daß in Abb. 5.3 die Fläche innerhalb der Linie mit den zwei Kappen mehr als doppelt so groß ist wie die innerhalb der einen Kappe.

Zum Vergleich von Leuchtkräften und zur Analyse der abgestrahlten Energie einzelner Komponenten ist es am günstigsten, die Leuchtkraft pro Raumwinkel gegen $\mu = \cos \theta$ aufzutragen, denn dann gilt wegen $d\Omega = d\mu d\phi$ für die Fläche unter dem Graphen

$$A = \int_{-1}^1 d\mu \frac{dL}{d\Omega} = \frac{L_{\text{total}}}{2\pi}. \quad (5.59)$$

Ein weiterer Vorteil dieser Darstellungsweise ist, daß die Breite z.B. des Peaks bei 180° proportional zu dem von ihm eingenommenen Raumwinkel – und damit die Wahrscheinlichkeit, ihn zu beobachten – ist.

Solch ein Diagramm ist in Abbildung 5.4 gezeigt. Zur besseren Anschauung sind am oberen Rand noch einige Winkel in Grad beschriftet. Diese Darstellung hat allerdings den Nachteil, daß die interessanten Regionen um $\theta = 0^\circ$ und $\theta = 180^\circ$ nur sehr schmal sind. Indem man L gegen θ aufträgt, werden diese besser aufgelöst (Abb. 5.5) – allerdings ist natürlich die Fläche unter der Kurve nicht mehr proportional zur Leuchtkraft.

In all diesen Abbildungen ist deutlich zu erkennen, daß für kleine Winkel, wo die Photonen den längsten Weg durch das Plasma zurücklegen müssen, ein großer Teil der Strahlung aus der Sichtlinie herausgestreut wird. Dazu trägt wesentlich die Zyklotronresonanz bei, denn die Magnetfeldstärke nimmt mit etwa r^{-3} ab, so daß

Photonen, die sich weite Strecken innerhalb der Säule bewegen, eine große Chance haben, an einem Ort resonant zu werden.

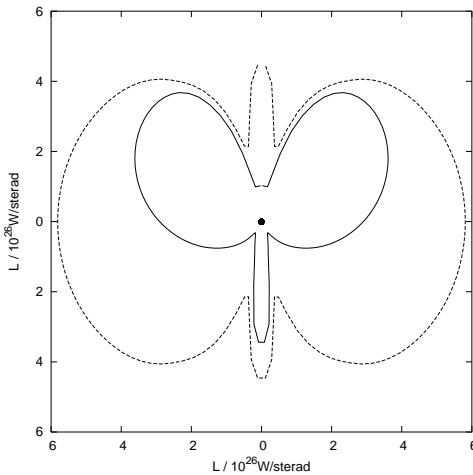


Abb. 5.3: Gesamtstrahlungscharakteristik für eine (durchgezogene Linie) und zwei Polkappen (gestrichelte Linie) als Polardiagramm. Die Richtung $\theta = 0$ ist oben.

In Abb. 5.6 erkennt man die Herkunft der einzelnen Komponenten: Die in die obere Hälfte entkommene Strahlung besteht fast ausschließlich aus ungestreuten Photonen, während die gestreuten vorwiegend zu großen Winkeln hin entkommen. Bei den ungestreuten fällt auf, daß sie bis hin zu einem Winkel nahe 160° sichtbar sind, und nicht nur bis $90^\circ + \theta_o$. Die Ursache hierfür ist natürlich die gravitative Lichtablenkung.

Die gleiche Ursache hat die seltsame Richtungsverteilung der gestreuten Photonen: Durch die hohe Plasmageschwindigkeit werden sie in der Säule bevorzugt in Richtung des Neutronensterns gestreut. Viele von ihnen treffen auf den Neutronenstern auf und werden dort reprozessiert (und fallen so aus der Simulation heraus); diejenigen, die den Neutronenstern verfehlen, werden durch das starke Gravitationsfeld zu großen Winkeln hin abgelenkt (siehe z.B. Pechenick et al. (1983), Riffert und Mészáros (1988), Kraus (1997)) und fokussiert.

Teilt man die Strahlungscharakteristik nach der Polarisationsmode auf, so sieht man, daß in den abgestrahlten Photonen über weite Bereiche beide Moden etwa gleich stark vertreten sind (Abb. 5.7); signifikante Unterschiede gibt es für kleine

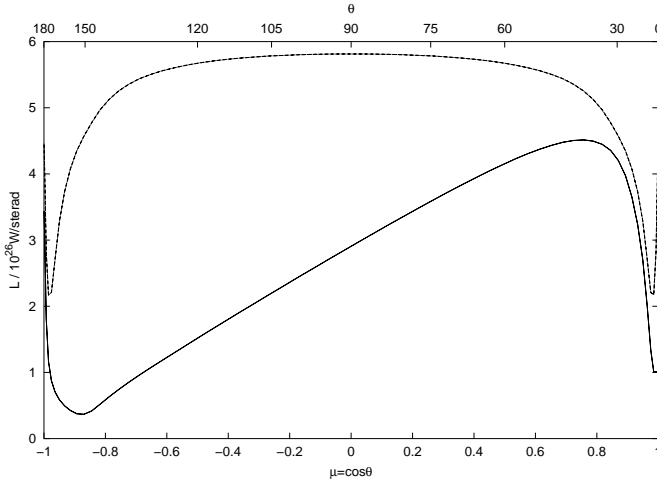


Abb. 5.4: Gesamtstrahlungscharakteristik für eine und zwei Polkappen als xy-Diagramm, L gegen $\mu = \cos \theta$.

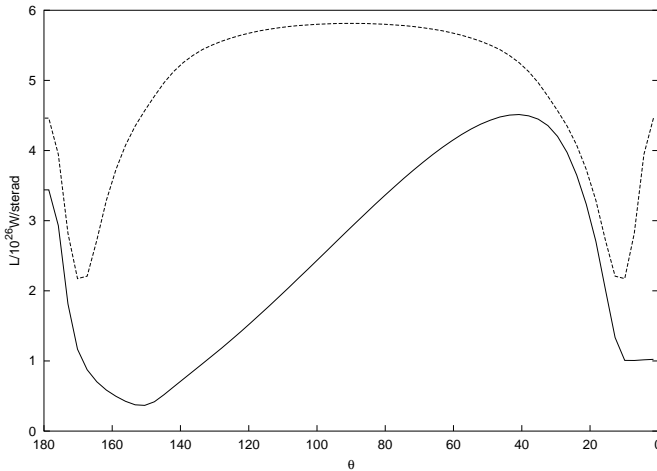


Abb. 5.5: Gesamtstrahlungscharakteristik für eine und zwei Polkappen als xy-Diagramm, L gegen θ .

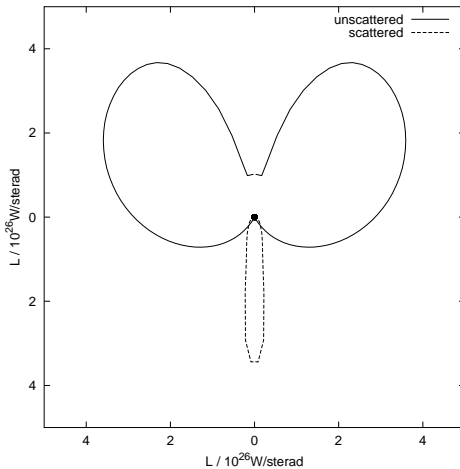


Abb. 5.6: Abstrahlung einer Polkappe, sortiert nach ungestreuten und gestreuten Photonen.

Winkel θ , da für diese – zumindest bei kaltem Plasma – nur der Streuquerschnitt für die eine Mode resonant wird.

Zum Abschluß dieses Abschnittes wird die Energieabhängigkeit der Strahlungscharakteristik betrachtet. Dazu werden die Photonen in 1 keV breite Energiebänder einsortiert und geplottet. Das Ergebnis ist in Abb. 5.8 zu sehen. Die Maxima der Kurven wurden jeweils auf 1 normiert, um die Veränderung der Form deutlicher darzustellen. Gut zu erkennen ist eine Verschiebung von ungestreuten zu gestreuten Photonen (d.h. zu großen Winkeln) mit ansteigender Energie, was die Ergebnisse des vorausgehenden Abschnittes bestätigt.

Der Winkelbereich, aus dem die meisten Photonen durch das Plasma in der Akkretionssäule herausgestreut werden, wird mit wachsender Energie größer. Dies ist zunächst etwas überraschend, da die Akkretionssäule nach oben hin, wo die Energie der Zyklotronresonanz kleiner wird, breiter wird. Allerdings wird der Raumwinkelbereich, den die Resonanzzone für eine bestimmte Energie vom Hotspot aus betrachtet einnimmt, mit zunehmender Höhe immer kleiner. Ab einer Energie von etwa sechs keV ist das Maximum bei $\theta = 180^\circ$, d.h. die gestreuten Photonen dominieren die Abstrahlungsgeometrie.

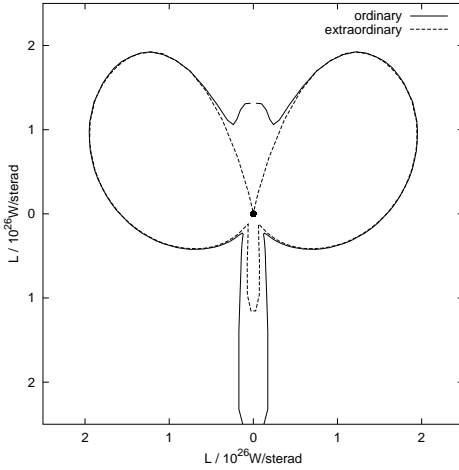


Abb. 5.7: Abstrahlung einer Polkappe, sortiert nach Polarisation (nachgerechnete Daten).

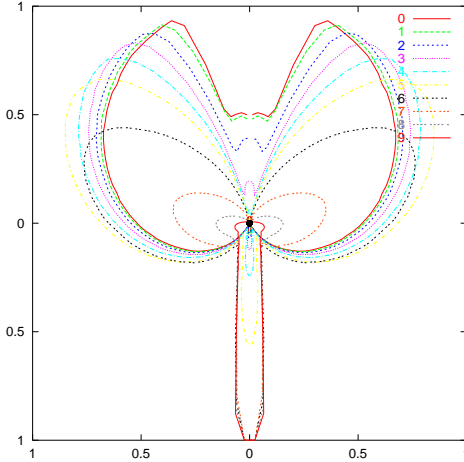


Abb. 5.8: Strahlungscharakteristiken für 1 keV breite Energiebänder von 0 bis 10 keV. Um einen Vergleich der Formen zu ermöglichen, wurden die Maxima auf 1 normiert.

5.2.1.3 Spektren

Da im XPulsar@home-Basismodell die Erzeugung der Photonen im Energiebereich der Zyklotronlinie aufhört, gerade dieser Bereich aber von wesentlichem Interesse ist, werden in diesem Abschnitt nur die nachgerechneten Spektren verwendet. Dadurch ist die Statistik stellenweise deutlich schlechter als im vorhergehenden Abschnitt.

In Abb. 5.9 ist das Spektrum aller entkommenen Photonen abgebildet, d.h. summiert über Polarisation, Zahl der Streuungen und alle Winkel; die Einheit ist Watt pro Raumwinkel und keV.

Im Bereich niedriger Energien ist es praktisch mit dem Eingangsspektrum (gestrichelte Linie) identisch. Bei etwa 10 keV sieht man einen Knick, der die eine Folge der Zyklotronresonanz ist. Trotz einer Polmagnetfeldstärke von $2,6 \cdot 10^{12}$ Gauss, was einer lokalen Zyklotronenergie von etwa 30 keV entspricht, wird dies bei einer wesentlich niedrigeren Energie beobachtet. Diese kombinierte Auswirkung von Dopplereffekt und gravitativer Rotverschiebung wird im nächsten Abschnitt genauer analysiert.

Das Maximum des Spektrums liegt nicht bei 4,1 keV, wie es bei der Hotspottemperatur aus Tab. 5.1 zu erwarten wäre, sondern deutlich niedriger bei etwa 2,9 keV. Schuld daran ist ebenfalls die gravitative Rotverschiebung, die die Energie aller Photonen auf ihrem Weg von der Oberfläche bis ins Unendliche um knapp 30% reduziert.

Zusätzlich ist das Verhältnis aus tatsächlich emittiertem Spektrum und dem Eingangsspektrum abgebildet. Der zweite Knick bei etwa 15 keV ist ebenfalls ein Resonanzeffekt, dessen Ursache aus dem nächsten Bild (Abb. 5.10) hervorgeht: Er ist nur im Spektrum der gestreuten Photonen sichtbar. Da, wie im letzten Abschnitt gesehen, die Richtungsverteilung der gestreuten Photonen aufgrund der hohen Geschwindigkeit der streuenden Elektronen drastisch anders ist als die der ungestreuten, liegt die Vermutung nahe, daß die Lage der Linie von der Beobachterrichtung abhängt, was auch durch eine Aufschlüsselung der Spektren nach diesem Parameter (Abb. 5.11) bestätigt wird. In der Tat gibt es pulsphasenaufgelöste Messungen, die zeigen, daß die Linienenergie zeitlich schwankt (siehe z.B. Voges (1982), Coburn et al. (2001)).

Trotz sichtbarer statistischer Fluktuationen wurde in den richtungsaufgelösten Spektren der Übersicht halber auf die Abbildung von Fehlerbalken verzichtet. Der Fehler in den Graphen läßt sich gut durch das Rauschen auf der Kurve in der Nachbarschaft von etwa einem keV des betrachteten Wertes abschätzen. Alle Strukturen, die sich über einen breiteren Bereich erstrecken, sind dagegen real.

Hingegen sind die Spektren der ordentlich und außerordentlich polarisierten

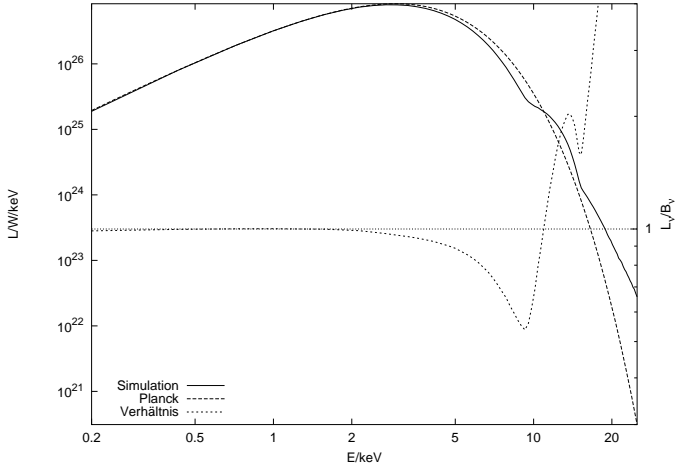


Abb. 5.9: Gesamtspektrum der emittierten Photonen, und Verhältnis des tatsächlich emittierten Spektrums zum (rotverschobenen) Eingangsspektrum.

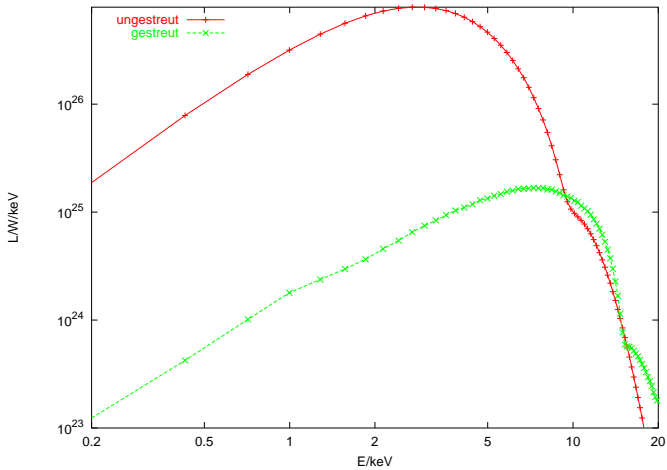


Abb. 5.10: Spektren der gestreuten und ungestreuten Photonen.

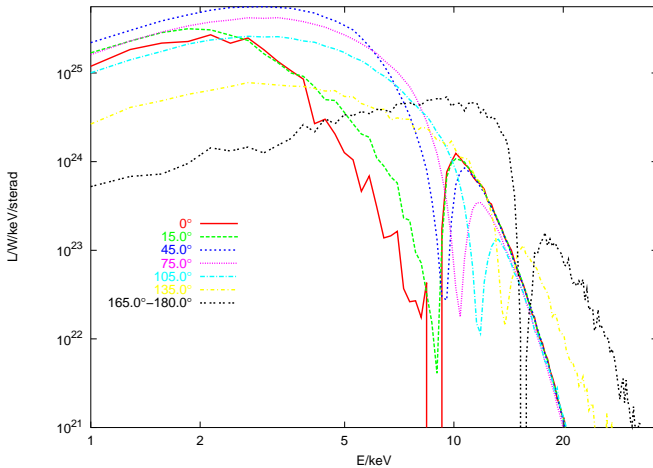


Abb. 5.11: Spektren einer Polkappe in verschiedenen Richtungen, gemittelt über einen Winkelbereich von etwa 3° .

Photonen relativ ähnlich: Nur im Bereich der Resonanzen und bei höheren Energien sind Abweichungen von bis zu einem Faktor zwei zu sehen (Abb. 5.12). Die außerordentliche Mode wird bevorzugt gestreut, da der entsprechende Querschnitt für alle Winkel resonant wird; daher ist sie im Bereich der Resonanz schwächer, und im von gestreuten Photonen dominierten Hochenergiebereich stärker vertreten. Allerdings ist mit solchen Feststellungen sehr vorsichtig umzugehen, da die Normalmodenapproximation im Bereich der Resonanz versagt; zudem kann sich die Polarisation der Photonen auf ihrem Weg durch die Magnetosphäre des Neutronensterns stark ändern (Gnedin et al., 1978).

Spektren aus zwei Polkappen: Realistische Spektren setzen sich aus der Emission von zwei Polkappen zusammen, die im einfachsten Falle rotationssymmetrisch sind und gegenüberliegen. Dies ist zwar in der Realität vermutlich nicht genau der Fall (siehe z.B. Bulik et al. (1992), Kraus et al. (1996), Blum und Kraus (2000)), trotzdem lassen sich auf diese Weise weitere Eigenschaften der Spektren analysieren.

Spektren für verschiedene Beobachterwinkel zwischen 0° und 90° sind in Abb. 5.13 abgebildet. Es fällt sofort auf, daß sie für kleine Winkel deutlich härter sind als

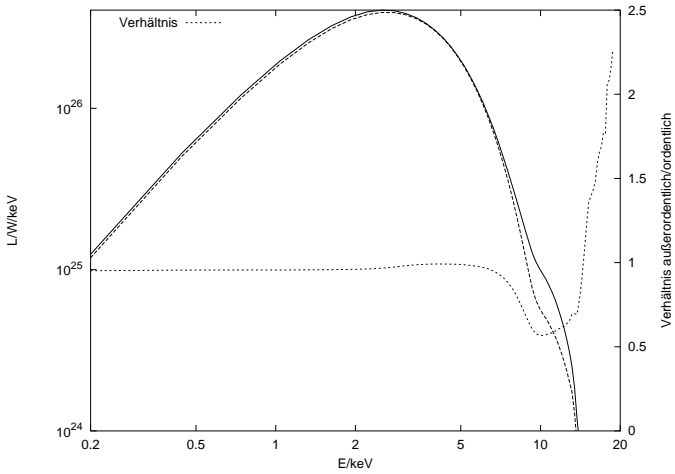


Abb. 5.12: Spektren nach Polarisationsmode.

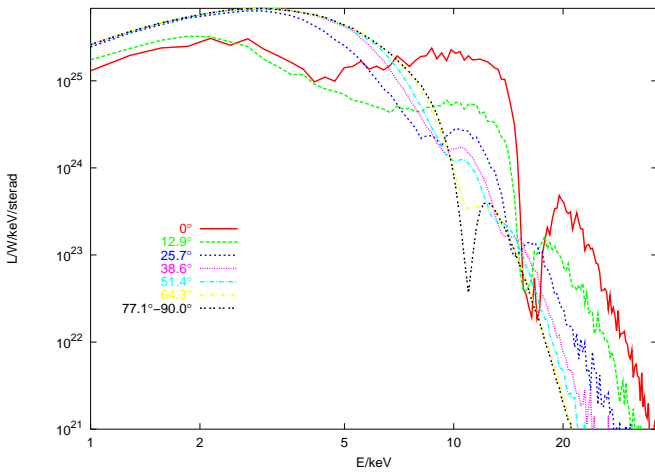


Abb. 5.13: Spektren zweier Polkappen nach Richtung, gemittelt über einen Winkelbereich von etwa 3° .

in Abb. 5.11. Dies ist natürlich in der Tatsache begründet, daß die gestreuten und energiereichen Photonen von der zweiten Polkappe bevorzugt in diese Richtung fliegen. In diesen Spektren sind zwei Resonanzeffekte zu erkennen, jeweils einer von jeder Polkappe.

Mit größer werdendem Beobachterwinkel θ_{obs} rücken diese immer weiter zusammen; bei 90° sind die von beiden Emissionsregionen herrührenden Anteile schließlich identisch; daher ist die Linie dort am schmalsten. Gleichzeitig ist die in diesem Bereich erwartete Modulation der Lichtkurve sehr klein. Die Linie bei der niedrigeren Energie ist weniger stark ausgeprägt, weil sie vom Kontinuum der anderen Kappe teilweise aufgefüllt wird. Die Tiefe und Nachweisbarkeit dieser Linie hängt jedoch empfindlich von der genauen Form des Kontinuums ab.

Abb. 5.14 zeigt, aus welchen Komponenten sich das Spektrum für $\theta = 20^\circ$ (und 160°) zusammensetzt. Hierbei wurden nicht die XPulsar@home-Daten verwendet, da bei diesen Simulationen nur Photonen bis zu einer Maximalenergie von etwa 15 keV erzeugt wurden und deshalb die Zyklotronlinie im Spektrum der Photonen von der unteren Kappe zu tief ist, da sie nicht durch das Kontinuum aus ungestreuten Photonen der oberen aufgefüllt wird.

Im niederenergetischen Bereich wird das Spektrum von den ungestreuten Photonen der Quelle dominiert, die alle von der oberen Kappe her stammen, da Strahlung von der unteren den Beobachter in dieser Richtung nicht direkt erreichen kann. Die Zyklotronlinie der ungestreuten Photonen ist jedoch kaum mehr als ein breiter, aber wenig tiefer Einbruch des Kontinuums um etwa 10 keV. Der Beitrag der gestreuten Photonen gibt dem Spektrum in diesem Bereich eine Form, die sich grundsätzlich von dem exponentiellen Abfall des Planckschen Gesetzes unterscheidet.

Zu höheren Energien hin fällt das Spektrum steiler ab, da auch die gestreuten Photonen weniger werden; deren Zyklotronlinie wird wiederum durch den Fluß an ungestreuten Photonen etwas aufgefüllt, ist aber deutlich zu erkennen. Der Grad der Auffüllung hängt von der Stärke des ungestreuten Kontinuums in diesem Energiebereich ab, und somit auch von der Magnetfeldstärke am Pol. Im Rahmen dieses Modells sind umso deutlicher ausgeprägte Linien zu erwarten, je höher deren Energie ist.

Variabilität der Zyklotronlinie: Die beobachtete Richtungsabhängigkeit der Energie der Zyklotronresonanzen ist bei der entsprechenden Energie auch in den Strahlungscharakteristiken der ungestreuten Photonen sichtbar; einige davon sind in Abb. 5.15 gezeigt. Bei 9 keV (im System des Beobachters) werden genau die Photonen resonant, die nach oben wegfliegen; deshalb ist die Strahlung der un-

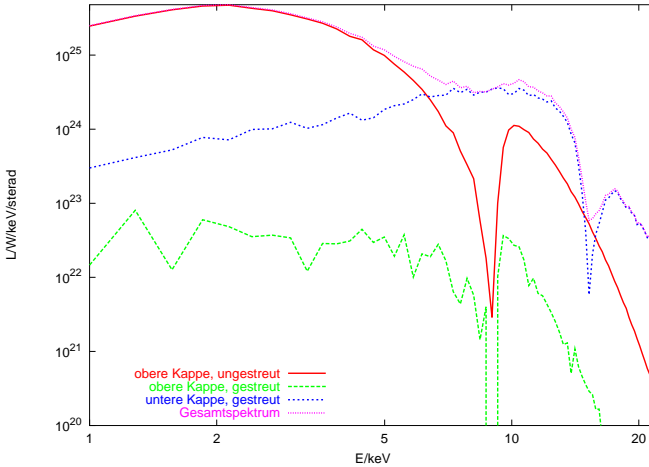


Abb. 5.14: Spektrum zweier Polkappen in Richtung $\theta = 20^\circ$, zerlegt in gestreute und ungestreute Photonen von beiden Kappen.

gestreuten Photonen in diesem Bereich ein reiner *fan beam*. Allerdings fällt das Kontinuum hier bereits so stark ab, daß die tatsächlich beobachtete Strahlung vom *pencil beam* der gestreuten Photonen dominiert wird. Mit steigender Energie wandert die Richtung der Resonanz zu größeren Winkeln hin.

Deutlich zu erkennen ist in dieser Abbildung auch, daß Photonen, deren Energie über der der Zyklotronresonanz liegt, praktisch ungestreut nach oben entkommen.

Diese Variabilität sowohl im Spektrum als auch in der Abstrahlungsrichtung läßt sich durch den Dopplereffekt verstehen: Ein Photon ist resonant, wenn seine Energie im Ruhesystem des Plasmas gleich der lokalen Zyklotronenergie ist. Hat das Photon im lokal ruhenden Lorentzsystem die Energie $\hbar\omega_L$, so ist sie im Plasmasystem gleich $\hbar\omega_P$ mit

$$\omega_P = \gamma(1 - \mu_L\beta)\omega_L; \quad (5.60)$$

die umgekehrte Transformation erfolgt mittels

$$\omega_L = \gamma(1 + \mu_P\beta)\omega_P. \quad (5.61)$$

Hierbei ist $\mu_L = \cos\vartheta_L$ der Kosinus des im lokalen Lorentzsystem gemessenen Winkels zwischen Photonenimpuls und Plasmageschwindigkeit, und $\beta = v/c$; die

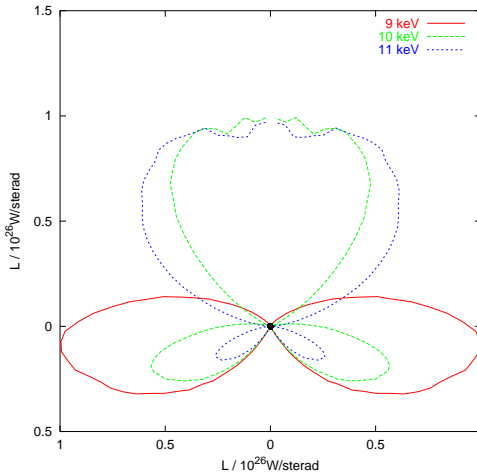


Abb. 5.15: Modifikation der Abstrahlungscharakteristik der ungestreuten Photonen durch die richtungsabhängige Zyklotronresonanz.

Magnetfeldstärke ist in beiden Systemen gleich, da sich das Plasma in Feldrichtung bewegt.

Die Resonanzfrequenz ω_c ist im ruhenden System für dem Plasma entgegengerichtete Photonen und eine Plasmageschwindigkeit von $0,5c$ also etwa um einen Faktor 2 kleiner. Da zusätzlich noch die Energie aller Photonen durch die Rotverschiebung um einen Faktor $1/\gamma$ verringert wird, kann die tatsächliche Zyklotronenergie um einen Faktor von bis zu drei größer sein als die beobachtete.

Für eine quantitative Beschreibung der Richtungsabhängigkeit muß schließlich noch die gravitative Lichtablenkung berücksichtigt werden (Gl. (3.78)).

Ein einfaches Modell liefert bereits eine recht gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen: Angenommen, die Photonen starten auf dem Hotspot bei $\theta = 0$, mit einer Richtung $-\mu_L$ zur Magnetfeldachse. Sie werden aus der Sichtlinie herausgestreut, wenn ihre Energie gleich der lokalen Zyklotronresonanzenergie ist, d.h. mit Gl. (5.61)

$$\omega_L = \gamma(1 + \mu_L\beta)\omega_c = \gamma(1 + \mu_L\beta)\frac{eB_{\text{pol}}}{m_e}. \quad (5.62)$$

Die Frequenz, bei der die Absorption vom unendlich entfernten Beobachter

gemessen wird, ist

$$\omega_\infty = (1 + \mu_L \beta) \frac{eB_{\text{pol}}}{m_e} \quad (5.63)$$

Schließlich muß noch die Richtung berechnet werden, die ein solches Photon im Unendlichen hat; ohne gravitative Lichtablenkung wäre diese natürlich durch $\cos \theta_\infty = \mu_L$ gegeben. Diese wird mit Gl. (3.78) bestimmt.

Das Ergebnis dieses Vorgehens wird in Abb. 5.16 mit dem der Simulation verglichen. Die Übereinstimmung in dieser Abbildung ist auf den ersten Blick sehr gut; die von der Monte-Carlo-Simulation erhaltenen Werte liegen jedoch systematisch unter den des einfachen Modells. Die Ursache hierfür dürfte einerseits das rasche Abnehmen der Magnetfeldstärke mit zunehmendem r sein; die Abweichungen entsprechen Höhen von etwa 50 bis 100 Metern. Weiterhin wird bei endlich ausgedehnten Hotspots über einen Bereich gemittelt, in dem die mittlere Magnetfeldstärke kleiner ist als das Maximum direkt am Pol; da bei einem Dipolfeld $B \sim (1 + 3 \cos^2 \vartheta)^{1/2}$ ist, kann diese aber in sehr guter Näherung über den Hotspot als konstant angenommen werden.

Daß die Übereinstimmung bei näherem Hinsehen nicht so gut ist, wie es in Abb. 5.16 scheint, sieht man in Abb. 5.17. Hier sind einige Spektren für verschiedene Richtungen aufgetragen, die senkrechten Linien bezeichnen die Linienenergie zu den entsprechenden Kurven. Alle solchen Werte liegen sichtbar oberhalb des Linienzentrums. Für 165 Grad ist kein Zyklotronwert eingezeichnet, da das einfache Modell hier keinen liefert.

5.2.1.4 Vergleich mit Ergebnissen von ISA-Rechnungen

In ihrer Dissertation (Kraus, 1992) hat U. Kraus das gleiche Modell mit dem ISA-Verfahren (*iterative scattering approach*) berechnet. Diese Methode berechnet iterativ die Terme der Neumannschen Reihe der Strahlungstransportgleichung, und ist deshalb gut für Probleme geeignet, in dem mehrfach gestreute Photonen nur eine untergeordnete Rolle spielen, da mit jeder Iteration die Speicher- und Rechenzeitanforderungen stark ansteigen.

Da eine Monte-Carlo-Simulation immer Ergebnisse liefert – auch falsche! – ist es absolut notwendig, diese mit Resultaten anderer Verfahren zu vergleichen. Ein Vergleich der ungestreuten Photonen testet nahezu alle Komponenten des Modells. Da die Berechnung der einfach gestreuten Photonen in einem vorgegebenen Energieband mit der ISA-Methode ungleich aufwendiger ist, wollen wir uns mit dieser Überprüfung begnügen.

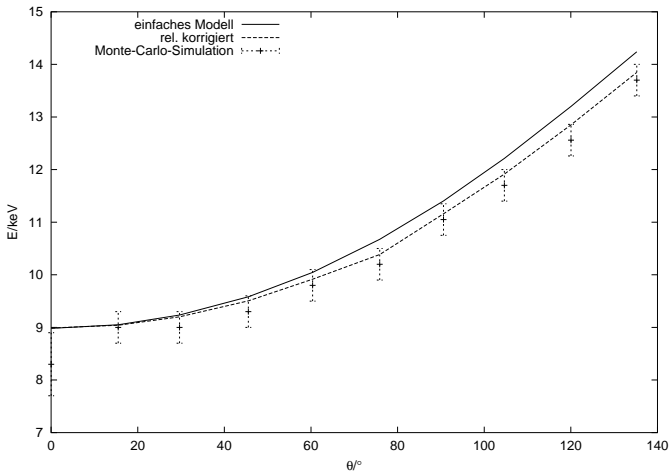


Abb. 5.16: Lage des Zentrums der Zyklotronlinie in Abhängigkeit vom Beobachtungswinkel. Die Monte-Carlo-Simulation berücksichtigt die relativistische Korrektur *nicht*.

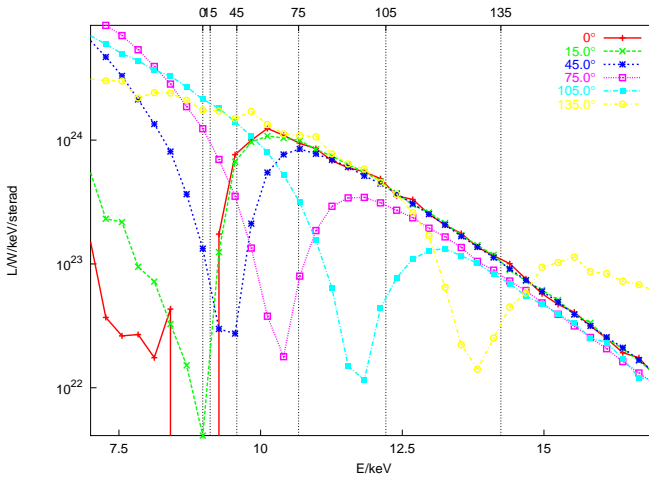


Abb. 5.17: Ausschnitt aus den Spektren einer Polkappe für verschiedene Richtungen. Die senkrechten Linien markieren die erwarteten Linienzentren nach dem einfachen Modell und Abb. 5.16.

In Abb. 5.18 ist die Abstrahlungscharakteristik der ungestreuten Photonen im Bereich von zwei bis vier keV dargestellt, und zwar für die ordentliche Polarisationsmode. Die beiden Rechnungen stimmen im Rahmen des statistischen Fehlers überein. Für die außerordentliche Mode ist dies ebenso der Fall.

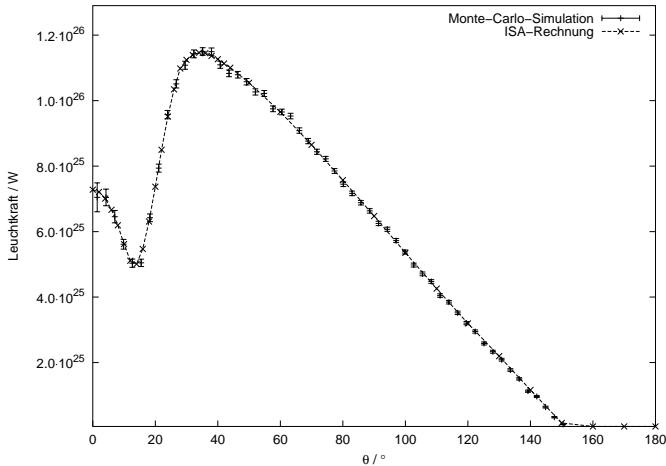


Abb. 5.18: Vergleich zwischen den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation und der ISA-Methode (Kraus, 1992): Ungestreuete entkommene Photonen im Energiebereich von zwei bis vier keV, ordentliche Polarisationsmode.

5.2.2 Verhalten bei Variation der Parameter

In den folgenden Abschnitten werden zunächst einzelne Parameter (Magnetfeldstärke, Neutronensternradius, Form, Größe und Spektrum der Emissionsregion) des Modells variiert und die Auswirkungen hiervon besprochen. Auch werden zwei einfache Reprozessierungsmodelle ausprobiert.

Danach werden drastischere Änderungen durchgeführt, indem das Modell für die Akkretionssäule ausgewechselt wird, um Effekte abzuschätzen, die bei Systemen mit höherer Leuchtkraft erwartet werden. In der ersten Variante wird nur das Geschwindigkeitsfeld wie in Abschnitt 5.1.6.3 beschrieben modifiziert; die zweite führt eine optisch dichte Komponente im unteren Bereich einer hohlen Akkretionssäule ein, von wo aus Photonen absorbiert und emittiert werden (Abs. 5.1.5.5).

Die Daten in den Abschnitten zur Variation der Magnetfeldstärke und Variation der Hotspotform stammen aus XPulsar@home-Rechnungen; die restlichen Modelle wurden später entwickelt.

5.2.2.1 Magnetfeldstärke

Die offensichtliche Auswirkung einer Änderung der Polmagnetfeldstärke ist die Verschiebung der Zyklotronabsorptionslinie zu entsprechend höheren oder niedrigeren Energien hin.

Außerdem wird durch die Lage der Resonanz die Zahl der entkommenden ungestreuten Photonen beeinflusst: Liegt die Resonanzenergie nahe dem Maximum des Planckspektrums, so nimmt die Gesamtleuchtkraft des Systems, die ja hauptsächlich aus der der ungestreuten Photonen besteht, um etwa 30% ab. In etwa gleichem Maße nimmt der Anteil der gestreuten Photonen an der Gesamtleuchtkraft zu.

5.2.2.2 Neutronensternradius

Strahlungscharakteristiken für verschiedene Neutronensternradien, aber ansonsten gleiche Parameter (insbesondere gleiche Masse) sind in Abb. 5.19 getrennt für ungestreute und gestreute Photonen aufgezeichnet. Mit abnehmendem Radius verstärkt sich der Effekt der gravitativen Lichtablenkung, was sich einerseits dadurch äußert, daß die gestreuten Photonen in einen immer kleineren Raumwinkel fokussiert werden. Weiterhin erstreckt sich der Grenzwinkel, ab dem keine ungestreuten Photonen mehr sichtbar sind, bis zu immer größeren Winkeln; ist der Neutronensternradius kleiner als etwa 7,2 km, so sind sie in jeder Beobachtrichtung zu sehen. Da sie so auf einen größeren Raumwinkel verteilt werden, wirkt die Lichtablenkung in diesem Fall demodulierend auf die Lichtkurven.

Für Neutronensterne, die kleiner als etwa 1,7 Schwarzschildradien sind, hat auch die Verteilung der ungestreuten Photonen bei 180° ein Maximum, da dort die Photonen, die in verschiedenen Richtungen um den Neutronenstern herumfliegen, zusammentreffen. Die Höhe des Maximums wird mit abnehmendem Radius größer. Dies entspricht den Ergebnissen von Riffert und Mészáros (1988), Pechenick et al. (1983).

5.2.2.3 Hotspotspektrum

Die Form des Kontinuums bestimmt den Strahlungsfluß um die Zyklotronresonanzenergie herum, und damit bei wirklichen Messungen auch die Sichtbarkeit der Zyklotronlinie.

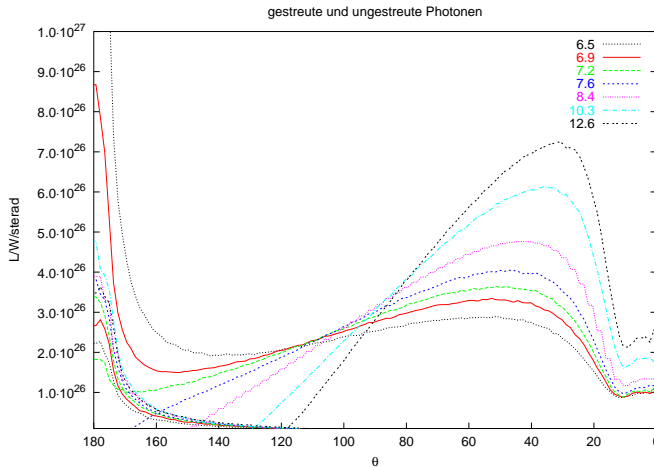


Abb. 5.19: Gesamtstrahlungscharakteristiken für verschiedene Neutronensternradien, aufgeteilt nach ungestreuten und gestreuten Photonen.

Zur Zeit existieren zwei Kontinuumsmodelle, ein Schwarzkörperspektrum und ein häufig zum Fitten von gemessenen Daten verwendetes Potenzgesetz mit Fermi-Dirac-Cutoff, das in Abschnitt 5.1.5.2 genauer beschrieben ist. Zur Verwendung von fremden Spektren existiert weiterhin eine Klasse, die die Photonen aus einer tabellierten Verteilung erzeugt. Mit dieser sollen später realistischere Eingangsspektren von anderen Autoren in die Simulation aufgenommen werden. Eine Weiterentwicklung des von Mészáros und Nagel (1985) verwendeten Codes steht hierzu zur Verfügung.

Der Vergleich zweier Rechnungen zeigt, daß sich die Modelle bei ähnlichen Parametern im interessanten Hochenergiebereich kaum unterscheiden, da beide Spektren dort exponentiell abfallen. Bei niedrigen Energien unterhalb von (hier) ein bis zwei keV ergeben sich natürlich signifikante Unterschiede, da das Planckspektrum für niedrige Energien gegen null geht, ein Potenzgesetz mit negativem Index dagegen divergiert. In den Beobachtungen wird mit geringeren Photonenenergien die Absorption der Strahlung immer stärker, so daß häufig beide Modelle im meßbaren Bereich einen akzeptablen Fit an die Daten ergeben.

5.2.2.4 Reprozessierung

In den bisher vorgestellten Simulationen wurden Photonen, die auf die Neutronensternoberfläche auftreffen, vom Programm verworfen. Wie schon oben bei der Energiebilanz bemerkt, geht dadurch etwa ein Sechstel der Leuchtkraft des Hotspots fälschlicherweise verloren. Daher ist dieser Effekt nicht unwesentlich, wenn realistische Strahlungscharakteristiken und vor allem Spektren berechnet werden sollen.

Wie in Abb. 5.20 zu sehen ist, ändert sich dadurch die Form der Strahlungscharakteristik nicht stark; die Leuchtkraft des Systems steigt jedoch an, wenn Reprozessierung mit berücksichtigt wird. Daß das Modell mit der diffusen Reflexion in dieser Abbildung so viel heller ist, liegt daran, daß dort auch in die Emissionsregion zurückgestreute Photonen wieder emittiert werden, während diese im Modell mit der lokalen thermischen Emission zur Heizung des Hotspots beitragen und deshalb verworfen werden.

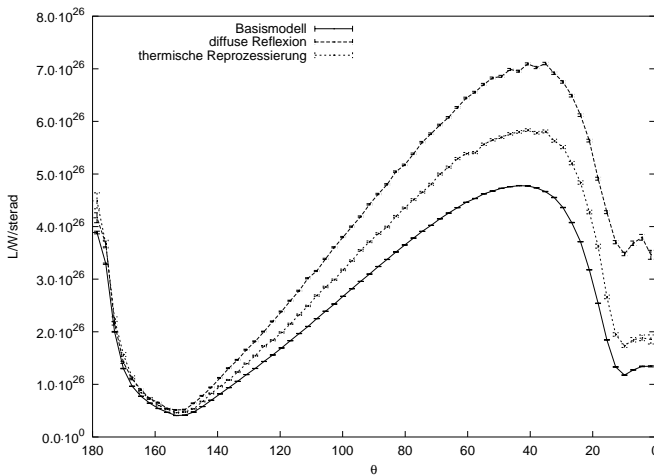


Abb. 5.20: Modifikation der Strahlungscharakteristiken durch verschiedene Reprozessierungsmodelle.

In Abb. 5.21 sind die Gesamtspektren des Basismodells und der beiden Reprozessierungsmechanismen abgebildet. Zusätzlich sind die Spektren der reprozessierten Photonen alleine gezeigt. Hierbei offenbaren sich die Unterschiede zwischen den Modellen: Während bei der thermischen Reprozessierung die Photonen

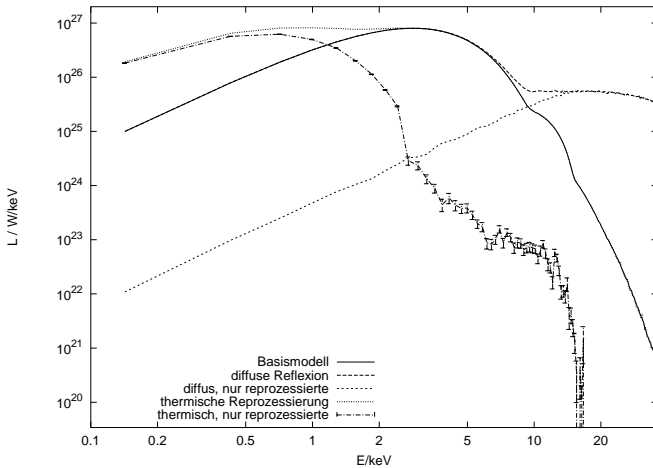


Abb. 5.21: Modifikation der Spektren durch verschiedene Reprozessierungsmodelle.

zusätzlichen Fluß unterhalb von etwa 2 keV verursachen, sind die diffus reflektierten Photonen härter und überdecken sogar den exponentiellen Abfall des Planckspektrums.

In der Realität trifft die Annahme der Totalreflexion natürlich genausowenig zu wie die der diffusen Richtungsverteilung, außerdem wird die Frequenzumverteilung der Photonen durch Rückstoß bei der Streuung sowohl im Plasma als auch an der Neutronensternoberfläche vernachlässigt. Auch wird die Zyklotronresonanz in diesem einfachen Modell nicht berücksichtigt. Ergebnisse anderer Rechnungen (Kaiser, 1995, Nayakshin, 2000) zeigen aber, daß ionisierte Plasmaschichten Röntgenstrahlung relativ gut reflektieren, so daß dieses Modell näher an den wahren Gegebenheiten sein dürfte als das der thermischen Reprozessierung.

In Abb. 5.22 ist abgebildet, auf welche Temperatur die einzelnen Elemente der Neutronensternoberfläche aufgeheizt werden. Die Temperatur wurde hierbei nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz berechnet, ist also proportional zur vierten Wurzel aus der auf dem entsprechenden Teil der Neutronensternoberfläche auftreffenden Photonenenergie (die Flächenelemente sind gleich groß gewählt). In der Nähe der Emissionsregion beträgt sie einige Millionen Kelvin (die Hotspottemperatur liegt im Vergleich dazu bei etwa 17 MK). Zu größeren Winkeln hin fällt die Temperatur etwa exponentiell ab. Aufgrund dieses steilen Abfalls ist es nicht verwunderlich,

daß sich an der Form der Strahlungscharakteristik wenig ändert.

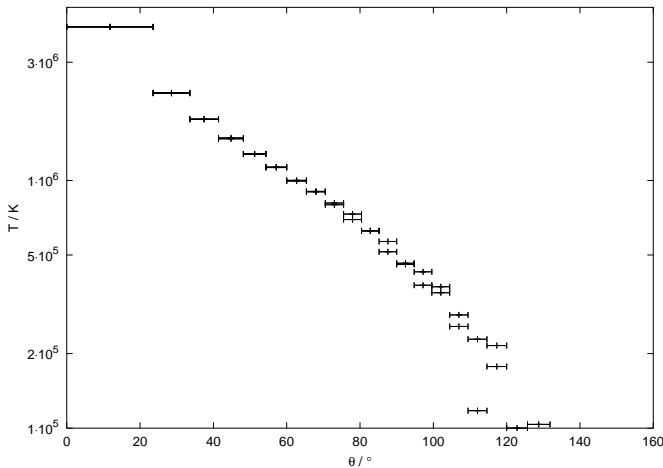


Abb. 5.22: Aufheizung der Neutronensternoberfläche durch reprozessierte Photonen in Abhängigkeit vom Polarwinkel θ . Für jeden Winkel wurden mit einer MC-Simulation zwei Werte ermittelt; für kleine θ stimmen diese sehr gut überein, die Unterschiede bei größeren sind statistischer Natur. Die Breite der Striche entspricht der Größe des Flächenelements.

5.2.2.5 Form des Hotspots

Ringe: Der große Unterschied zwischen ring- und kappenförmigen Emissionsregionen ist, daß bei Ringen eine zusätzliche *pencil beam*-Komponente hinzukommt, da aufgrund der hohlen Akkretionssäule keine Streuung in der Nähe der Magnetfeldachse stattfindet. Das ungestreute Entkommen in dieser Richtung wird von der Tatsache unterstützt, daß sie außerdem nach oben hin breiter wird.

Bei Ringen mit hinreichend großem inneren Öffnungswinkel beobachtet man auch, daß die gestreuten Photonen kein Maximum mehr bei genau 180° haben, sondern ihre Projektion auf eine unendlich entfernte gedachte Kugel einen Ring um den Pol bildet.

nicht rotationssymmetrische Hotspots: Hotspots, die Teile von Ringen sind, werden z.B. durch Überlegungen von Basko und Sunyaev (1975, 1976) motiviert.

Die Grundidee hierbei ist, daß die Feldlinien am Alfvénradius verschieden stark mit Materie bestückt werden, da die Magnetfeldachse nicht senkrecht auf die Ebene der Akkretionsscheibe steht.

In den Rechnungen wurde dies durch Säulen beschrieben, die in einem Ringsegment mit azimuthaler Ausdehnung $\Delta\varphi$ auf der Neutronensternoberfläche enden; im Rahmen von XPulsar@home wurde ein Modellraster durchgerechnet, in dem $\Delta\varphi$ in 60° -Schritte erhöht wurde. Die Parameter des Modells, das im folgenden diskutiert wird, sind Tab. 5.2 zu entnehmen.

Parameter	Wert
r_n	10,5 km
L_{cap}	$1 \cdot 10^{28}$ W
B_{pol}	$2 \cdot 10^{12}$ G
M_n	$1,4 M_\odot$
θ_o	12°
θ_i	9°
azim. Ausdehnung $\Delta\varphi$	60°
Eingangsspektrum	FDCO

Tabelle 5.2: Parameter für das asymmetrische Modell.

Spätestens hier ist es nötig, sich weitergehende Gedanken um die Darstellung der Strahlungscharakteristiken zu machen, da diese nicht mehr rotationssymmetrisch sind. Durch die zusätzliche Dimension sind zu ihrer Visualisierung entweder eine Schar von Kurven oder eine zweidimensionale Fläche notwendig. In Abb. 5.23 wird der letztere Weg beschrritten. Dort ist die Charakteristik einer Polkappe dargestellt.

Ein weiterer Darstellungsart ist, die Leuchtkraft als Textur auf eine sehr weit entfernte Kugel zu projizieren, in deren Zentrum der Röntgenpulsar sitzt. Dies gibt ein besonders gut begreifbares Bild der Verhältnisse; allerdings muß man sich stets vor Augen halten, daß der Beobachter nicht die ganze Kugel, sondern nur das ihm direkt zugewandte Flächenelement sieht, da sich die Strahlung in großem Abstand zur Quelle in radialer Richtung ausbreitet. Eine solche Grafik ist in Abb. 5.24 zu sehen. Die Rotationsachse zeigt nach oben; die Magnetfeldachse ist hierzu um 75° versetzt. Die verschiedenen Polarisationsmoden sind im Rot- und Grünkanal des RGB-Bildes codiert; auf gelben Flächen sind sie gleich stark vertreten. Da die eine Mode von der Akkretionssäule viel effektiver aus der Sichtlinie herausgestreut wird, erscheint die Emission in Richtungen, in denen der Blick auf die Neutronen-

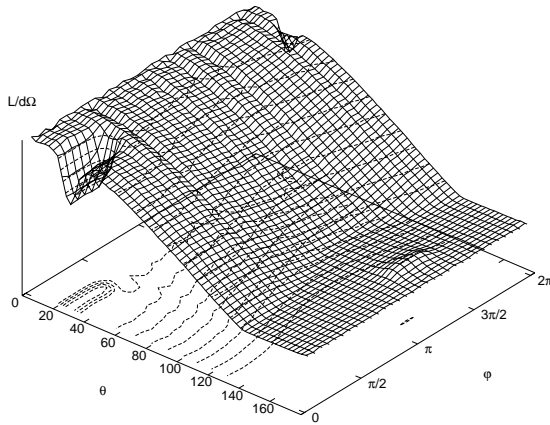


Abb. 5.23: Abstrahlungscharakteristik einer Polkappe mit asymmetrischer Emissionsregion; der vom Hotspot bedeckte Azimutwinkelbereich geht von 0° bis 60° .

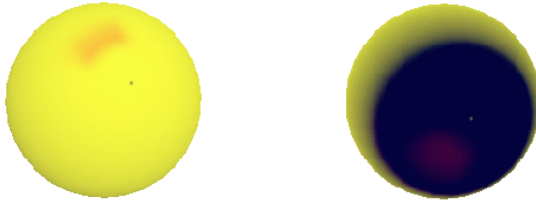


Abb. 5.24: Auf eine Kugeloberfläche projizierte Abstrahlungscharakteristik eines sichelförmigen Hotspots. Die Magnetpole liegen an den kleinen Punkten etwa in der Mitte. Links: Blick auf die Akkretionssäule. Rechts: Blick auf den gegenüber der Säule liegenden Pol.

sternoberfläche durch die Säule verdeckt ist, rot. Die Darstellung ist logarithmisch; das Intensitätsverhältnis des hellsten zum dunkelsten, gerade noch darstellbaren Punkt, ist 75. Flächen ohne Strahlungsfluß sind dunkelblau dargestellt.

Beiden Abbildungen ist deutlich zu entnehmen, daß die abgestrahlte Energie aufgrund der Abschattung durch die Akkretionssäule bei kleinen Polarwinkeln einbricht. Das Minimum liegt in der Mitte der abgedeckten Bereiches bei 30° . Das Maximum der gestreuten Photonen ist nahezu antipodal zu dieser Emissionsregion zu finden; die Abweichung rührt von der Bewegungsrichtung des einfallenden Plasmas her, das entlang der Magnetfeldlinien schräg auf dem Hotspot auftrifft.

5.2.2.6 Geschwindigkeitsprofil

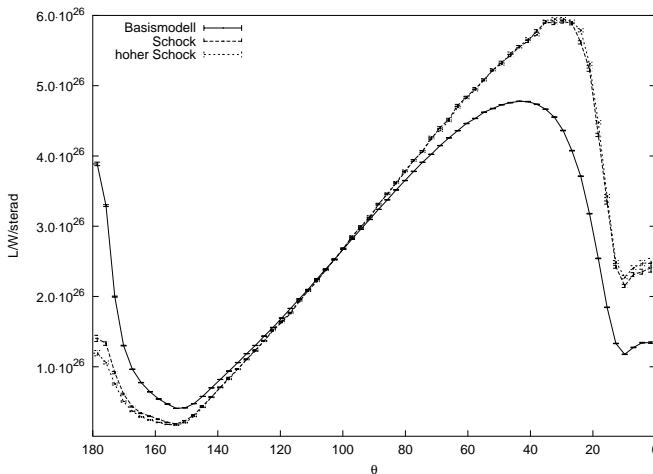


Abb. 5.25: Strahlungscharakteristik zweier Schockmodelle im Vergleich zum Basismodell. Die beiden Schockmodelle unterscheiden sich in der Höhe des Schockzentrums über der Neutronensternoberfläche (3,6 km und 9,6 km); die Schockbreite ist 1 km.

Um die Auswirkungen der Abbremsung durch den Strahlungsdruck zu beurteilen, sind in Abb. 5.25 die Strahlungscharakteristiken zweier Modelle mit einem Geschwindigkeitsfeld nach Abschnitt 5.1.6.3 und die des Basismodells aufgetragen. Die Schockzentren liegen 3,6 km bzw. 9,6 km über der Neutronensternoberfläche; die Breite beträgt einen Kilometer.

Deutlich zu erkennen ist, daß im abgebremsten Fall trotz der höheren Plasmasdichte mehr Strahlung nach oben entkommt. Die Ursache dieser etwas überraschenden Tatsache liegt darin, daß im ungebremsten System Elektronen viel niedrigerer Energie im Plasmaruhsystem an der Neutronensternoberfläche resonant werden: Nach Gl. (5.61) ist die beobachtete Energie eines resonanten Photons im Plasmasystem (ohne Rotverschiebung) gleich $\gamma(1 + \mu\beta_P)\omega_c$. Hat man eine starke Abbremsung, so nähert sich γ eins an und β null. Da das Spektrum im Bereich der Zyklotronenergie exponentiell abfällt, werden viel weniger Photonen resonant, wenn sich deren Wert um einen Faktor ~ 2 erhöht. Ab einer gewissen Höhe hat das Plasma zwar die Freifallgeschwindigkeit, und somit muß ein Photon, das sich bis zu dieser Höhe hin innerhalb der Säule bewegt, den gleichen Bereich von lokalen Zyklotronenergien durchlaufen wie im ungebremsten Fall; die meisten Photonen verlassen die Säule jedoch aufgrund ihrer isotropen Richtungsverteilung in der Nähe des Fußes.

Weil weniger Photonen gestreut werden, ist die Zahl der nach unten gebündelten gestreuten Photonen konsequenterweise geringer als im Basismodell; zusätzlich nehmen sie bei der Streuung weniger Energie auf.

Wie wenig die genaue Lage der Schockregion das Ergebnis beeinflusst (zumindest solange das Plasma so dünn ist, daß die nichtresonante Streuung wenig ausmacht), ist ebenfalls in den Abbildungen zu erkennen: Beide Schockmodelle liegen, von geringen Abweichungen bei $\theta = 0^\circ$ und $\theta = 180^\circ$ abgesehen, praktisch aufeinander.

Abb. 5.26 zeigt Spektren von den gleichen Modellen wie in der vorigen Abbildung. Das Spektrum der Schockmodelle ist unterhalb von 20 keV praktisch gleich dem Eingangsspektrum, während man in dem des Basismodells bei etwa 9 und 15 keV die Zyklotronlinien der ungestreuten und ungestreuten Photonen gut sieht. In den Schockmodellenspektren ist nur eine Linie etwas oberhalb von 21 keV sichtbar. Dies entspricht dem erwarteten, nur durch die Polmagnetfeldstärke und gravitative Rotverschiebung bestimmten Wert.

5.2.2.7 emittierender Hohltrichter

Der erste Schritt bei der Simulation des in Abschnitt 5.1.5.5 beschriebenen und in Abb. 5.19 skizzierten Trichtermodells bestand darin, die Ergebnisse von Kraus (2001) zu reproduzieren. In dieser Arbeit geht es nur um die Abschätzung der von den emittierenden Wänden kommenden Strahlung durch den Trichter, und die Auswirkung der gravitativen Lichtablenkung hierbei. Wie gut dies gelang, ist in Abb. 5.27 zu sehen, wo die Emissionscharakteristik der inneren und der äußeren Wand aufgezeichnet sind.

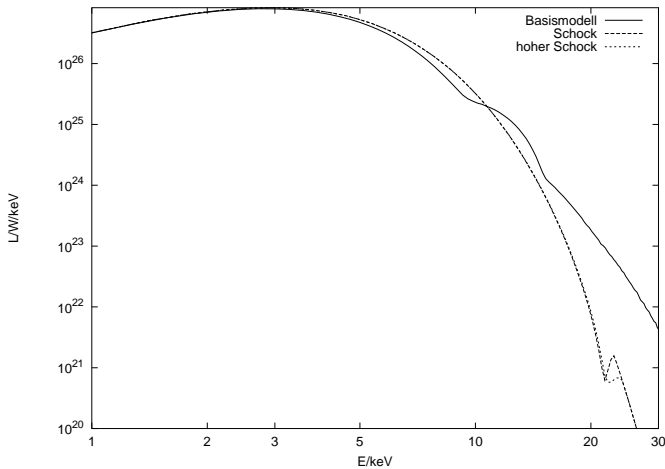


Abb. 5.26: Spektren der zwei Schockmodelle aus der vorigen Abbildung im Vergleich zum Basismodell.

In diesem Modell lag der Neutronensternradius bei 3,3 Schwarzschildradien, der Öffnungswinkel des Trichters war 0,1 rad. Im Gegensatz zu den analytischen Betrachtungen war es in der Monte-Carlo-Simulation notwendig, dem Trichter eine endliche Dicke zu geben, und den Integrator so zu erweitern, daß er in der Nähe der Trichterwände die Schrittweite hinreichend klein macht. In den abgebildeten Rechnungen war der innere Öffnungswinkel um etwa 0,02 rad kleiner als der äußere; die jeweils emittierende Wand lag bei 0,1 rad.

Nun wurde die Streuung eingeschaltet und die Berechnung wiederholt. Während sich für die Emission von der äußeren Wand trotz der nach oben breiter werdenden Akkretionssäule kaum Veränderungen ergaben, wird die Strahlung von der inneren Wand beim Durchgang durch die Säule stark geschwächt, mit Ausnahme eines kleinen Winkelbereiches, in dem die Photonen durch den hohlen Teil des Trichters nach oben entkommen (Abb. 5.28). Die gestreuten Photonen werden wie in den anderen Modellen auch entweder absorbiert, oder zu großen Winkeln hin abgelenkt.

Da bereits in den Modellen ohne Streuung ein Großteil der Strahlung von der äußeren Wand direkt auf dem Neutronenstern auftrifft, ist es interessant, die Aus-

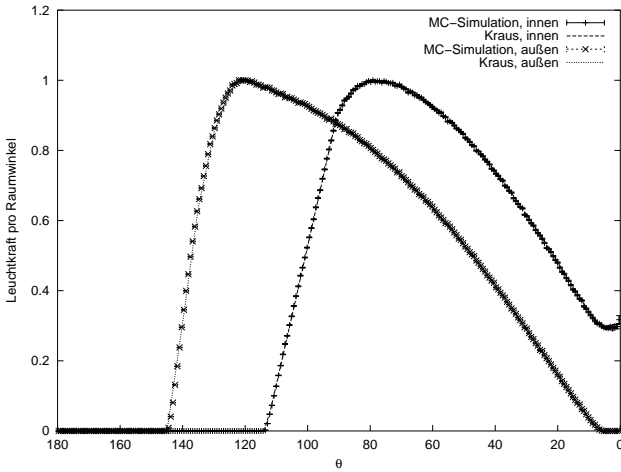


Abb. 5.27: Emission von der inneren und äußeren Wand ohne Streuung, mit jeweils 40 Millionen Photonen. Das Maximum ist jeweils auf 1 normiert.

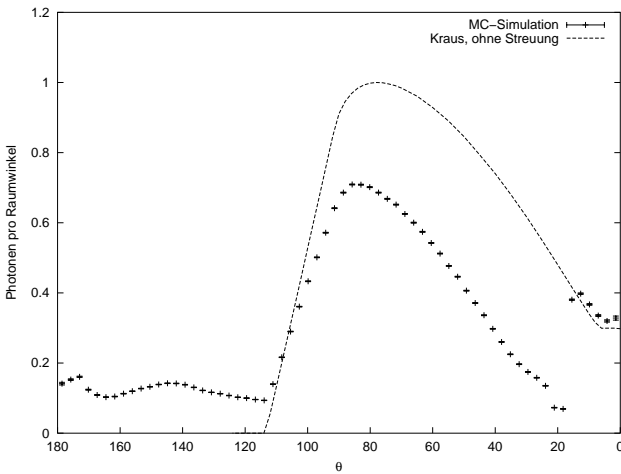


Abb. 5.28: Emission von der inneren Wand mit Streuung, mit jeweils 10 Millionen Photonen.

wirkung eines einfachen Reprozessierungsmodells auf die Ergebnisse zu betrachten. Hierzu wurden – wie in Abschnitt 5.2.2.4 – auf dem Neutronenstern auftretende Photonen mit einer isotropen Richtungsverteilung und gleicher Frequenz reemittiert. Für die vom inneren Rand des Trichters herrührende Strahlung spielt die Reprozessierung auf der Neutronensternoberfläche keine Rolle.

Das Ergebnis der so erweiterten Monte-Carlo-Simulation stimmt wiederum gut mit den Berechnungen von U. Kraus überein. In Abb. 5.29 sind die direkt entkommende und die reprozesierte Komponente sowie deren Summe aufgezeichnet; hierbei ist das Maximum der Summe auf eins normiert.

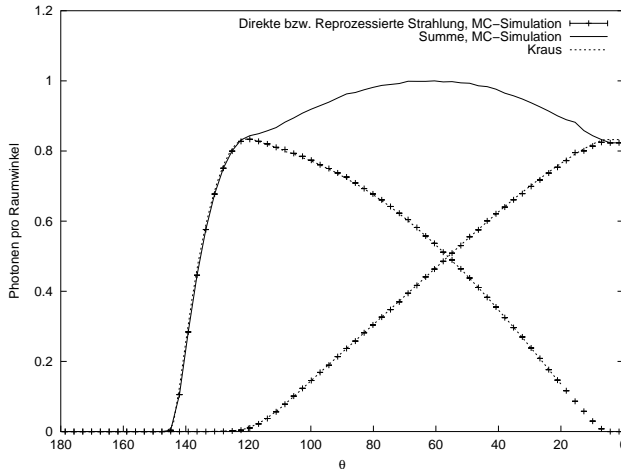


Abb. 5.29: Emission von der äußeren Wand mit Reprozessierung (diffuse Reflexion), mit jeweils 10 Millionen Photonen.

Durch die Berücksichtigung von Reprozessierung und Streuung werden die Strahlungscharakteristiken stark modifiziert. Der erstere Effekt wirkt sich dabei demodulierend auf die zu erwartenden Pulsprofile aus, da die Abstrahlung nun für $\theta \rightarrow 0$ nicht mehr gegen null geht. Durch Mitnahme der Streuung bekommt man in der Strahlungscharakteristik für die innere Komponente bei etwa 15° einen sehr steilen Abfall, da in dieser Richtung entkommene Photonen die Säule passieren müssen.

Um hieraus zum Vergleich mit Beobachtungen brauchbare Pulsprofile zu gewinnen, müssen weitere Annahmen, etwa über die Temperatur oder die Form des

emittierten Kontinuums der Wände, gemacht werden.

5.2.3 Diskussion

Die Streuung der in der Umgebung des Magnetpols emittierten Photonen in der Akkretionssäule herabfallenden Plasma ist neben der Emissionscharakteristik und dem Spektrum des Hotspots der wesentliche Faktor, der die Form der Pulsprofile bestimmt. Hierbei spielen die ortsabhängige Magnetfeldstärke, Plasmadichte und -geschwindigkeit, gravitative Effekte sowie möglicherweise der Strahlungsdruck eine große Rolle.

Ein durch die Säule propagierendes Photon „sieht“ auf seinem Weg verschiedene Magnetfeldstärken (und -richtungen), und dementsprechend verschiedene Resonanzfrequenzen; daher ist die Säule nicht nur für Photonen, die am Hotspot resonant sind, optisch dick, sondern je nach Richtung auch für Photonen mit niedrigeren Energien – im Falle eines sich entlang der Magnetfeldachse bewegenden Teilchens für nahezu alle. Daher ist der absorbierte Bereich im Spektrum für $\theta = 0^\circ$ in Abb. 5.11 auch besonders breit.

Die Lage der Resonanz ist von der Richtung des Beobachters relativ zur Magnetfeldachse abhängig; dies ist eine Folge des Dopplereffekts, da Photonen resonant werden, wenn ihre Frequenz *im Ruhesystem* des streuenden Mediums mit der Zyklotronfrequenz übereinstimmt. Realistische Spektren sind die Summe aus den Beiträgen zweier Polkappen, daher sind dort in den meisten Fällen zwei Linien zu erwarten, deren Abstand sich mit der Pulsphase ändert. Inwieweit diese überhaupt detektierbar sind, hängt von der genauen Form des Kontinuums der einzelnen Beiträge ab.

Mit dem in dieser Arbeit verwendeten Streuquerschnitt entkommen Photonen, deren Energie bei der Emission über der Zyklotronresonanz liegt, nahezu immer ungestreut. In der Realität treten jedoch höhere Resonanzen auf, die dies verhindern. Durch Verwendung eines entsprechenden aufwendigeren Querschnittes ließe sich dies berücksichtigen.

Die Strahlungscharakteristiken – und damit die Pulsprofile – können ihre Form im Bereich der Zyklotronenergie sehr stark ändern, da die Photonen in einem engen Energieband auch nur in einem kleinen Winkelbereich zwischen ihrer Ausbreitungsrichtung und der Magnetfeldachse resonant werden (Abb. 5.15). Dies ist allerdings nur beobachtbar, wenn dies in einem Energiebereich stattfindet, in dem die Emission von den ungestreuten Photonen dominiert wird.

Gestreute Photonen werden aufgrund der hohen Plasmageschwindigkeit bevorzugt nach unten hin abgelenkt, und weiterhin durch die gravitative Lichtablenkung in einen kleinen Bereich um $\theta = 180^\circ$ fokussiert, falls sie nicht vorher auf den

Neutronenstern treffen. Bei der Streuung verdoppelt bis verdreifacht sich zudem ihre Energie. Daher ist bei höheren Energien ein reiner *pencil beam* zu erwarten, da die ungestreuten Photonen ab einer bestimmten Frequenz exponentiell abnehmen, dessen Form allerdings durch Reprozessierung von Photonen an der Oberfläche modifiziert wird.

Allerdings gilt diese Betrachtung nur für optisch dünne Akkretionssäulen. Wird das Plasma schon früher etwa durch den Strahlungsdruck abgebremst, so wird die Säule am Fuß optisch dick, und die Abstrahlung kann nicht mehr durch einen emittierenden Hotspot auf der Neutronensternoberfläche beschrieben werden; die wesentliche Photonenquelle dürfte in diesem Falle thermische Bremsstrahlung innerhalb der Säule sein. Dieser Fall liegt allerdings klar außerhalb des in dieser Arbeit betrachteten Modells. Eine Abschätzung, ab welcher Leuchtkraft dies der Fall ist, ist im Artikel von Basko und Sunyaev (1976) zu finden.

Die Geometrie der Emissionsregion legt fest, in welchen Richtungen die Röntgenstrahlung die Akkretionssäule passieren muß. In diesen Richtungen wird Strahlung herausgestreut. Weiterhin wird durch die Größe der Auftreffregion zusammen mit der Akkretionsrate die Temperatur des Hotspots bestimmt.

Die Entstehung des Kontinuumspektrums bei Röntgenpulsaren ist ein ungelöstes Rätsel. Beobachtete Daten werden meist mit irgendeiner Form von Potenzgesetz beschrieben, das ab einer bestimmten Energie, meist um die 10 bis 20 keV, in einen exponentiellen Abfall übergeht. Der Photonenindex liegt meist bei etwa -1,5. Bei den hier betrachteten Leuchtkräften hat der Hotspot eine Temperatur von etwa ein bis zwei keV, so daß der exponentielle Abfall schon bei etwa fünf keV beginnt. In diesem Bereich entsteht zusätzlicher Fluß durch ursprünglich niederenergetischere Photonen, die bei der Streuung Energie aufgenommen haben; dies ist aber bei weitem zu wenig, um die auf die beobachteten Werte zu gelangen. Dies ändert sich, wenn man ein einfaches Reprozessierungsmodell, nämlich diffuse Reflexion an der Neutronensternoberfläche, in die Berechnungen aufnimmt. In diesem Falle überdecken diese den Abfall des Kontinuums bis weit über 100 keV hinauf; die Form läßt sich mit einem Potenzgesetz einigermaßen beschreiben.

Im Spektrum des relativ leuchtschwachen und damit im Bereich dieser Modelle liegenden Röntgenpulsars X Persei (4U 0352+309) gibt es ebenfalls eine Potenzgesetzkomponente, die bis etwa 60 keV geht (Coburn et al., 2001). Dies ist natürlich weit von den eben erwähnten 100 keV entfernt, allerdings wird die Reprozessierung auch nur sehr vereinfacht behandelt. Ein ausgefeilteres Modell müßte Effekte wie Absorption und Emission in der dichten Neutronensternatmosphäre und den Energieverlust der Photonen bei der Streuung beschreiben. Ein hierzu geeigneter Streuquerschnitt ist beispielsweise in Kaiser (1995) zu finden.

Kapitel 6

XPulsar@home

Aufgrund des hohen Bedarfs an Rechenzeit ist eine Parallelisierung des Codes für umfangreiche Parameterstudien unumgänglich. Dies ist bei Monte-Carlo-Simulationen allerdings sehr einfach, da die einzelnen Photonen voneinander unabhängig sind, und es auch kein prinzipielles Problem ist, wenn einer der rechnenden Knoten ausfällt.

Daher wurde die Parallelisierung als Internetprojekt „XPulsar@home“ realisiert, bei dem Freiwillige Rechenzeit auf ihren PCs beisteuern konnten. Von Anfang an als Partner dabei war das Wissenschaftsministerium, auf dessen Initiative die Idee zurückging. Bald kam auch das Kultusministerium hinzu, das die Idee eines Schulwettbewerbs einbrachte. Die Kosten für Hardware, Werbung (alle Realschulen und Gymnasien in Baden-Württemberg wurden angeschrieben und bekamen ein DIN A-3-Poster), Preise und HiWis wurden von den drei Parteien geteilt. Schließlich konnte IBM als Sponsor für den Laptop gewonnen werden.

In diesem Kapitel wird zunächst auf die verschiedenen Beweggründe, ein solch aufwendiges Projekt ins Leben zu rufen, eingegangen. Danach werden die technischen Details der Implementierung beschrieben, sowie Probleme und Erfahrungen, die im Verlauf des Projektes, insbesondere der ersten vier Monate, auftraten.

6.1 Vorbilder und Zielsetzungen

Die Idee, Rechenzeit für wissenschaftliche Projekte zu verwenden, die von Freiwilligen über das Internet zur Verfügung gestellt wird, war Mitte 1999 nicht neu. Der bekannteste Vertreter dieser Gattung war damals – und ist auch heute noch –

SETI@home (<http://setiathome.berkeley.edu>, Sullivan et al., 1997), das im Mai 1999 den Betrieb aufgenommen hatte. SETI steht für *Search for Extraterrestrial Intelligence*. Hier hofft man, daß Zivilisationen mit einem Entwicklungsstand, der mit unserem vergleichbar ist, Signale auf der 21 cm (1,42 Ghz) - Linie des Hyperfeinstrukturüberganges des Wasserstoffatoms in den Weltraum aussenden, und überwacht mit Radioteleskopen ein 2,5 MHz breites Frequenzband um diese Wellenlänge herum. Die dabei anfallenden Datenmengen sind so groß, daß es vollkommen unmöglich ist, sie vor Ort auszuwerten; der einzige Weg ist, sie auf hunderttausende von Computern zu verteilen und diese jeweils ein kleines Stück analysieren zu lassen.

Genau dies passiert bei SETI@home: Man lädt einen Client (meist in Form eines Bildschirmschoners) herunter, der sich zunächst vom Server einen Datensatz holt. Mit der nicht benötigten Rechenzeit des PCs wird dieser ausgewertet (d.h. auf künstliche Signale untersucht), was einige Stunden dauert; schließlich schickt der Client das Ergebnis an den Server zurück und erhält einen neuen Datensatz. Kommt innerhalb einer gegebenen Zeit keine Ergebnismeldung beim Server an, so wird der Datensatz erneut vergeben.

Daneben gibt es viele weitere *global computing*-Projekte; ihre Zielsetzungen reichen dabei von rein wissenschaftlich (z.B. kosmische Strahlung in der Erdatmosphäre, Primzahlenzerlegung, Verschlüsselungssysteme knacken – z.B. www.distributed.net) bis hin zu Firmen, die die so erhaltene Rechenleistung kommerziell nutzen (z. B. www.processtree.com, www.entropia.com).

Neben der in Aussicht stehenden nahezu grenzenlosen Menge an Rechenzeit, die für ausgiebige Parameterstudien genutzt werden konnte, gab es noch andere Gründe: Zu einer Zeit, wo SETI@home in aller Munde war, konnte es nicht schaden, selbst ein ähnliches Projekt (mit dem ähnlichen Namen XPulsar@home) aufzuziehen, und auf diese Weise zu zeigen, daß Tübingen bei derartigen aktuellen technischen Entwicklungen mit dabei ist. Insbesondere wurden Schüler als Zielgruppe angepeilt, um sie für Naturwissenschaften im allgemeinen und Astrophysik im speziellen zu begeistern. Aus diesem Grunde – und natürlich um möglichst viele Leute zur Teilnahme zu motivieren – wurde ein Wettbewerb ausgeschrieben: Die Schule, die innerhalb des Zeitraums von März bis Ende Juni 2000 die meisten Photonen berechnete, gewann ein Teleskop mit einem Laptop zur Ansteuerung; die zweitplatzierte einen PC; weiterhin gab es Bücher- und Softwarepreise (Tabelle 6.1).

Dabei durfte jeder Teilnehmer frei wählen, welcher Schule (wenn überhaupt) er seine gerechneten Photonen gutschreiben lassen wollte. Dies war die einzige Möglichkeit, die Chancengleichheit zu wahren, da die Ausstattung der Schulen

Platz	Preis
1.	Teleskop NexStar 5, IBM Laptop, „The Sky“, Buch „Das Hubble-Universum“
2.	Pentium-PC, Astronomie-Software „The Sky“, Buch „Das Hubble-Universum“
3.-6.	Astronomie-Software „The Sky“, Buch „Das Hubble-Universum“
6.-10.	Buch „Das Hubble-Universum“

Tabelle 6.1: Preise für die ersten zehn Schulen

selbst mit Computern sehr unterschiedlich ist und natürlich auch von der Größe der Schule abhängt. Auf diese Weise konnte dieser Nachteil durch entsprechend mehr Einsatz bei der Anwerbung von Leuten (meist ehemaligen Schülern oder Freunde und Bekannte) wettgemacht werden, was – sehr zu unserer Freude – auch fleißig ausgenutzt wurde.

Die Tatsache, daß es praktisch nicht möglich war, festzustellen ob ein(e) Teilnehmer(in) wirklich ein(e) Angehörige(r) der entsprechenden Schule war, legte dieses Vorgehen ebenfalls nahe. Der einzige Teilnehmerkreis, der vom Wettbewerb ausgeschlossen war, waren Angehörige unseres Institutes.

6.2 Implementierung

XPulsar@home ist ein komplexes System mehrerer zusammenspielender Softwarekomponenten auf verschiedenen Rechnern. Einen groben Überblick gibt Abb. 6.1. Es gibt einen Hauptserver, `xpulsar.tat.physik`, und mehrere Subserver `servlet1.tat.physik`, `servlet2.tat.physik`, usw. Die einzelnen Bauteile des Gesamtsystems werden in den nächsten Abschnitten beschrieben.

6.2.1 Webseite

Jeder, der sich für XPulsar@home interessiert, wird sich zunächst die Webseite ansehen. Daher muß diese ansprechend gestaltet sein und alle wichtigen Informationen enthalten. Dazu gehören die Teilnahmebedingungen, eine kurze Beschreibung was die PCs der Teilnehmer berechnen und welche Erkenntnisse man sich davon erhofft, Anmeldeformulare, aktuelle Tabellen über den Stand des Wettbewerbs, und natürlich Kontaktadressen der Veranstalter.

Ferner wurde für physikalisch Interessierte eine allgemeinverständliche Einführung in die Physik der Röntgenpulsare angeboten. Einmal pro Stunde wurden aus den gerechneten Photonendaten der Teilnehmer ein Spektrum und eine Abstrahlungscharakteristik erzeugt und diese zwei Kurven auf die Webseite gelegt. Später

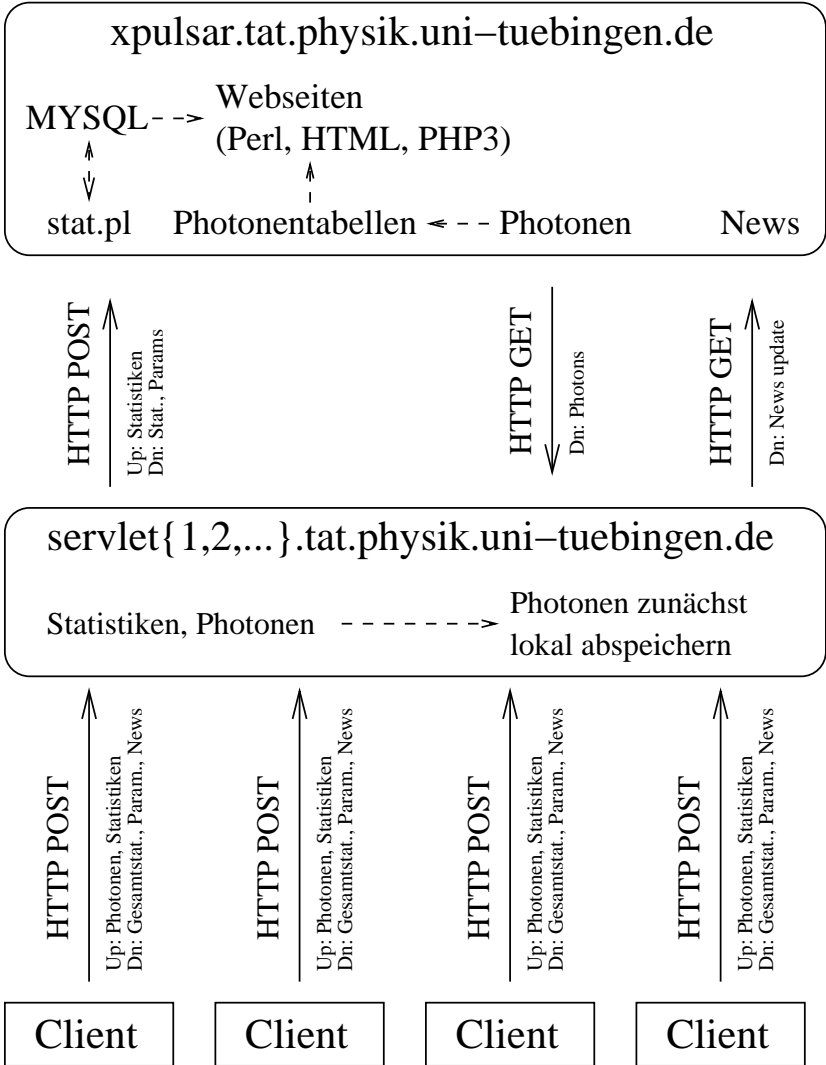


Abb. 6.1: Komponenten von XPulsar@home und deren Zusammenspiel

kamen eine detaillierte Installationsanleitung für den Client, sowie Tips für dessen Benutzung unter verschiedenen Betriebssystemen dazu.

Für die Webpräsenz wurde die Domain `xpulsar.de` reserviert, und entsprechende Anfragen auf den Hauptserver an der TAT umgelenkt.

Die erste Version wurde größtenteils von Peer Schneider erstellt. Die Benutzeroberfläche hiervon wurde etwa einen Monat nach Anlaufen des Projektes von Raphael Dannecker grundlegend überarbeitet und danach von ihm und mir zusammen betreut und erweitert. Hierbei kam eine Kombination aus der Skriptsprache PHP3 (`www.php.net`) und dem in Perl geschriebenen HTML-Präprozessor gtml zum Einsatz (`www.lifl.fr/~beaufils/gtml/`). Letzteres erzeugt aus einem HTML-ähnlichen Quellcode die eigentliche Webseite. Dabei wird das Navigationsmenü auf der linken Seite automatisch erzeugt und in jede Datei integriert, nachdem man einmal die Struktur der einzelnen Dokumente untereinander festgelegt hat.

Die Perlskripte zur Benutzerverwaltung stammen von Michael Ruder. Als Webserver wurde apache 1.3.9 verwendet, das Betriebssystem des Rechners war die Linuxdistribution SuSE 6.4.

6.2.2 Datenbank

Die Aufgabe der Datenbank war es, die Schulen, Benutzer und Wettbewerbsstatistiken zu verwalten und einander zuzuordnen. Die Wahl fiel auf das Produkt mysql 3.23 (`www.mysql.com`). Dieses Softwarepaket ist frei verfügbar, und hat sich in vielen anderen WWW-Projekten gut bewährt. Daneben glänzt es mit einer sehr guten Performance und Stabilität.

Eine Datenbank besteht aus mehreren Tabellen, deren Einträge in Relation zueinander stehen. So gab es jeweils eine Tabelle für die Benutzer, die Schulen, die Statistiken und noch einige mehr (Tab. 6.2). Die Benutzerdaten und -statistiken sind über die Benutzer- und Gruppennummer verknüpft. Die meisten der Tabellenspalten erklären sich durch ihren Namen von selbst.

Die Tabelle UserStat beinhaltet die für den Wettbewerb relevanten Statistiken. Diese bestanden anfangs nur aus Photonenzahl und verbrauchten Sekunden Rechenzeit; in der zweiten Version kam ein Eintrag für den Monat hinzu. Weiterhin wurden genauere Informationen über die eventuell mehreren unter dem gleichen Benutzerkonto laufenden Clients benötigt, um beispielsweise die Gesamtphotonenrate eines Benutzers korrekt anzeigen zu können.

Die Log-Tabellen protokollierten jedes Ereignis (Anmeldung neuer Benutzer, Ankunft eines Photonenpaketes) mit und wurden entsprechend groß. Sie waren eine unentbehrliche Hilfe bei der Suche nach Schummlern und Fehlern im eigenen

System.

HostStat wurde zur Zugriffskontrolle auf die Datenbank eingesetzt.

Tabellenname	Feldname und -typ
Users	GroupNo (int), No (int), Name (String), EMail (String), LastLogin (timestamp), LastIP (String)
Schools	No (int), Area (String), Type (String), Name (String), Street (String), ZIP (String), City (String), PhotonsPerSec (int), URL (String)
UserStat	GroupNo (int), UserNo (int), <i>MonthYear (String)</i> , LastUpdate (timestamp), Photons (int), CPUSeconds (int), <i>Sessions (int), SessionsDetails (String)</i> , <i>PhotonsPerSec (double), PhotonsPerSecDetails (String)</i>
Groups	No (int), School (int), Name (String), Email (String)
HostStat	Name (String), LastUpdate (timestamp), Connections (int)
LogUser	No (int), Stamp (timest.), TIN (int), Type (String), Event (text)
LogStat	No (int), Stamp (timest.), TIN (int), Type (String), Event (text)

Tabelle 6.2: Verwendete Datenbanktabellen und deren Felder. Kursiv gedruckte Felder sind erst später hinzugekommen. Die Strings sind meist varchar(255)

Es wurden mehrere Datenbankbenutzer (die nicht mit den Benutzer-IDs des Betriebssystems verwechselt werden dürfen, mysql hat eine eigene Benutzerverwaltung, um z.B. auch Zugriff von externen Rechnern zu kontrollieren!) angelegt, die verschiedene Berechtigungen hatten, und von den entsprechenden Skripten verwendet wurden.

Die Datenbankstruktur wurde von Michael Ruder erstellt, die später hinzugekommenen Felder in der Statistiktabelle wurden von mir hinzugefügt.

6.2.3 Client

Der Client, d.h. das Programm, das die eigentlichen Berechnungen auf dem Computer des Teilnehmers ausführt, war zunächst als Javaapplet konzipiert. Java ist eine plattformunabhängige Programmiersprache, die von Sun Microsystems im Hinblick auf Anwendungen im *World Wide Web* entwickelt wurde. Die Syntax ist der von C sehr ähnlich, allerdings ist Java objektorientiert, was es relativ einfach machte, den bisher in C++ vorliegenden Simulationscode zu portieren.

Ein Javaprogramm wird vom Javacompiler nicht direkt in den Maschinenco-

de der Zielplattform umgewandelt, sondern in einen noch immer architekturunabhängigen Bytecode, der dann von einem virtuellen Prozessor, der *Java virtual machine* (im folgenden JVM) interpretiert wird. Dies hat den Vorteil, daß Java-programme – zumindest in der Theorie – auf jeder JVM laufen, und nur die JVM auf das Zielsystem portiert werden muß. Der offensichtliche Nachteil dieses Verfahrens ist die schlechtere Performance gegenüber nativem Programmcode. Seit einiger Zeit gibt es JVMs, die über einen JIT (*Just-in-time-Compiler*) verfügen, der vor dem Start des Programms den Javabytecode oder zumindest Teile davon in nativen Code umwandelt.

In jedem modernen Browser (Netscape ab Version 4.08, Internet Explorer ab Version 4) ist ebenfalls eine solche JVM eingebaut, um Javaprogramme (sogenannte Applets), die von einer Webseite heruntergeladen werden können, auszuführen. Diese Applets haben im Vergleich zu „richtigen“ Programmen nur sehr begrenzte Möglichkeiten, auf das System zuzugreifen: Sie dürfen beispielsweise nur eine begrenzte Menge Speicher verwenden, auf keine Dateien zugreifen und nur Netzwerkverbindungen zu dem Server aufbauen, von dem sie heruntergeladen wurden. Mehr ist jedoch auch nicht nötig, denn der Client soll nur Berechnungen ausführen, die Ergebnisse periodisch an den Server zurücksenden, und möglicherweise dem Benutzer ein animiertes Fenster zum Anschauen geben.

Durch die Implementierung als Javaapplet sollte also nicht nur die Lauffähigkeit auf allen Betriebssystemen, für die es eine JVM gibt, sichergestellt, sondern auch mögliche Sicherheitsbedenken von Benutzern ausgeräumt werden. Schließlich sollten die Schulen ja auch ihre ehemaligen Schüler überzeugen, von ihrem Arbeitsplatz aus mitzumachen.

Die erste Version des Clients wurde größtenteils von Jan Freuer geschrieben. Das Programm enthielt die Simulation, einen Newsticker mit Meldungen von Bild der Wissenschaft, sowie eine interaktive animierte Benutzeroberfläche. Die ersten fünf Fensterinhalte in Abb. 6.2 wurden abwechselnd dargestellt, zudem hatte der Benutzer die Möglichkeit, über die Dreiecke rechts unten zur nächsten bzw. vorigen Einstellung zu springen. Über das Fragezeichen gelangt man zum sechsten Fenster (Konfiguration).

Das zweite Fenster zeigte den Fortschritt bei der Berechnung des aktuellen Photonenpakets an, daneben auch die Zahl der selbst, von der eigenen Gruppe bzw. Schule und die der insgesamt gerechneten Photonen an. Im dritten wurde ein Vergleich der eigenen Berechnungsgeschwindigkeit mit der durchschnittlichen der Gruppe und aller Teilnehmer dargestellt. Das vierte enthielt eine grafische Visualisierung der Richtungen der entkommenden Photonen, die allerdings nie ganz fertig implementiert wurde. Die Namen der Mitarbeiter des Projektes wurden schließlich

im letzten Fenster gezeigt.

Wenn man auf eine Überschrift des Newstickers klickte, wurde im Browser ein Fenster geöffnet, das die ganze Meldung enthielt, ebenso das TAT-Logo rechts oben, mit dem man zur Institutshomepage kam.



Abb. 6.2: Screenshots des Clients.

Diese erste Version sah zwar auf den Windowsbrowsern prima aus, lief aber in der Linuxversion von Netscape nur sehr langsam, da diese keinen JIT hatte. Daher wurde von mir ein „abgespecktes“ Applet erstellt, das der Benutzer alternativ zum ersten starten konnte, und das überhaupt keine Animationen und Interaktionsmöglichkeiten enthielt. Dieses wurde bald auch von den Windowsbenutzern verwendet, da jedes gerechnete Photon im Hinblick auf den Wettbewerb kostbar war. Um Linuxbenutzer in den Genuß einer JVM mit JIT zu bringen, wurde kurze Zeit später eine Version der Clients als Javaapplikation veröffentlicht, die ohne Webbrowser in jeder JVM lauffähig war. Trotz der angeblichen Plattformunabhängigkeit von Java zeigten sich deutliche Unterschiede in Sachen Stabilität und Leistung (Tab. 6.3). Schließlich wurde auf Wunsch vieler Teilnehmer noch ein Client implementiert, der ganz ohne Grafik auskam, und so sehr einfach über das Netzwerk auf vielen Rechnern gestartet und beendet werden konnte.

Der Client nahm nach dem Start zunächst zum Server Kontakt auf, holte sich unter anderem den aktuellen Parametersatz, und begann die Simulation. Es wurden 60 Sekunden lang Photonen berechnet (in der Applikation war diese Zeit konfigurierbar, bis hin zu 20 Minuten), die anschließend an den Server übermittelt wurden.

JVM	Betriebssystem	Photonen/s
Netscape 4.72	Linux	8.1
Netscape 4.08	Win 98	15.5
Internet Explorer 4	Win 98	40.0
IBM 1.1.8	Linux	54.3
IBM 1.1.8, ohne JIT	Linux	15.7
IBM 1.3	Linux	53.6
Blackdown Java 1.1.8	Linux	13.8
Blackdown/Sun Java 1.3	Linux	70.4
Blackdown/Sun Java 1.3, ohne JIT	Linux	14.4
IBM 1.1.8	Win 98	68.2
IBM 1.1.8, ohne JIT	Win 98	13.9
Sun 1.1.8	Win 98	30.6
Sun 1.3	Win 98	70.0
g++ (unoptimiert)	Linux	98.7
gcc, -O2	Linux	227.3

Tabelle 6.3: Performance von verschiedenen JVMs. Es wurde nur die Geschwindigkeit der Simulation (ohne grafische Animationen) ermittelt, Aussagen zur Stabilität können hierbei nicht gemacht werden. Die Tabelle ist aus Weth et al. (2001) entnommen. Die Tests wurden auf einem AMD K6/2 mit 400 MHz und 128 MB Hauptspeicher durchgeführt.

Leider war die dabei anfallende Datenmenge (7 Bytes pro Photon bei etwa 100 Photonen pro Sekunde) so groß, daß längere Intervalle, in denen der Benutzer offline gehen konnte, nicht möglich waren - ein damals einigermaßen schneller und über eine ISDN-Leitung mit dem Internet verbundener PC verwendete etwa 20 Prozent der Zeit darauf, die Daten zu übermitteln. Für Schulen, die auf diese Weise ans Internet angeschlossen waren, wurde so der Übertragungsweg schnell zum Engpaß.

Mit zunehmender Teilnehmerzahl und höherer Serverlast traten nach und nach einige Probleme auf, die größtenteils mit einer überarbeiteten Version Anfang Juni behoben wurden: In dieser wurden die Photonendaten vor der Übertragung komprimiert und eine Versionsnummer des Clients mitübermittelt. Zudem wurde die Möglichkeit geschaffen, gezielt bestimmte (z.B. veraltete oder falsch rechnende) oder alle Clients zu beenden. Das letzte Feature wurde glücklicherweise nur einmal, zum Ende des Projektes im April 2001, verwendet.

Feld	Wert
ID	Benutzer- und Gruppennummer des Teilnehmers
Statistics	Zahl der Photonen und verbrauchte Rechenzeit im Datenpaket
Random seed	zuvor erhaltener Startwert des Zufallsgenerators
Parameters	Physikalische Parameter
Version	Versionsnummer (Version 2)
Photons	Liste der berechneten Photonen

Tabelle 6.4: ClientMessage: Vom Client übermittelte Daten.

6.2.4 Servlet

Das Servlet ist das Bindeglied zwischen Applet und Datenbank. Es nimmt die Daten vom Client entgegen, führt einige Konsistenztests durch, um etwaige Manipulationen zu erkennen, gleicht die Statistiken mit der Datenbank ab, speichert die Photonen und versorgt das Applet mit einem neuen Parametersatz.

Lastverteilung: Um die Last bei hohen Teilnehmerzahlen zu verteilen, wurden zunächst drei Servletrechner aufgesetzt. Diese Rechner wurden zusätzlich von Mitarbeitern der TAT als Arbeitsplatz verwendet. Um diese nicht zu beeinträchtigen, wurde die Zahl dieser Server nach und nach auf bis zu sieben erhöht. Die Zuweisung der Clients zu den Servlets geschah bei den Applets durch das Perlskript, das diese startete (Round-Robin-Prinzip). Die Javaapplikationen fanden durch einen

Eintrag in einer Konfigurationsdatei die URL des richtigen Servers. Leider gab es keine Möglichkeit, laufende Clients dynamisch auf andere Server umzuziehen.

Dem Client wurde die Adresse des Servlets in Form einer URL mitgeteilt (z.B. `http://servlet3.tat.physik.uni-tuebingen.de/XPServlet/`), die zunächst per DNS (*Domain Name System*) aufgelöst wurde. Anfangs zeigten jeweils zwei bis drei dieser Einträge auf den gleichen Rechner. Wenn es auf einem zu eng wurde, konnte man einen neuen Server einrichten, eines der DNS-Aliase umbiegen, und hoffen, daß die Clients dieses Update relativ schnell mitbekamen. Dem stand allerdings die Javarestriktion entgegen, daß Applets nur auf ihren Ursprungsserver zugreifen dürfen, so daß dies nicht immer zuverlässig funktionierte.

Am Ende wurden, wie schon erwähnt, sieben Server verwendet; jeder davon bediente etwa 70 bis 120 Clients. Dabei zeigte sich, daß langsame Dual-Prozessor-Maschinen (z.B. `alamak`, mit zwei Pentium Pro CPUs mit 200 MHz) deutlich zuverlässiger arbeiteten und mehr Clients verkrafteten als schnelle Einprozessormaschinen mit 400 MHz und mehr.

Kommunikation mit dem Client: Wie der Name schon andeutet, ist auch das Servlet in Java geschrieben. Dies erleichtert die Datenkommunikation mit dem Applet drastisch, da die eingebauten Javaklassen einem diese Arbeit größtenteils abnehmen - alles was man tun muß, ist die Klassen `ClientMessage` und `ServerMessage`, die die Daten enthalten, als `serializable` zu deklarieren und eine entsprechende Methode zu implementieren, die die Daten aus einem Datenstrom liest bzw. in ihn hineinschreibt. Alle anderen Probleme, die bei plattformübergreifender Kommunikation auftreten können (verschiedene Bytereihenfolge oder Wortlänge), werden durch die JVM vom Programmierer abgeschirmt.

Der Kommunikationsprozeß wird über eine HTML-Anfrage vom Client initiiert. Die Daten der `ClientMessage` sind in Tab. 6.4 abgedruckt.

Der Aufbau des Datenblocks, der als Antwort zurückgeht, ist in Tab. 6.5 zu sehen. Wenn das Feld *Exit message* nicht leer ist, gibt das Applet diese Meldung aus und stellt seine Berechnungen ein. Der vom Client zurückgelieferte Wert des Feldes *Random seed* muß mit dem ihm zuletzt geschickten übereinstimmen. Auf diese Weise wurden *replay*-Angriffe, d.h. ein wiederholtes Senden des gleichen Datenpaketes, verhindert.

Datenaustausch über den Webserver: Die Servlets liefen innerhalb des apache-Webservers. Dies hatte den Vorteil, daß komplexe Probleme wie z.B. das Management vieler gleichzeitiger Verbindungen, oder das genaue Protokoll der Datenübertragung durch das Internet von diesem übernommen wurden. Für jeden Zugriff

Feld	Wert
Parameters	neue physikalische Parameter
User statistics	Zahl der Photonen und Rechenzeit des Teilnehmers
Group statistics	... der Gruppe des Teilnehmers
Total statistics	... aller Teilnehmer
Random seed	neuer Startwert für den Zufallsgenerator
News	neue Newstickermeldungen (falls vorhanden)
Exit message	Wenn dieses Feld nicht leer ist, wird die Nachricht dargestellt und der Client beendet (Version 2)

Tabelle 6.5: `ServerMessage`: Vom Servlet übermittelte Daten.

erzeugte der apache einen Javathread, der diesen bearbeitete. Das einzige, was bei der Programmierung des Servlets beachtet werden mußte, war die Synchronisierung der einzelnen, gleichzeitig ablaufenden Threads: Zum Beispiel darf der Vorgang Gesamtstatistik lesen – neue Photonen addieren – Gesamtstatistik schreiben nicht durch den gleichen Ablauf eines anderen Threads unterbrochen werden, da es sonst zu Inkonsistenzen kommen kann. Java stellt hierzu entsprechende Sprachkonstrukte zur Verfügung.

Ein weiterer, nicht zu unterschätzender Vorteil davon, die Kommunikation über HTTP laufen zu lassen ist, daß dieses Protokoll von nahezu allen Firewalls durchgelassen wird, da ja der gesamte WWW-Verkehr darauf basiert; ansonsten wären viele Teilnehmer ausgeschlossen worden.

Für die Einbindung der Servlets in den Webserver war ein Zusatzmodul, die sogenannte *Servlet-Engine*, erforderlich. Die damals einzige freie Implementierung hiervon war JServ. Leider zeigte sie Stabilitätsprobleme, die bei hoher Last auftraten und auch mit der Installation einer neuen Version nur bedingt besser wurden, so daß man damit leben mußte.

Kommunikation mit der Datenbank: Die Kommunikation mit der Datenbank erfolgt nicht direkt, sondern über ein Perl-CGI-Skript `stat.pl`, das auf dem Datenbankserver läuft. Der Grund für diese Konstruktion waren Sicherheitserwägungen, da die in der Entwicklungszeit von XPulsar@home aktuelle mysql-Version Probleme mit der Authentifizierung von Zugriffen über das Netz hatte. Mit unserem Vorgehen konnte man den Netzwerkzugang zur Datenbank komplett sperren, da das Perlskript direkt auf dem Datenbankserver lief. Gleichzeitig war der Zugriff auf `stat.pl` nur von TAT-Rechnern aus erlaubt; weiterhin prüfte das Skript

als erstes, ob der Rechner, von dem die Verbindung ausging, in der Datenbanktabelle HostStat (s. Tab. 6.2) aufgeführt war, und verweigerte im negativen Fall die Ausführung.

`stat.pl` stammte von Michael Ruder; die erste Version des Servlets wurde von Jan Freuer und mir erstellt. Da Jan kurz vor Anlaufen des Projektes mit seinen Diplomprüfungen begann, wurde es in der Folgezeit von mir alleine weiterentwickelt und vervollständigt; kurz vor Abschluß des Wettbewerbs war das Servlet dann soweit, daß es alle Features hatte (und diese funktionierten!), die man sich von Anfang an gewünscht hätte. Dazu gehörte beispielsweise die Fähigkeit, mit mehreren Clients, die unter der gleichen Benutzer-ID rechneten, umzugehen: Bis Mitte Mai war es nötig, für jeden Client eine eigene Benutzernummer zu erzeugen, was bei einigen Teilnehmern auf Unverständnis stieß bzw. einfach nicht beachtet wurde, mit der Folge daß viele Photonen verworfen wurden. Da dies in den Log-Dateien sichtbar war, machte ich mir die Mühe, die entsprechenden Leute anzuschreiben und darauf hinzuweisen, aber mit steigender Teilnehmerzahl (und vor allem steigender Zahl von Teilnehmern, die mit mehr als einem Rechner mitmachten) war eine solide Lösung notwendig.

Challenge: Die zweite Funktionalität, die erst spät vollständig implementiert wurde, war die *Challenge*. Dieser Mechanismus zur Überprüfung der Ergebnisse der Clients war eigentlich von Anfang an geplant gewesen, aber aufgrund der knappen Zeit nie richtig ausgetestet worden. Die Idee, die von Martin Konold stammte, war, von Zeit zu Zeit mehreren Clients die gleichen Anfangsdaten zu schicken und die berechneten Photonen zu vergleichen. Hierbei traten jedoch immer wieder unerwartete Probleme auf (z.B. die anfangs nicht vorhandene Versionskontrolle bei den Clients, oder die manchmal auftretende Abhängigkeit der Berechnungsergebnisse von der verwendeten JVM und/oder C-Bibliothek), so daß die *Challenge* über den größten Teil des Wettbewerbszeitraumes abgeschaltet blieb.

In dieser Zeit wurden die eingehenden Photonen zur Abwehr von Schummeln mehreren einfachen Tests unterworfen: Ein Paket wurde nur akzeptiert, wenn die Zahl der berechneten und der tatsächlich übertragenen Photonen nicht zu stark vom Mittelwert aller Teilnehmer abwich, der Anteil der gestreuten Photonen nicht zu gering war, und die Rechengeschwindigkeit (d.h. Zahl der Photonen pro Sekunde) nicht unrealistisch hoch war. Abweichungen in der Zahl der gerechneten und übertragenen Photonen ergeben sich daraus, daß viele Photonen auf der Neutronensternoberfläche landen und verworfen werden. Schließlich wurde noch die im Statistikfeld angegebene Rechenzeit mit der seit dem letzten Paket vergangenen Zeit verglichen.

Die *Challenge* funktionierte nach folgendem Verfahren: Jedes eingehende Photonenpaket wurde auf seine Tauglichkeit als Referenzpaket überprüft; die Voraussetzung hierbei war eine Länge von mindestens 1000 Photonen. Im positiven Fall wurde es zum neuen Referenzkandidaten erklärt.

Zu Beginn einer *Challenge*-Runde wurden zufällig ausgewählte Clients mit den Parametern (und dem entsprechenden Startwert für den Zufallsgenerator) des aktuellen Referenzkandidaten versorgt. Die Zeitintervalle zwischen den Challenges sowie der Anteil der zu überprüfenden Clients waren konfigurierbar; die verwendeten Werte lagen bei 10 Minuten und 15 Prozent (bei etwa 100 Clients pro Servlet). Die zurückkommenden Ergebnisse wurden dann mit den Referenzphotonen verglichen. Wurden sie als zu unterschiedlich befunden, wurde der Client als nicht vertrauenswürdig markiert und alle weiteren von ihm gelieferten Ergebnisse verworfen. Gleichzeitig wurde ein entsprechender Logfile-Eintrag erzeugt und das falsche Photonenpaket abgespeichert, um eine weitere Analyse zu ermöglichen.

Der Vergleich der Photonenlisten brachte einen erschreckend hohen Anteil an falsch rechnenden Clients: Die zurückgelieferten Photonen stimmten anfangs perfekt überein, waren aber ab einem bestimmten Photon völlig anders als die des Referenzkandidaten. Dabei war ihre statistische Verteilung aber durchaus in Ordnung.

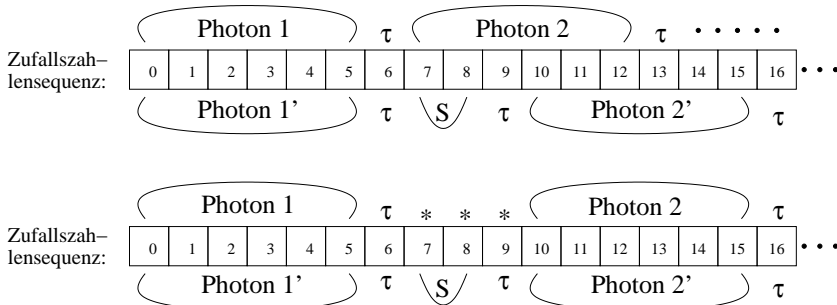


Abb. 6.3: Problem (oben) und Lösung (unten) des Startwertproblems für die Zufallszahlen bei der Challenge. τ : Ziehung der optischen Tiefe; S: Bestimmung der neuen Richtung bei der Streuung. *: Zufallszahl übersprungen.

Die Ursache hierfür liegt in der Natur einer Monte-Carlo-Simulation: Wird ein Photon durch einen minimalen Rundungsfehler auf einem Computer gestreut und auf einem anderen nicht, so sind die Zufallsgeneratoren nicht mehr synchron, da zur Streuung mindestens eine Zufallszahl benötigt wird (Abb. 6.3). Abhilfe schaffen

zwei Verfahren: Entweder man verwendet einen Zufallsgenerator zur Photonenerzeugung und einen zweiten zur Streuung, oder man verwirft vor der Erzeugung des Photons so lange Zufallszahlen, bis die Seriennummer der ersten verwendeten Zahl durch z.B. 10 teilbar ist. Für die letztere Lösung waren die wenigsten Änderungen am Simulationscode erforderlich; nachdem diese implementiert waren, stimmten über 99 % der übermittelten Photonen überein, und die Challenge konnte endlich verwendet werden.

Periodisches Abspeichern der Photonen: Anfangs schrieb das Servlet die von den Clients erhaltenen Photonen direkt über NFS (*Network Filesystem*) auf den Hauptserver. Mit zunehmender Last wurde dieses Verfahren jedoch instabil, so daß die Daten fortan auf eine lokale Festplatte geschrieben und periodisch vom Hauptserver abgerufen wurden. Dies geschah zunächst über ssh (*secure shell*), wurde aber bald aus Performancegründen durch ein HTTP-basiertes Verfahren ersetzt.

Weiterhin speicherte jedes Servlet nicht alle erhaltenen Pakete einzeln ab, sondern sammelte sie über einen (konfigurierbaren) Zeitraum von fünf Minuten, bevor es sie dann komplett in eine Datei schrieb.

HTML-Konfiguration der Servlets: Da die Konfiguration der Servlets durch Änderung der Konfigurationsdateien und anschließendes neu starten umständlich und fehlerträchtig war und außerdem den Wettbewerbsbetrieb beeinflusste, wurde eine Möglichkeit, die wichtigsten Parameter (ausführliches Logging ein/aus, Challenge-Einstellungen, älteste erlaubte Appletversion) über den Webbrowser zu setzen geschaffen. Der Zugriff auf diese URL war auf einen einzigen Rechner der Theoretischen Astrophysik (a.l.amak) beschränkt.

6.2.5 Datenauswertung

Einmal pro Stunde wurden die neuen Photonen zu der dem Parametersatz entsprechenden Tabelle addiert. Diese Tabelle hatte jeweils 128 Einträge für die zwei Ausbreitungswinkel und 256 für die Frequenz, sowie zwei für die Polarisation, und zwar jeweils für die nicht-, ein-, zwei- bis zwanzigfach gestreuten Photonen. Die Tabelleneinträge waren `int`-Zahlen, bestanden also aus vier Bytes.

Die 32 Megabyte großen Untertabellen für eine feste Zahl von Streuungen wurden jeweils in einer eigenen Datei abgespeichert. Die Größe der Ergebnistabelle für einen Parametersatz beläuft sich also auf 640 Megabyte; jedoch sind die meisten Einträge der Dateien für mehrfach gestreute Photonen null, und ebenso viele Einträge für hohe Frequenzen, so daß sich die Tabellen leicht auf etwa ein Hundertstel komprimieren lassen.

Das Eintragen der Daten in die Tabelle funktionierte folgendermaßen: Zunächst wurden alle Photonendateien aneinandergelinkt und so in eine große Datei umgewandelt. Dies geschah nacheinander, d.h. es wurde jeweils eine Datei an die Zieldatei gehängt und sofort gelöscht, um Plattenplatz zu sparen. Befanden sich nun alle neuen Daten in der großen Datei, so wurde die Tabellendatei mit den ungestreuten Photonen des aktuellen Parametersatzes dekomprimiert und in den Speicher geladen. Nun nahm sich das Programm die Photonendatei vor, las Photon für Photon ein, erhöhte für die ungestreuten den entsprechenden Eintrag der Tabelle, und schrieb die gestreuten in eine zweite Datei, die viel kleiner war als die erste. Schließlich wurde die Tabelle mit den ungestreuten Photonen komprimiert und abgespeichert, und das gleiche Vorgehen mit den einfach gestreuten wiederholt, usw. Diese Vorgehensweise stellte sicher, daß sich der Hauptspeicherverbrauch in Grenzen hielt (auf der gleichen Maschine liefen auch der Webserver und die Datenbank), und gab der Sache gleichzeitig eine gewisse Robustheit, da immer nur ein Teil der Tabelle bearbeitet wurde.

Aus der neuen Tabelle wurde dann, wie zuvor schon erwähnt, ein Spektrum und eine Abstrahlungscharakteristik erzeugt und auf die Webseite gelegt; außer der Lage der Zyklotronlinie und der Tatsache, daß die Kurven mit der Zeit (und damit zunehmender Photonenzahl) immer glatter wurden, war ihnen jedoch nicht viel zu entnehmen.

Um die Daten quantitativ zu analysieren, wurden die zwei Programme `FTView` (ein grafischer Viewer) und `FTInfo` (ein Konsolenprogramm zu Erzeugung von Strahlungscharakteristiken, Spektren und anderen Kurven) entwickelt. Sie sind in Anhang C beschrieben. Zur Bearbeitung müssen die Daten allerdings mit einem weiteren Tool in einen kleineren Tabellentyp umgewandelt werden.

6.3 Verlauf

Gleich zum Start von `XPulsar@home` war das Netzwerk der TAT und damit die `XPulsar`-Server aufgrund von Problemen mit dem Router des Rechenzentrums nicht erreichbar; nachdem diese gelöst waren, begannen die ersten Leute (von denen einige auch schon vorher im Probetrieb teilgenommen hatten) zu rechnen. Insbesondere beteiligte sich das Gymnasium des Bildungszentrums Nord aus Reutlingen mit etwa einem Dutzend Rechner. Am Ende des Wettbewerbs spielte diese Schule allerdings keine Rolle mehr.

Richtig los ging der Wettbewerb mit dem Einstieg des Stiftsgymnasiums Sindelfingen und der Geschwister-Scholl-Schule Tübingen gegen Ende des Monats. Beide Teilnehmergruppen waren hochmotiviert, den Wettbewerb zu gewinnen, und

sehr erfolgreich dabei, Leute an Land zu ziehen, die für sie Rechenleistung zur Verfügung stellten. Von Mitte April an bis zum Ende des Wettbewerbs am 30. Juni schafften sie es, ihre Photonenzahlen exponentiell ansteigen zu lassen (s. Abb. 6.4). Kurz vor Ende lagen die beiden Kopf an Kopf vorne, und es war bis einige Stunden vor Abschluß nicht klar, wer von beiden das Rennen machen würde. Schließlich konnte die GSS den Wettbewerb für sich entscheiden.

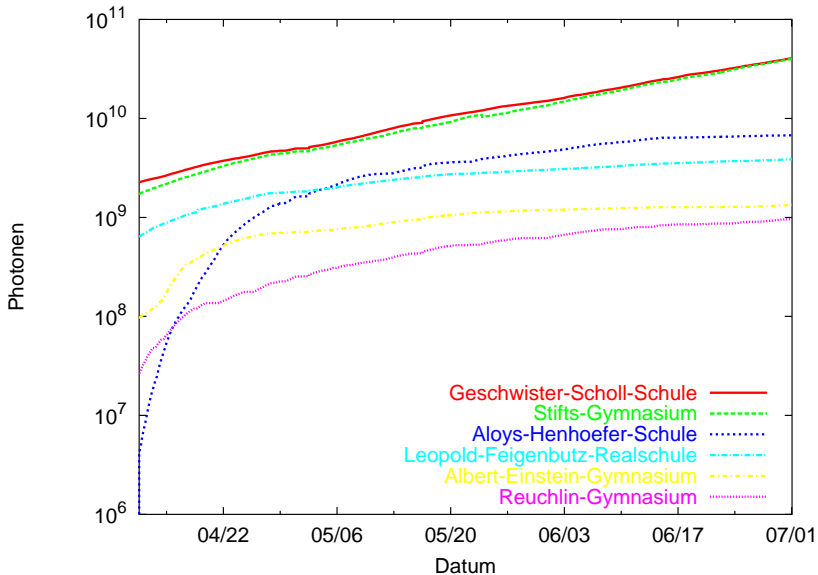


Abb. 6.4: Verlauf des XPulsar@home-Wettbewerbs. Die y-Achse ist logarithmisch!

Die exponentielle Anstieg in Teilnehmer- und Photonenzahlen stellte hohe Anforderungen an die Infrastruktur - zwar war diese prinzipiell skalierbar ausgelegt, aber natürlich traten mit so schnell steigender Last immer wieder neue Probleme auf, die größtenteils auch nicht vorherzusehen waren, wie z.B. Instabilität von NFS bzw. YP und JServ. Dies führte beispielsweise zur totalen Auslastung des Serv-letrechners nach dem Neustart des Servlets, da dieses versuchte, alle aufgestauten Clientanfragen auf einmal zu verarbeiten. Dadurch reagierte der entsprechende Arbeitsplatzrechner von Zeit zu Zeit für einige Sekunden nicht mehr, was andere natürlich in ihrer Arbeit beeinträchtigte.

Dazu kamen noch einige weitere Unfälle; die zwei nennenswertesten waren

der Ausfall der Weiterleitung von `www.xpulsar.de` beim Provider für einige Stunden, der die Webseite unerreichbar machte, und der Versuch eines nicht näher genannten Doktoranden, den Netzstecker eines Notebooks aus der Steckdose herauszuziehen, der dabei leider den des Hauptservers erwischte. Als Folge davon wurde das Dateisystem (`reiserfs`) auf dem Server beschädigt, und zwar so, daß der Rechner sofort neu bootete, wenn man versuchte auf das beschädigte System zuzugreifen. Dies geschah natürlich in der heißen Endphase, knapp zwei Wochen vor Ablauf des Wettbewerbs.

Wenn etwas schiefging, dann passierte es fast immer genau an denjenigen Wochenenden, an denen ich nicht in Tübingen war. In diesen Fällen ist es hauptsächlich Daniel Kobras und Michael Ruder zu verdanken, daß die Teilnehmer wenig davon merkten und der Wettbewerb ungehindert weiterlaufen konnte.

Nach dem Abschluß und auch während des Wettbewerbs gab es ein durchwegs positives Echo in den Medien. Auch eine Umfrage unter den Teilnehmern gab größtenteils positive Rückmeldungen; der am häufigsten bemängelte Punkt war die Tatsache, daß man ständig online sein mußte, was uns sicherlich viele Teilnehmer gekostet hatte. Prinzipiell wäre ein Vorgehen möglich gewesen, bei dem der Client für eine längere Zeit rechnet, bevor er die Ergebnisse übermittelt; dies wäre aber nur mit dem Verzicht auf Auflösung in den Tabellen zu erkaufen gewesen. Da bei entsprechend kleinen Tabellen auch eine geringere Photonenzahl benötigt wird, um die statistischen Fehler klein werden zu lassen, hätte sich der Aufwand für ein Internetprojekt in diesem Falle kaum gelohnt.

Der zweite Punkt, der bemängelt wurde, war die (In)Stabilität der Clients. Diese war meist auf Fehler in den JVMs zurückzuführen, da das Programm in manchen JVMs – ebenso wie die C++-Version der Simulation – absolut stabil lief, in anderen dagegen nach kurzer Zeit einfro. Daher sollte in eventuellen zukünftigen Projekten ein nativer Client nicht nur aus Performance-, sondern auch aus Stabilitätsgründen bevorzugt werden; dies ist jedoch mit deutlich höherem Aufwand verbunden, wenn man mehr als ein Betriebssystem unterstützen will.

Ende Mai wurde der erste und einzige Schummler ertappt – er hatte den Javaclient modifiziert und die Photonenzahl im entsprechenden Feld der ClientMessage so weit heraufgesetzt, daß er etwa 1000-mal so schnell war wie alle anderen. Dies fiel natürlich bald auf, und dank der ausführlichen Logfiles konnten auch alle von ihm gerechneten Photonen wieder aus der Statistik entfernt werden.

Nach Ende des Wettbewerbs wurde die Möglichkeit geschaffen, auch andere Gruppen als Schulen anzumelden; dies wurde von einigen Firmen und Privatpersonen auch genutzt. Das Projekt lief noch bis Ende April 2001 weiter und wurde dann eingestellt. Insgesamt hatten sich über 80 Schulen und später etwa 30 weitere

Gruppen angemeldet. Von grob 1500 Teilnehmern wurden etwa 125 Jahre Rechenzeit beigesteuert; dies reichte für knapp 400 Modelle mit insgesamt 211 Milliarden Photonen.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Im ersten Teil dieser Arbeit wurde der Strahlungstransport in der Akkretionssäule eines binären Röntgenpulsars detailliert simuliert. Im Rahmen des Internetprojektes XPulsar@home wurden dabei umfangreiche Parameterstudien durchgeführt. In einer weiterentwickelten Version des Codes wurden später auch zwei einfache Modelle der Reprozessierung an der Neutronensternoberfläche, ein breiterer Energiebereich, und ein phänomenologisch verändertes Geschwindigkeitsprofil des einfallenden Plasmas berechnet. Schließlich wurden Simulationen mit optisch dichten Komponenten (Hohltrichter) durchgeführt.

Der Simulationscode steht in einer C++-Bibliothek zur Verfügung, die leicht erweitert oder für andere Projekte verwendet werden kann. Die Klassenstruktur ist in Anhang B dargestellt; Details zur Implementierung sind in den Headerdateien zu finden.

Diese Arbeit ist eine der wenigen, die eine realistische Geometrie in Schwarzschildmetrik sowie ein inhomogenes Magnetfeld in die Berechnungen mit einbezieht. Die Ergebnisse von Kraus (1992) werden bestätigt, und um die mehrfach gestreuten Photonen sowie Reprozessierung an der Neutronensternoberfläche erweitert. Das Wechselwirkungsmodell bei Brainerd und Mészáros (1991) war noch einfacher – dort wurden nur die resonanten Photonen (und deren thermische Reprozessierung an der Oberfläche) betrachtet. Insofern ist diese Arbeit eine bedeutende Erweiterung der bisherigen Forschungsergebnisse.

Die komplexe Geometrie macht natürlich Vereinfachungen an anderer Stelle

notwendig - so ist der Streuquerschnitt im Vergleich zu dem bei Rechnungen in homogenen, ruhenden Plasmascheiben (Araya-Góchez und Harding, 2000) deutlich weniger komplex und berücksichtigt weder höhere Resonanzen noch thermische und relativistische Effekte. Dies liegt daran, daß die Berechnung des Streuquerschnittes in einem inhomogenen Medium und Magnetfeld an jedem Punkt der Photonenbahn erfolgen muß, und nicht nur einmal pro Streuung. Eine Tabellierung und Interpolation ist aufgrund der Vielzahl der variablen Parameter entlang des Photonenpfades (Magnetfeldstärke, Plasmadichte und -geschwindigkeit, Photonenenergie) und der schmalen Resonanzbreite dagegen sehr aufwendig. Ein erster Schritt in diese Richtung wäre ein Streuquerschnitt, der ein Kompromiß aus Genauigkeit und Komplexität ist, wie er z.B. in Kaiser (1995) zu finden ist – dieser beschreibt zwar ebenfalls keine höheren Resonanzen, aber die Richtungsabhängigkeit der Grundresonanz sehr wohl. Zusätzlich muß zur Vorhersage genauer Linienprofile die Frequenzumverteilung bei der Streuung mitberücksichtigt werden.

Die Berechnung einer selbstkonsistenten Geschwindigkeitsverteilung wäre, wie auch die eines realistischeren Emissionsspektrums, ein eigenes Projekt. Zur Verwirklichung des letzteren steht allerdings der Strahlungstransportcode von Mészáros und Nagel (1985) zur Verfügung.

Teil II

Gammastrahlenausbrüche

Kapitel 8

Einleitung

Im Gegensatz zu Röntgenpulsaren, wo man den prinzipiellen Mechanismus der Strahlungsentstehung kurz nach deren Entdeckung verstanden hatte, ist der Ursprung von Gammastrahlenausbrüchen (GRB, *Gamma Ray Bursts*) auch heute noch ein Rätsel. Sie wurden 1967 von den amerikanischen Vela-Satelliten entdeckt, die eigentlich zur Überwachung des Abkommens zum Verbot von atmosphärischen Atomtests gestartet wurden; diese Entdeckung wurde allerdings erst sechs Jahre später publiziert (Klebesadel et al., 1973). Durch Vergleich der Ankunftszeiten der Pulse an den einzelnen Satelliten war jedoch schnell klar, daß es sich weder um irdische, noch um solare Phänomene handelte. Messungen der russischen Konus-Satelliten bestätigten diese Beobachtungen kurze Zeit später (Mazets et al., 1974).

Vor dort an wurde 20 Jahre lang spekuliert, was die Ursache sein könnte, denn außer der Tatsache, daß ein typischer Gammastrahlenausbruch etwa zehn bis 30 Sekunden dauert und Photonen bis weit über 100 MeV hinaus emittiert, war über die Systeme wenig bekannt. Der Hauptgrund dafür ist die Kurzlebigkeit dieser Phänomene, die eine genaue Ortung und eventuelle Nachfolgebeobachtungen unmöglich machten. Die Zählraten liegen üblicherweise bei einigen zehn bis einigen hundert Photonen pro cm^2 pro Sekunde; die Spektren lassen sich durch ein gebrochenes Potenzgesetz gut beschreiben, mit einem Photonenindex von etwa -2 für hohe und $-1,3$ für niedrige Energien; der Übergang findet bei einigen 10-100 keV statt, wobei sich diese Energie wiederum mit der Zeit zu niedrigeren Werten hin verschiebt.

Eine typische Lichtkurve ist in Abb. 8.1 aufgezeichnet; Kurven mit einem oder zwei, aber auch mehreren Maxima sind üblich. Sie stammt vom Ausbruch am 23. Januar 1999 (GRB 990123). Dieser Ausbruch war besonders in der Hinsicht bemerkenswert, daß er der bisher einzige ist, zu dem simultan ein optisches Aufblitzen

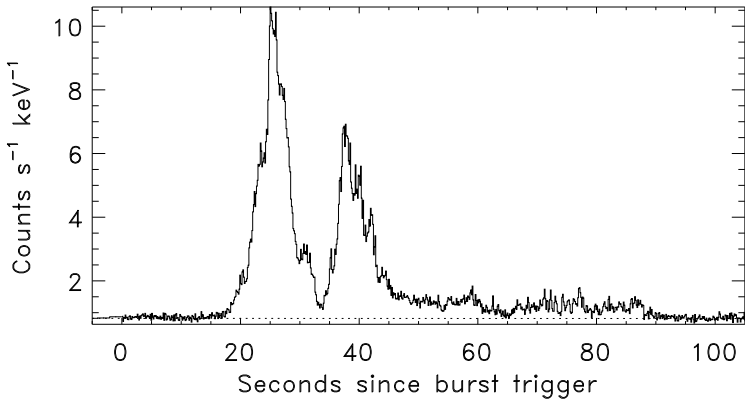


Abb. 8.1: Lichtkurve von GRB 990123 im Energieband von 320-1800 keV. Quelle: Galama et al. (1999)

für einige Minuten gesehen wurde (Akerlof und McKay, 1999); diese kurzlebige Quelle hatte eine Helligkeit von 9 mag!

So wurden bis Mitte der 90er Jahre im wesentlichen zwei Klassen von Modellen diskutiert: Die damals favorisierte ging von galaktischen kompakten Objekten aus, die zweite von extragalaktischen Phänomenen. Aufgrund der dabei benötigten Energie, die die einer Supernova um ein Vielfaches übersteigt, wurden kosmologische Entfernungen zu den Quellen aber als unwahrscheinlicher angesehen.

Dies änderte sich jedoch einige Zeit nach dem Start des CGRO (*Compton Gamma Ray Observatory*) 1991, das das Instrument BATSE (*Burst and Transient Source Experiment*), einen *All-Sky-Monitor* im Energiebereich von 20 keV bis 1 MeV beinhaltet: Von nun an sah man im Mittel etwa einen Ausbruch pro Tag, und bald stellte sich heraus, daß die Ausbrüche isotrop über den ganzen Himmel verteilt waren; damit waren galaktische Neutronensterne, von denen man eine Verteilung in der galaktischen Ebene erwartet, als Quellen ausgeschlossen. Weiterhin stellte man fest, daß es offensichtlich zwei Typen von Gammastrahlenausbrüchen gibt: kurze, deren mittlere Dauer bei 0,2 Sekunden liegt und die etwa ein Viertel der beobachteten Ereignisse ausmachen, und lange, die durchschnittlich 30 Sekunden anhalten (Abb. 8.3). Diese Verteilung deutet auf zwei verschiedene Vorgängersysteme, etwa zwei kollidierende Neutronensterne und kollabierende sehr massereiche Sterne, hin.

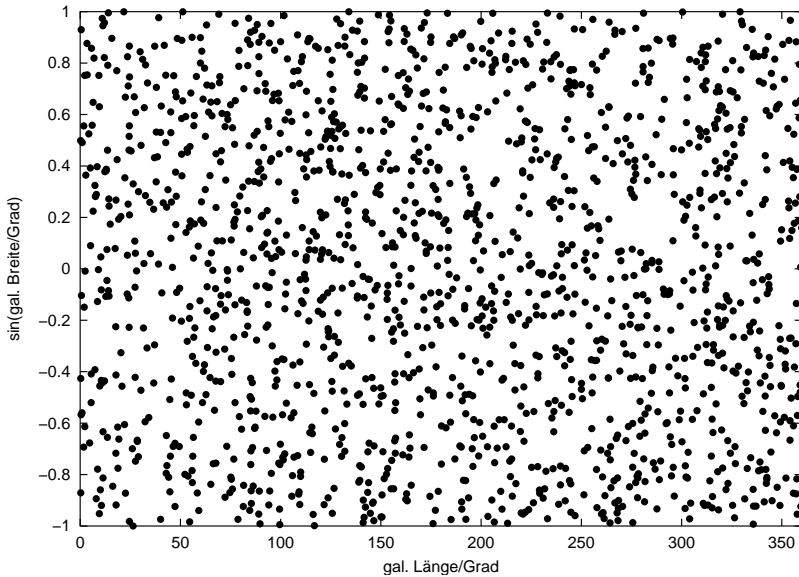


Abb. 8.2: Von BATSE gemessene Verteilung von 1637 Gammastrahlenausbrüchen. Es wurde der Sinus der galaktischen Breite aufgetragen, damit die isotrope Verteilung als solche erkennbar ist. Quelle: BATSE 4B Katalog (Paciesas et al., 1999)

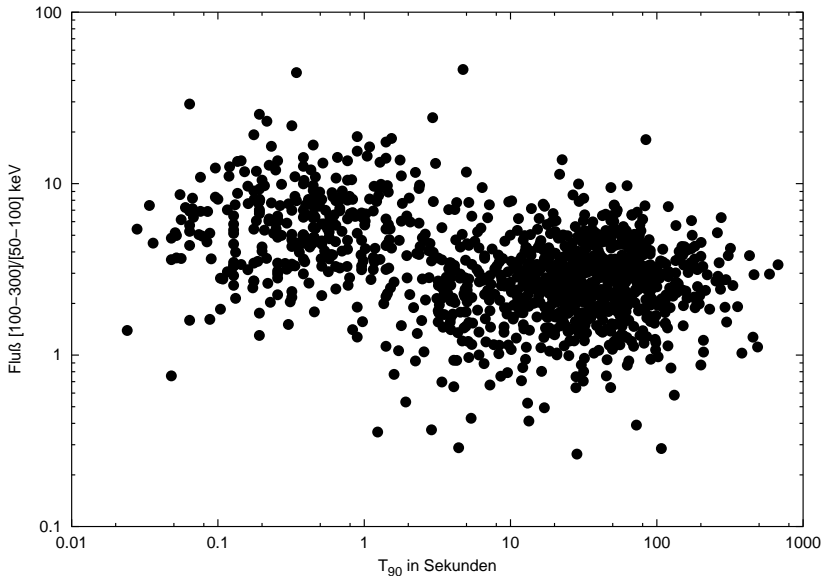


Abb. 8.3: Zwei Typen von Gammastrahlenausbrüchen: Härte des Spektrums gegen die Dauer des Ausbruchs für 1193 Ereignisse. Quelle: BATSE 4B Katalog (Paciesas et al., 1999)

Der nächste große Schritt war der Start von BeppoSAX 1996, einem italienisch-holländischen Satelliten mit einem Energiebereich von 0,1 bis 300 keV, relativ großer Detektorfläche und zwei abbildenden Röntgenteleskopen. Mit dieser Mission gelang erstmals Ende Februar 1997 der Nachweis und die Lokalisierung eines über viele Tage gehenden Nachleuchtens dieser Objekte im Röntgenbereich (Costa et al., 1997), das einige Monate zuvor von Mészáros und Rees (1997) vorhergesagt wurde. Während Lichtkurve und Spektrum des Nachleuchtens in GRB 970228 noch relativ glatt und durch Potenzgesetze gut zu beschreiben waren, sah es bei GRB 970508 (Piro et al., 1999) und dem mit ASCA beobachteten GRB 970828 (Yoshida et al., 1999) anders aus: Ungefähr einen Tag nach dem Ausbruch wurden die Objekte wieder heller. Zu etwa der gleichen Zeit verschwand die überschüssige Strahlung bei einigen keV aus dem Spektrum. Dieser Überschuß liegt im Ruhesystem der Objekte bei etwa 6-7 keV und kann daher – möglicherweise – als Eisen- $K\alpha$ -Emission interpretiert werden.

Durch die Lokalisierung des Röntgennachleuchtens mit BeppoSAX – zunächst mit der WFC (*wide field camera*), danach mit den NFI (*narrow field instruments*) auf einige Bogenminuten genau wurde es möglich, auch in anderen Wellenlängenbereichen Lichtkurven und Spektren zu messen. Die wichtigste Erkenntnis hierbei ist die Entfernung der Objekte – aus den Spektren kann man aufgrund von Absorptionslinien eine minimale Rotverschiebung bestimmen. Bei vielen Systemen hat man zusätzlich eine darunterliegende leuchtschwache Hostgalaxie bei der gleichen Rotverschiebung gefunden, so daß man inzwischen davon ausgehen kann, daß die Explosionen innerhalb von Galaxien stattfinden.

Hinweise auf den Ursprung dieser Explosionen, die bis zu 10^{53} ergs (10^{46} J, oder $0,1 M_{\odot}c^2$) freisetzen könnten, sind von dem umgebenden Medium zu erwarten: Liegen diese in Sternentstehungsgebieten, so ist eine Explosion sehr massereicher Sterne denkbar; findet das Ereignis in einem dünnen Medium oder gar außerhalb der Galaxie statt, sind alte Systeme wie z.B. zwei kollidierende Neutronensterne wahrscheinlicher. Indizien für das eine oder andere ergeben sich aus der Lage des nachleuchtenden Objektes innerhalb der Galaxie, dessen Spektrum (Absorptions- und Emissionslinien) und dem zeitlichen Verlauf der Lichtkurve (Dissipation der kinetischen Energie der Explosionsprodukte im umgebenden Medium, Wijers und Galama (1999)).

Die vermutlich direktesten Indikatoren für den Aufbau der Umgebung sind Spektrallinien im Röntgen- und UV-Bereich, mit deren Vorhersage sich bereits einige Autoren befaßt haben (Bisnovaty-Kogan und Timokhin, 1997, Perna und Loeb, 1998, Mészáros und Rees, 1998, Böttcher et al., 1999). Ein möglicher Hinweis auf massereiche Vorgänger wie Hypernovae oder Kollapsare ist das Vorhandensein von Eisen- $K\alpha$ -Emissionslinien. Diese entstehen durch Fluoreszenzstreuung

des Röntgenkontinuums des Nachleuchtens an den Überresten des Vorgängersystems (Mészáros und Rees, 1998, Ghisellini et al., 1999, Lazzati et al., 1999).

Quantitative Berechnungen dieser Spektrallinien sind aufgrund des Mangels an detaillierten Kenntnissen über die Entwicklung und den Massenverlust des Vorgängers in den Monaten oder Jahren vor dem Gammastrahlenausbruch kaum möglich. Jedoch können einige generelle Annahmen über solche Umgebungen gemacht werden.

In diesem zweiten Teil der Arbeit wird versucht, das Phänomen der Eisen- $K\alpha$ -Linien in den Spektren zu modellieren. Dazu werden verschiedenen Geometrien durchgerechnet. Das nächste Kapitel behandelt kurz die Theorie der Feuerballmodelle, anschließend wird das verwendete numerische Verfahren vorgestellt, und schließlich die einzelnen Modelle und Ergebnisse.

Kapitel 9

Theoretische Grundlagen

Aus den Beobachtungen ist bekannt, daß sich das Potenzgesetz des Spektrums bis über 100 MeV hinaus erstrecken kann. In einem Plasma entsprechender Temperatur und Dichte würden jedoch solch hochenergetische Photonen schnell durch Paarerzeugungs- und -vernichtungsprozesse abgebaut werden, so daß das gemessene Spektrum bei weit niedrigerer Energie abbrechen müßte.

Ein Ausweg aus diesem Dilemma ist, anzunehmen, daß die Photonen im Ruhesystem des Plasmas, in dem sie entstehen, viel weniger Energie haben, und sie uns nur deshalb so energiereich erscheinen, weil das Plasma sich mit relativistischer Geschwindigkeit auf uns zubewegt. Um die Paarerzeugungsenergie von 1 MeV auf 100 MeV zu erhöhen, ist ein Lorentzfaktor γ von ~ 100 erforderlich, was einer Geschwindigkeit von etwa $0,9999c$ entspricht.

Der nächste Abschnitt befaßt sich mit der Erzeugung und den Eigenschaften eines solchen Szenarios, insbesondere der Interaktion des Explosionsmaterials mit dem umgebenden Medium. Allerdings werden dort nur die in den Berechnungen verwendeten Formeln vorgestellt; für genauere Herleitungen sei auf die entsprechende Literatur verwiesen.

Im zweiten Abschnitt dieses Kapitels wird – ebenfalls nur kurz – auf die Vorgänge in Materie eingegangen, die von einem solch harten Spektrum beleuchtet wird.

9.1 Feuerball-Schock-Modelle

Die erste Theorie ultrarelativistischer Schocks (d.h. in Medien, in denen die Ruheenergie der Baryonen vernachlässigt werden kann, etwa strahlungsdominierte Systeme, oder solche in einem Gleichgewicht aus Paarerzeugung und -vernichtung) wurde 1976 vorgestellt (Blandford und McKee, 1976), und bildet auch heute noch die Grundlage der Modellierung von Gammastrahlenausbrüchen und deren Nachleuchten.

Anfang der 90er Jahre kamen die Feuerballmodelle auf (Mészáros und Rees, 1993, Mészáros et al., 1994): Eine zentrale Energiequelle deponiert eine riesige Menge Energie (möglicherweise bis zu etwa 10^{54} ergs) in einem verhältnismäßig kleinen Volumen. Diese Energie breitet sich daraufhin in den umliegenden Raum aus, teilweise in Form von elektromagnetischer Strahlung, teilweise als Neutrinos, und nicht zuletzt in über relativistisch beschleunigte Teilchen.

Dieser Teilchenstrom trifft nun auf das umgebende Medium, so daß sich eine Schockfront ausbildet, die sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit weiter nach außen bewegt. Ein Maß hierfür ist der Lorentzfaktor γ , der bei 100 und mehr liegen kann. Die Gesamtenergie verteilt sich auf die Elektronen und Positronen, die Baryonen und das in heißem Plasma als zusätzlicher Freiheitsgrad vorhandene Magnetfeld; die relativistischen Leptonen emittieren in diesem Feld Synchrotronstrahlung.

Der Beobachter sieht die Ereignisse schneller ablaufen, als sie wirklich geschehen, da die Strahlungsquelle (die Schockfront) sich mit relativistischer Geschwindigkeit auf ihn zu bewegt: $t_{\text{obs}} = t/\gamma^2$. Bis zu einem Radius r_d rast sie praktisch ungebremst in das externe Medium; bei höheren Radien wird die Kontaktdiskontinuität abgebremst, und es bildet sich eine vorwärts- und eine rückwärtsgerichtete Stoßwelle aus. Eine Abschätzung für r_d ist

$$r_d \approx 10^{16,7} \left(\frac{E_{52}}{n_0 \theta_j^2} \right)^{\frac{1}{3}} \eta_2^{-\frac{2}{3}} \text{cm} \quad (9.1)$$

(Mészáros und Rees, 1998), mit der Gesamtenergie E_{52} in 10^{52} ergs, der Teilchendichte n_0 , dem Öffnungswinkel θ_j , in den die Energie emittiert wird. $100\eta_2 = E/(Mc^2)$ ist der Lorentzfaktor, den das Material nach der anfänglichen Beschleunigungsphase hat, mit der Ruhemasse M der Baryonen in der Strömung. Diese Entfernung wird zur Beobachterzeit

$$t_{d,\text{obs}} = \frac{r_d}{2c\eta^2} \approx 10^{1,9} \left(\frac{E_{52}}{n_0 \theta_j^2} \right)^{\frac{1}{3}} \eta_2^{-\frac{8}{3}} \text{s} \quad (9.2)$$

erreicht. Im Falle einer kontinuierlichen Energieinjektion wird das Gesetz etwas modifiziert, die Größenordnungen bleiben aber gleich.

Das Magnetfeld ist in heißen Plasmen ein weiterer Freiheitsgrad, der einen Teil der Gesamtenergie aufnehmen kann. Wieviel Energie sich allerdings in einem solch extremen Nichtgleichgewichtsszenario wirklich darauf verteilt, ist schwer zu sagen, und fließt deshalb als weiterer freier Parameter ins Modell ein: ξ ist der Anteil des Magnetfeldes an der Gesamtenergie. Dann ist das Magnetfeld im mitbewegten System von der Größenordnung

$$B \approx 10^{q_2 - \frac{1}{2}} \left(\frac{E_{52}}{\theta_j^2} \right)^{\frac{1}{h}} n_0^{\frac{h-2}{2h}} \xi_{-1}^{\frac{1}{2}} \eta_2^{\frac{h-8}{h}} t_{\text{obs},5}^{-\frac{3}{h}} \text{ G}, \quad (9.3)$$

mit der Beobachterzeit $t_{\text{obs},5}$ seit dem Ausbruch in 10^5 Sekunden. Der Parameter h beschreibt das verwendete Injektions- und Abstrahlungsmodell genauer ($h=8$ ist instantane Injektion und adiabatische Ausbreitung; sind die Strahlungsverluste im Schock wichtig oder wird die Energie kontinuierlich in das System eingebracht, so ändert sich der Wert). q_2 ist ein weiterer Korrekturfaktor, der im adiabatischen impulsiven Fall gleich null ist (Mészáros und Rees, 1998). Im folgenden wird von $h = 8, q_1 = q_2 = 0$ ausgegangen (q_1 würde sonst in den folgenden Gleichungen auftreten).

Durch die Kombination von einem Magnetfeld und relativistischen Elektronen im Schock wird Synchrotronstrahlung emittiert; das Spektrum läßt sich durch mehrere, sich aneinander anschließende Potenzgesetze beschreiben. Im einfachsten Falle sind dies eines mit Energieindex $1/3$ unterhalb des Maximums, und $-1,4$ oberhalb davon (z. B. Wijers und Galama (1999)).

Das vom Beobachter gesehene Maximum der Synchrotronstrahlung liegt bei

$$\nu_m = 10^{14,32} \left(\frac{E_{52}}{\theta_j^2} \right)^{\frac{1}{2}} \xi_{-2}^{\frac{1}{2}} \kappa_3^2 t_{\text{obs},5}^{-\frac{3}{2}} \text{ Hz}. \quad (9.4)$$

$\kappa = (1000\kappa_3)m_e/m_p$ ist der Anteil der Elektronen an der Äquipartitionsenergie (Mészáros et al., 1994). Ein Beobachter in der durch die Gesamtleuchtkraft und der gemessenen Helligkeit festgelegten Entfernung (*luminosity distance*) D mißt dann folgenden Fluß bei der Frequenz ν_m :

$$F_{\nu_m} = 10^{30,2} D^{-2} \left(\frac{E_{52}}{\theta_j^2} \right) n_0^{\frac{1}{2}} \xi_{-2}^{\frac{1}{2}} \text{ ergs/s/cm}^2/\text{Hz} \quad (9.5)$$

Für die Berechnungen wird der Wert von E_{52} so festgelegt, daß sich in etwa die Lichtkurve des Nachleuchtens von GRB 970508 ergibt. Dadurch ergibt sich eine Leuchtkraft am Maximum $L_{\nu_m} \approx 6,5 \cdot 10^{45}$ ergs/s/keV; zum Zeitpunkt $t_{\text{obs}} = 1000$ s liegt das Maximum bei 1,96 keV.

9.2 Strahlungstransport: Linien und Kanten

Die Frage nach der Quelle der enormen Energien ist bis heute ungelöst. Einen Hinweis darauf könnte jedoch die Signatur des umgebenden Mediums im gemessenen Nachleuchtspektrum geben: ist es dicht, so ist mit starker Absorption und vielen Fluoreszenzlinien zu rechnen, insbesondere mit einer Eisen- $K\alpha$ -Absorptionskante bei etwa neun keV und einem $K\alpha$ -Linienkomplex bei sechs bis sieben keV, der sich mit der Zeit zu weniger stark ionisierten Niveaus, also zu niedrigerer Energie hin verschiebt. Daß solche, bei einigen keV gemessene Linien nicht aus dem Explosionsmaterial selbst stammen können, ist klar, denn sonst müßten sie entsprechend blauverschoben sein.

Das reprozessierende Material muß also entweder vom Vorgängersystem selbst, etwa einem Wind eines supermassiven Sternes, stammen, oder aber in der Umgebung vorhanden sein, wie es zum Beispiel in Sternentstehungsgebieten der Fall ist. Beides wäre ein Hinweis auf einen stellaren Ursprung der Ausbruchs. Im letzteren Fall wäre die Dichte des Mediums konstant, im ersteren nähme sie mit r^{-2} ab.

In dieser Arbeit wurde angenommen, daß sich das von der Röntgenstrahlung beleuchtete Material im Strahlungs- und Ionisationsgleichgewicht befindet; ein solches Gleichgewicht kann sich einstellen, wenn die Rekombinationszeit der Ionen wesentlich kürzer als die Variabilität der Strahlung ist. Für $K\alpha$ -Rekombination gilt

$$t_{\text{rec}} = 10^3 Z^{-2} T_7^{1/2} n_{10}^{-1} \text{s}$$

mit der Kernladungszahl Z , der Temperatur T_7 in 10^7 K und der Dichte n_{10} in 10^{10} cm^{-3} . Diese Zeit ist hinreichend kurz, da sich das Spektrum der Nachleuchtstrahlung auf einer Zeitskala von Stunden ändert, so daß der Strahlungstransport stationär behandelt werden kann.

Eine wichtige Größe bei Reprozessierungsproblemen ist der Ionisierungsparameter $\xi = (L/nR^2)$, der – konstante Teilchendichte n vorausgesetzt – den Zustand des Gases im wesentlichen bestimmt (Tarter et al., 1969, Kallman und McCray, 1982). Hierbei R der Abstand zur Quelle, die isotrop die Leuchtkraft L abstrahlt. Eisen ist ab $\xi \gtrsim 10^4$ vollständig ionisiert; die stärkste $K\alpha$ -Emission ist in der Gegend von $\xi \approx 10^3$ zu erwarten.

Für die Berechnungen wurde das Programm XSTAR (Kallman und McCray, 1982, Kallman und Krolik, 1998) verwendet. Es ermittelt die Modifikation eines Eingangsspektrums beim Durchgang durch eine Kugelschale mit vorgegebener chemischer Zusammensetzung und Dichte mittels einer Zweistromapproximation (Chandrasekhar (1960, Kap. 20), Schuster (1905)).

Eine Einschränkung des XSTAR-Codes ist allerdings, daß Comptonisierung nur näherungsweise berücksichtigt wird. Dies ist kein Problem, wenn die Schale für Thomsonstreuung optisch dünn ist (Säulendichte $\Sigma < \approx 2,5 \cdot 10^{24} \text{cm}^{-2}$), oder das Eingangsspektrum über eine kleinere Säulendichte hinweg absorbiert wird. Dies wird bei den Rechnungen vorausgesetzt; ob dies in der Natur wirklich erfüllt ist, kann allerdings beim momentanen Forschungsstand nicht entschieden werden.

Kapitel 10

Reprozessierung von Gammastrahlenausbruch- Nachleuchtstrahlung

Die in diesem Kapitel vorgestellten Simulationen zur Eisen- $K\alpha$ -Emission entsprechen denen aus Weth et al. (2000).

10.1 Geometrien und numerisches Vorgehen

Im folgenden werden zunächst die Modelle, die dahinterstehenden Annahmen und die verwendeten Parameter beschrieben. Dazu gehört auch ein Abriß des numerischen Vorgehens, da zur Berechnung der Reprozessierung ein eigentlich für kugelsymmetrische Geometrien entwickelter Programmcode zweckentfremdet wurde.

10.1.1 Schalenmodelle

Die erste hier betrachtete Modellgeometrie besteht aus einer stationären Kugelschale aus dichtem Gas in einer Entfernung von etwa 10^{16} cm vom Zentrum. Der Ursprung einer solchen Verteilung könnte beispielsweise ein Überrest von einer Supernova sein, die einige Monate oder Jahre vor dem Ausbruch explodiert ist; der Ausbruch selbst könnte in diesem Falle vom gravitativen Kollaps eines supermassiven, durch schnelle Rotation zunächst stabilisierten Neutronensterns verursacht

werden (Vietri und Stella, 1998). In diesem Falle könnte das Gas eine hohe Metallkonzentration haben.

Ein anderes Szenario, das zu einer Schale führen könnte, ist die Hypernova – der Kollaps eines supermassiven, sehr schnell rotierenden Sterns: Solche Sterne haben im allgemeinen einen starken, und stark variierenden Wind. Diese Winde haben typischerweise eine Massenverlustrate $\dot{M} \sim 10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$ und Geschwindigkeiten $v_w \sim 100 \text{ km/s}$, und können auf einer Zeitskala von $\lesssim 100$ Jahren variieren. Dadurch ist es möglich, daß Kugelschalen höherer Dichte in einer Entfernung von $R \sim 10^{16} \text{ cm}$ mit einer mittleren Dichte von $n \gtrsim 10^5 \text{ cm}^{-3}$ entstehen, in denen sich durch Instabilitäten Gebiete höherer Dichte ($n \sim 10^9 - 10^{10} \text{ cm}^{-3}$) bilden könnten.

Ein anderes denkbare Szenario ist dieses: Wenn ein zunächst emittierter langsamer Wind von einem späteren schnelleren eingeholt wird, schiebt dieser das Material des ersteren vor sich her und verdichtet es dabei. In diesem Falle sind geringere Metallhäufigkeiten zu erwarten; da Konvektion im Inneren von massiven Sternen jedoch eine wichtige Rolle spielt, könnten diese gegenüber den Konzentrationen im Sonnensystem trotzdem deutlich erhöht sein.

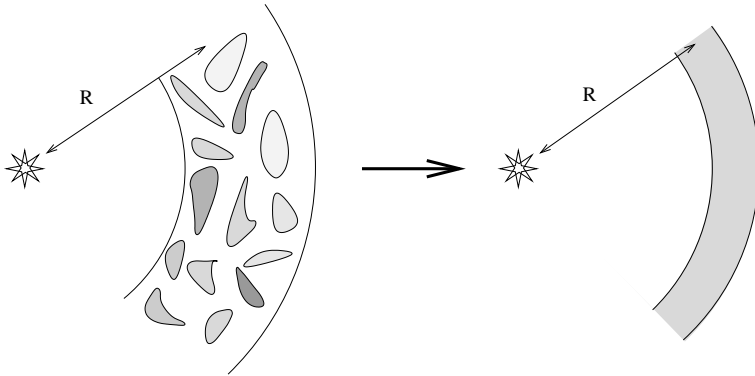


Abb. 10.1: inhomogene Materieverteilung um den Ausbruch im Zentrum (Ausschnitt); diese wird im Modell durch eine dünne Schale mit der (mittleren) Dichte der Filamente repräsentiert

Solche Kugelschalen könnten die Quelle komplett abdecken, oder aber nur teilweise, insbesondere wenn starke Dichteinhomogenitäten oder gar kondensiertes Material vorhanden sind (s. Abb. 10.1). Ihre mittlere Dichte kann in diesem Falle sehr viel höher sein als typische Werte für das interstellare Medium.

Durch die vermutete Beobachtung einer Eisenlinie bis etwa einen Tag nach dem Ausbruch von GRB 970508 und GRB 970828 (Piro et al. (1999), Yoshida et al. (1999)), wo auch ein Maximum in der Helligkeit auftrat, wird ein Radius R in der Größenordnung von etwa 10^5 Lichtsekunden nahegelegt. Die Entfernung $ct\Gamma(t)^2 \gtrsim ct$, die nach einem Tag von der die Kontinuumstrahlung produzierenden Schockwelle erreicht wird, muß kleiner oder gleich R sein. Daher wird der innere Radius der Kugelschale auf $R = 1,5 \cdot 10^{16}$ cm festgesetzt und angenommen, daß der Schock den inneren Rand zur Zeit $t_s = 1$ Tag erreicht.

Dies ist mit dem im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Feuerballmodell möglich; allerdings müßte die Dichte des Gases zwischen dem Ausbruch und der Schale mit $n \lesssim 10^6 \text{ cm}^{-3}$ höher sein als allgemein angenommen. Die Gesamtmasse innerhalb der Schale ist mit $M \approx 10^{-2} M_\odot$ noch immer viel kleiner als die der Schale, und die Thomsontiefe der Materials $\tau_T \ll 1$.

Die Berechnungen wurden für dünne, homogene, sphärische Schalen verschiedener Dichten ausgeführt, die dicke, inhomogene Schalen mit der gleichen Masse pro Fläche und der gleichen mittleren Dichte in den Filamenten und Wolken repräsentierten. Die Eisenhäufigkeit $x_{\text{Fe}} = n_{\text{Fe}}/n_{\text{Fe},\odot}$ wurde zwischen dem ein- und hundertfachen des solaren Wertes variiert; für andere Elemente wurden die solaren Häufigkeiten verwendet. Die Säulendichte war $N_H = 5 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-2}$, die Gesamtmasse der Schale war $M_s \approx 1M_\odot$.

Die Bedingungen in Szenarien, in denen sich eine solche Schale bildet, unterscheiden sich deutlich von den durch Fits an einfache Standardmodelle bestimmten Parametern (Wijers und Galama, 1999); jedoch sind die Fehler in solchen Fits sehr schwer zu beurteilen. Gesicherte physikalische Modelle für die Entstehung des Kontinuums und der Verteilung des reprozessierenden Gases in solchen Szenarien gibt es nicht. Daher wird im folgenden ein rein phänomenologisches Eingangsspektrum verwendet, dessen Parameter sich aus den Messungen und dem einfachen Modell ergeben. Ebenso wird der Zustand des umgebenden Gases so ausgewählt, daß er die Beobachtungen möglichst gut reproduziert.

Ein wichtiger Faktor in der Modellierung der beobachteten Strahlung sind die Laufzeitunterschiede: Der Beobachter sieht nur das direkt auf ihn zukommende (reprozessierte) Kontinuum, da die Abstrahlung des Schocks aufgrund der hohen Geschwindigkeit radial nach außen gerichtet ist. Zusätzlich sieht er die diffus emittierte Strahlung (Emissionslinien und Rekombinationskanten) aus den anderen Teilen der Gasschale (s. Abb. 10.2). Die Laufzeiten der Strahlung durch die Kugel sind in der gleichen Größenordnung wie die Zeitskala der Variabilität des Kontinuums; daher treffen beim Beobachter erst nach einem Tag Emissionslinien vom hinteren Teil der Kugel aus der Zeit kurz nach dem Ausbruch ein. Gleichzeitig ist die Intensität des direkten Kontinuums schon stark abgefallen, so daß die Linien deutlich

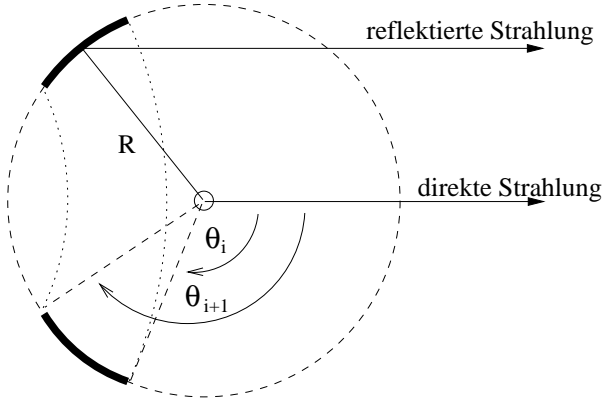


Abb. 10.2: Geometrie des Schalenmodells

sichtbar sind. Der Laufzeitunterschied beträgt

$$\Delta t = \frac{R}{c} (1 + \cos \theta) \quad (10.1)$$

Die Linienemission in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung wird als jeweils isotrop angesehen; eine weitere Reprozessierung der reflektierten Strahlung, wenn sie auf ihrem Weg zum Beobachter die Schale ein zweites Mal durchquert, findet nicht statt. Die Schale wurde in etwa 5-10 Ringe mit einem Winkel θ_i eingeteilt; für jeden Zeitpunkt t_{obs} , für den das Spektrum berechnet werden sollte, wurden Transmission und Reflexion für die Zeitpunkte $t_{\text{obs},i}$ berechnet und aufsummiert. Dabei ergibt sich die abgestrahlte Intensität aus

$$I_{\text{total}}(t_{\text{obs}}) = I_{\text{cont.}} + \sum I_i(t_{\text{obs}} - \Delta t_i)(\cos \theta_{i+1} - \cos \theta_i) \quad (10.2)$$

Der Rechenaufwand für eine Schale liegt – je nach Parametern – bei einigen Minuten bis hin zu 15 Stunden. Da die Rechnungen für die verschiedenen Schalen voneinander unabhängig sind, konnten sie auf mehrere Computer verteilt werden, und die Wartezeit auf die Ergebnisse betrug im Durchschnitt ein bis zwei Tage.

Um die ungeheuren benötigten Energien für einen Ausbruch etwas zu verkleinern, gehen viele Modelle von einem gerichteten Ausbruch aus; dies vergrößert die Rate der Ereignisse im Universum enorm, und hat eine Reihe weiterer interessanter Implikationen, etwa mögliche Nachleuchten ohne einen Gammastrahlenausbruch,

da sich der Öffnungswinkel der Abstrahlung aufweitet, wenn das Gas langsamer wird.

Innerhalb dieser Arbeit sollte nur getestet werden, was für Auswirkungen eine solche Geometrie auf die gemessene Äquivalenzbreite des Eisenlinienkomplexes hätte; daher sind die Jetmodelle einfach Kugelschalenmodelle, in denen ein Großteil der Kugel nicht beleuchtet wird.

10.1.2 Trichter

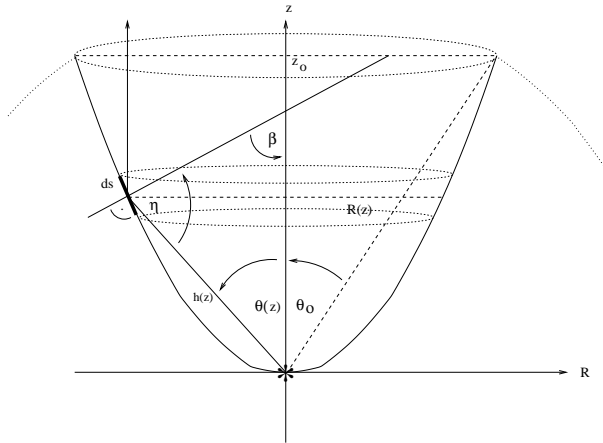


Abb. 10.3: Geometrie des Trichtermodells

Eine weiteres vorstellbares System mit einem massereichen Vorgänger könnte ein schnell rotierender Riesenstern ein, in dem die schnelle Rotation von einem sich in dessen Hülle befindlichen kompakten Begleiter hervorgerufen sein könnte (Fryer et al., 1999). In diesem Fall wäre zu erwarten, daß die Gasverteilung bzw. der Wind innerhalb eines trichterförmigen Bereiches entlang der Rotationsachse die geringste Dichte hätte; der Gammastrahlenausbruch selbst entstände beim Verschmelzen der Objekte am Grund des Trichters.

Da es wiederum keine quantitativen Modelle der gasförmigen Umgebung in den äußeren Schichten oder Winden von Hypernovaobjekten wenige Minuten bis Tage nach dem Ausbruch gibt, sind die folgenden Ergebnisse wiederum mehr als Machbarkeitsstudie zu verstehen, ob man so eine nachweisbare Eisen- $K\alpha$ -Emission erzeugen kann. Daher wird von einer einfachen Geometrie ausgegangen, nämlich

einem parabolischen Trichter als idealisierter Repräsentation eines durch Zentrifugalkräfte leergefegten Tunnels entlang der Rotationsachse eines kollabierenden Systems, mit der Quelle des Gammastrahlenausbruchs am Ursprung (Abb. 10.3).

Parameter	Wert
$\bar{R}(z_0)$	$1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}$
θ_0	15°
Wanddichte n_e	10^{10} cm^{-3}
x_{Fe}	10

Tabelle 10.1: Parameter der Trichtermodelle.

Um mit einem solchen Modell Emissionslinien, deren Äquivalenzbreite nach etwa einem Tag ein Maximum erreicht, zu produzieren, muß die Quelle der Röntgenkontinuums für die gesamte Zeit innerhalb des Trichters sein. Eine einfache Konfiguration mit diesen Eigenschaften ist beispielsweise ein Wind mit einer optischen Thomsontiefe von $\tau_T \gtrsim 1$, der bis in eine Entfernung von $R \approx 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}$ reicht, und in dem sich zwei leere (bzw. zumindest viel weniger dichte) Trichter befinden, in denen sich der Feuerball ausbreitet. Für diesen Feuerball wird die gleiche Leuchtkraft pro Raumwinkel und die gleichen spektralen Eigenschaften wie in den zwei vorhergehenden Schalenmodellen angenommen.

Die weiteren Parameter enthält Tab. 10.1. Die Säulendichte des Materials in den Wänden, innerhalb derer der Großteil der Reprozessierung stattfindet, wird auf $\Sigma = 10^{24} \text{ cm}^{-2}$ geschätzt. Die entsprechende Masse reprozessierenden Materials ist dann $\approx 0,2 M_\odot$.

Eine akkurate Berechnung des entkommenden Spektrums müßte die gegenseitige Beleuchtung der Trichterwände berücksichtigen; dies ist jedoch mit dem verwendeten Code XSTAR nicht mit vertretbarem Aufwand möglich. Trotzdem kann man mit den Berechnungen obere und untere Schranken für die zu erwartenden Äquivalenzbreiten erhalten, indem man die zwei folgenden Grenzfälle betrachtet:

Das untere Limit erhält man, indem man nur den Anteil der einmal von den Wänden reflektierten Linienphotonen betrachtet, der direkt aus dem Trichter entkommt, und ihn mit dem in den gleichen Raumwinkel entkommenden Kontinuum (reflektiert und direkt) vergleicht. Für die obere Schranke verwendet man alle reflektierten Linienphotonen, egal in welche Richtung sie emittiert werden, und setzt sie zum direkt entkommenden und allem reflektierten Kontinuum ins Verhältnis.

Die Berechnungen selbst werden ähnlich wie bei den Kugelschalen durchgeführt: Der Trichter wird in mehrere Streifen zerlegt, die einzeln mit XSTAR durchgerechnet werden. Eine zusätzliche Komplikation ist, daß die Strahlung nun nicht

mehr senkrecht auf die reprozessierende Fläche einfällt. Daher wurde XSTAR mit Hilfe von dessen Autor T. Kallman entsprechend erweitert.

Der Rechenaufwand lag deutlich höher als bei den Schalenmodellen, da die reprozessierende Säulendichte größer war, so daß man auf die Ergebnisse einer Rechnung trotz Verwendung von drei und mehr Computern mehrere Tage warten mußte.

10.2 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Rechnungen vorgestellt. Bei allen Modellen ergaben sich meßbare Eisenlinienkomplexe bzw. Absorptionskanten, teilweise jedoch nur mit etwas fragwürdigen Parametern (hohe Dichten, hohe Eisenkonzentration).

10.2.1 Schalenmodelle

Das sich ergebende Röntgen-/UV-Spektrum in Abhängigkeit der Beobachterzeit ist in Abb. 10.4 für verschiedene Werte der Teilchendichte in der Schale dargestellt. Die Linien werden ausgeprägter, nachdem sich das Gas abgekühlt hat und rekombiniert. Durch die sehr hohen Leuchtkräfte und das harte Spektrum für frühe Zeiten ist das Eisen zunächst vollständig ionisiert, und die am stärksten sichtbare Struktur ist die Ionisierungs-K-Kante für Fe^{XXVI} bei 9,28 keV, gefolgt von der Eisen- $\text{K}\alpha$ -Linie bei 6,7 keV. Die Fe^{XXVI} -K-Kante erscheint zunächst in Absorption, später als Rekombinationsemission, deren Helligkeit einige Zeit nach der der $\text{K}\alpha$ -Linie maximal wird. Die Absorptionskante könnte besser beobachtbar als die $\text{K}\alpha$ -Linie sein, da sie zu früheren Zeiten auftritt und somit der Gesamtfluß höher ist. Gleichzeitig mit dem Rückgang der Absorptionskante tritt die Eisenlinie stärker hervor, wobei sich ihre Energie von 6,7 nach 6,4 keV verschiebt, da das Eisen mit der Zeit immer niedriger ionisiert vorliegt. Zu noch späteren Zeiten wird die $\text{K}\alpha$ -Rekombinationsemission stärker als die Linie. Mit einigem zeitlichen Abstand, abhängig von der Dichte des Mediums und den Häufigkeiten der Elemente, werden andere Strukturen im Bereich von 2-3 keV sichtbar, die auf die Elemente Si und S zurückzuführen sind, ebenso Rekombinationsstrahlung und die $\text{K}\alpha$ -Linien von Sauerstoff bei 0,86 und 0,65 keV.

Die entsprechenden Lichtkurven der Röntgenstrahlung im Bereich von 2-10 keV sowie die Äquivalenzbreite der K-Kante und des $\text{K}\alpha$ -Komplexes werden in Abb. 10.5 gezeigt. In diesem Beispiel wachsen die Äquivalenzbreiten zunächst an, da der Großteil dieser Strahlung den Beobachter verzögert erreicht. Dieser Anstieg

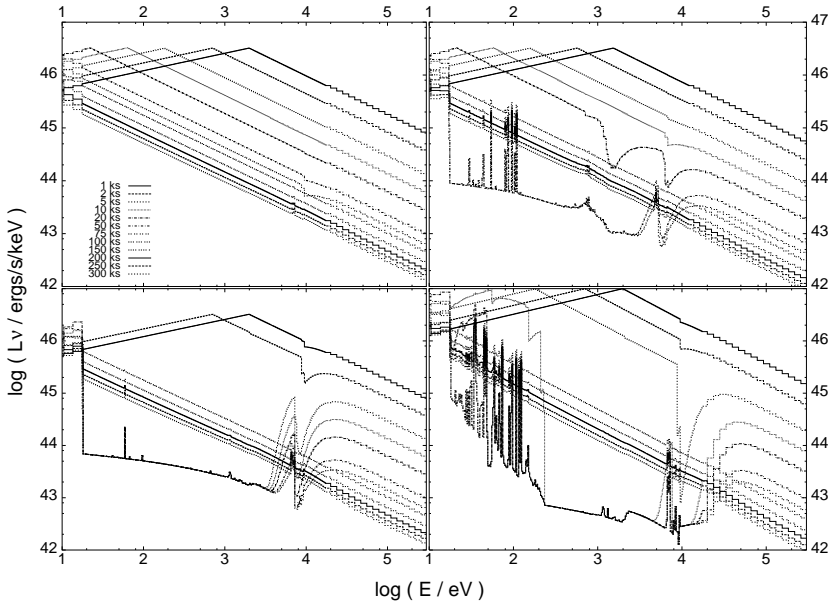


Abb. 10.4: Spektren der Kugelschalenmodelle zu verschiedenen Zeiten und für verschiedene Parameter. Der innere Radius beträgt $R = 1,5 \cdot 10^{16}$ cm, die Wasserstoffsäulendichte $\Sigma = 5 \cdot 10^{23}$ cm $^{-2}$. Links oben: $n = 10^{10}$ cm $^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; rechts oben: $n = 10^{11}$ cm $^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; links unten: $n = 10^{12}$ cm $^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; rechts unten: $n = 10^{11}$ cm $^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 100$.

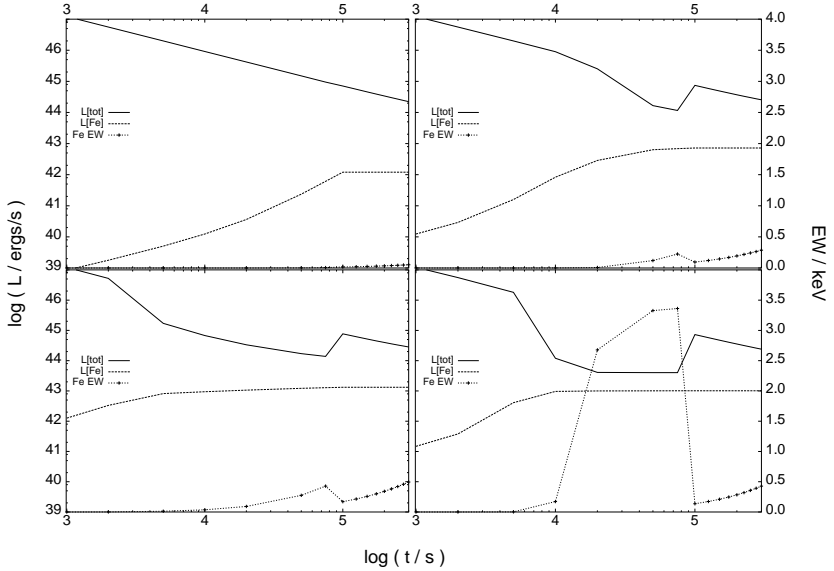


Abb. 10.5: Zeitliche Entwicklung der Gesamtleuchtkraft L_{tot} (2-10 keV), der Eisenlinienemission L_{Fe} und der Äquivalenzbreite der Eisenlinie der Kugelschalenmodelle. Die Parameter sind die gleichen wie in Abb. 10.4. Links oben: $n = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; rechts oben: $n = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; links unten: $n = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; rechts unten: $n = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 100$.

geht weiter, bis nach $t \approx R/c \approx 5$ Tagen die diffuse Strahlung vom hinteren Teil der Schale sichtbar wird. Zu diesem Zeitpunkt ist jedoch der gesamte Röntgenfluß so weit abgeklungen, daß eine Detektion der Linie unwahrscheinlich ist.

Weiterhin zu beachten ist, daß in diesem Modell die Schockwelle, die für das Kontinuum verantwortlich ist, die Schale nach etwa einem Tag erreicht. Zu diesem Zeitpunkt wird die Röntgenleuchtkraft zeitweilig größer, da die Strahlung entlang der Sichtlinie nicht mehr von der Schale absorbiert wird; nach diesem Anstieg fällt sie jedoch weiter entsprechend des Standardpotenzgesetzes ab. Dieses zeitweilige Aufleuchten könnte durch Aufheizung der Schale durch die Schockwelle verstärkt oder gar dominiert werden; für eine konsistente Analyse hiervon wären allerdings eine Reihe zusätzlicher Annahmen und genaue gasdynamische Berechnungen nötig, die im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich sind (siehe z.B. Vietri et al. (1999) für eine analytische Abschätzung). In der Tat wird ein solcher temporärer Anstieg der Kontinuumsstrahlung in GRB 970508 beobachtet (Piro et al., 1999). Das unabsorbierte Kontinuum, das den Beobachter nach einem Tag erreicht, ist verantwortlich für das Verschwinden der Absorptionsstrukturen, die in Abb. 10.4 zu sehen sind.

Es ist also möglich, mit solchen Schalen signifikante Äquivalenzbreiten der Eisen- $K\alpha$ -Linie sowie der K-Kante zu produzieren (Größenordnung $\lesssim 1$ keV), eine entsprechend hohe Dichte ($10^9 - 10^{11} \text{ cm}^{-3}$) und ein Abdeckungsanteil von nicht viel weniger als 4π vorausgesetzt. Für eine Eisenmasse von $2,5 \cdot 10^{-4} M_\odot$ oder $2,5 \cdot 10^{-5} M_\odot$ in einer Schale, deren Gesamtmasse eine Sonnenmasse ist, ergeben sich für beide Äquivalenzbreiten Werte von über einem keV, vergleichbar mit den von Piro et al. (1999) und Yoshida et al. (1999) gemessenen.

10.2.1.1 Jets

Die Auswirkung eines gerichteten, jetähnlichen Feuerballs, der die Schale beleuchtet, ist ebenfalls von Interesse. Beispiele der Entwicklung der Spektren sind in Abb. 10.6 für einen Feuerball, dessen Strahlung in einen Jet mit einem halbem Öffnungswinkel von $\theta_j = 37^\circ$ gerichtet ist, gezeigt; die anderen Parameter sind dieselben wie im ungerichteten Fall. Die Schale entspricht ebenfalls der aus dem vorigen Beispiel. Die Auswirkung dieser Geometrie ist, daß die für den Beobachter sichtbare Fläche nur bis zu einer Zeit $t_j = (R/c)(1 - \cos \theta_j) \approx 1$ Tag größer wird. Die Gebiete der Schale mit $\theta > \theta_j$, die nach dieser Zeit sichtbar werden, tragen nicht zur diffusen Strahlung bei, da sie niemals von Kontinuum beleuchtet wurden. Mit der obigen Wahl von θ_j bewirkt man, daß die Äquivalenzbreite der K-Rekombinationsemission und der $K\alpha$ -Linie nur bis zur Zeit von einem Tag ansteigen, und danach wieder schwächer werden (Abb. 10.7).

Für eine Schale von einer Sonnenmasse in einem Abstand von $R \sim 10^{16}$ cm mit einem solaren oder zehnfach erhöhten Eisengehalt erhält man EWs zwischen 0,5 und 5 keV (abhängig von der Dichte).

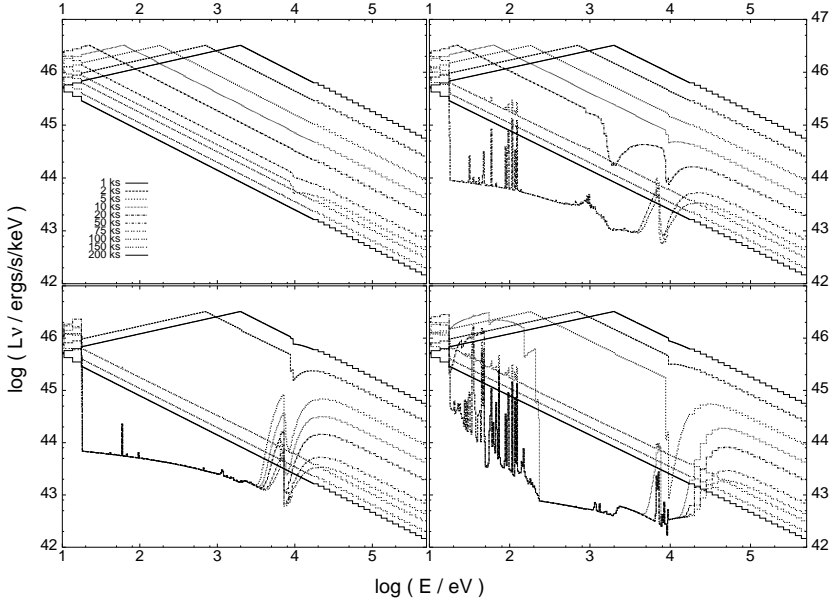


Abb. 10.6: Spektren der Kugelschalenmodelle mit gerichteter Emission zu verschiedenen Zeiten und für verschiedene Parameter. Der innere Radius beträgt $R = 1,5 \cdot 10^{16}$ cm, die Wasserstoffsäulendichte $\Sigma = 5 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-2}$, der Öffnungswinkel $\theta_j = 37^\circ$. Links oben: $n = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; rechts oben: $n = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; links unten: $n = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; rechts unten: $n = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 100$.

10.2.2 Supernova-Trichtermodelle

Ein Spektrum als Funktion der Zeit für die obere Schranke (alle Photonen entkommen) ist in Abb. 10.8 (oben) gezeigt. Die oberen und unteren Limits für die Äquivalenzbreiten deuten an, daß nach einem Tag die Breite der Eisen-K-Kante im Bereich von 2 und 5 eV zu erwarten ist, während die Stärke der $K\alpha$ -Linie zwischen 0,2 und 5 keV liegt (Abb. 10.8 unten).

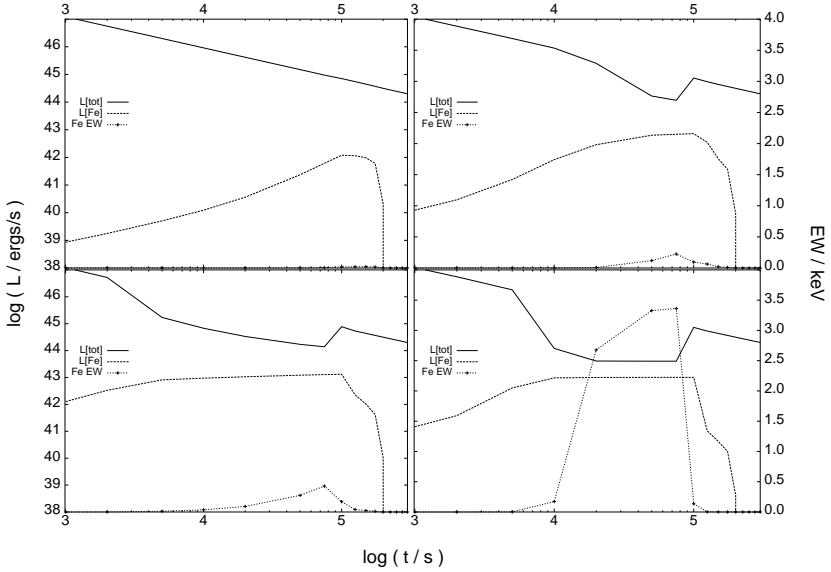


Abb. 10.7: Zeitliche Entwicklung der Gesamtleuchtkraft L_{tot} (2-10 keV), der Eisenlinienemission L_{Fe} und der Äquivalenzbreite der Eisenlinie der Kugelschalenmodelle mit gerichteter Emission. Die Parameter sind die gleichen wie in Abb. 10.6. Links oben: $n = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; rechts oben: $n = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; links unten: $n = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 10$; rechts unten: $n = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $x_{\text{Fe}} = 100$.

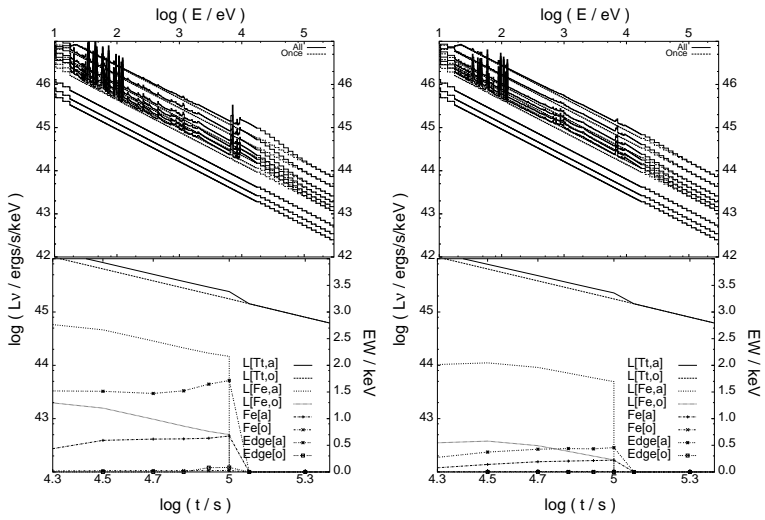


Abb. 10.8: Oben: Spektren der Hypernovamodelle zu verschiedenen Zeiten und für verschiedene Parameter. Unten: Zeitliche Entwicklung der Gesamtleuchtkraft (2-10 keV), der Eisenemission und der Äquivalenzbreite der Eisenlinie. Links: $x_{\text{Fe}} = 100$; rechts: $x_{\text{Fe}} = 10$.

Man erwartet von den Trichtermodellen im allgemeinen niedrigere Äquivalenzbreiten als für die entsprechenden Schalenmodelle. Dies liegt zum Teil daran, daß die Leuchtkraft des Eingangskontinuums pro Raumwinkel in beiden Fällen als gleich angenommen wurde; während man in den Schalenmodellen diffuse Strahlung von der ganzen Schale erhält, trägt bei den Trichtermodellen nur ein Raumwinkel von 2π bei. Weiterhin ist der Auftreffwinkel auf die Trichterwände spitzer, und somit die ankommende Strahlungsenergie pro Fläche bei gleichem Abstand kleiner. Schließlich bleibt auch der Ionisationsparameter in den unteren Bereichen des Trichters eine längere Zeit hoch. Auch ist die Fläche, auf der der Ionisationsparameter – wie für die Linienformation notwendig – $\xi \lesssim 10^3$ ist, zunächst kleiner und erreicht ihr Maximum im Vergleich mit Schalenmodellen vergleichbarer Größe zu späteren Zeiten.

Wenn die Hülle oder der Wind sich mit einer Dichte von $10^9 - 10^{10}$ bis zu einem Radius von einem Lichttag erstrecken, ist ein größerer Bereich an EWs nach einem Tag möglich, im Mittel ergeben sich jedoch kleinere Werte als bei den Kugelschalen. Die EW wächst solange weiter, bis die Quelle des Kontinuums eine Entfernung vom Zentrum erreicht, wo nicht mehr genügend Material vorhanden ist, um die Strahlung zu reprozessieren (Abb. 10.8). Nach dieser Zeit ist nur noch das Schockkontinuum sichtbar, und eine schnell schwächer werdende Komponente von den kühlenden Trichterwänden.

10.2.3 Diskussion

Die Ergebnisse belegen, daß der wesentliche Unterschied zwischen den Schalen- und Trichtermodellen ist, daß bei den ersteren die Eisen-K-Kanten zunächst in Absorption erscheinen und erst zu späteren Zeiten in Emission, während die Trichtermodelle von Anfang an emittieren. Dies liegt natürlich daran, daß sich bei den Kugelschalen Materie entlang der Sichtlinie befindet, die im Falle der Trichter fehlt. Bei ähnlichen Parametern neigen die Schalenmodelle dazu, mit der Zeit wachsende Äquivalenzbreiten zu produzieren. Die Trichtermodelle hingegen weisen von Anfang an langsam abfallende Äquivalenzbreiten auf. Beide Modelle führen zu einem starken Rückgang, nachdem die Beleuchtung des reprozessierenden Materials aufhört. Schließlich sind in den Schalenmodellen die K-Emissionskanten stärker als die $K\alpha$ -Linien, während es bei den Trichtermodellen genau umgekehrt ist.

Es ist wert festgehalten zu werden, daß die Energie des von Piro et al. (1999) als Eisen- $K\alpha$ -Linie interpretierten Maximums im Röntgenspektrum von GRB970508 mit 6,7 keV bei der zuvor bekannten Rotverschiebung von 0,835 (Metzger, 1997) übereinstimmt, während in GRB970828 die Energie des von Yoshida et al. (1999) beschriebenen Maximums unter Annahme der von Djorgovski et al. (2001) berich-

teten Rotverschiebung von $z = 0,958$ mit einer Energie der K-Kante von 9,28 keV im Ruhesystem verträglich ist.

Ein allgemeiner Punkt ist, daß es im Falle eines Verschmelzens zweier kompakter Objekte (NS-NS oder BH-NS) schwerer zu begründen wäre, wie Schalen oder Trichter im Abstand von $R \sim 10^{15} - 10^{16}$ cm entstehen bzw. zur Zeit des Ausbruchs noch vorhanden sein können. Daher erscheint die Detektion von Eisen- $K\alpha$ -Linien und K-Absorptionskanten mit den hier diskutierten Äquivalenzbreiten als signifikanter Hinweis auf einen massiven Vorgänger. Schalen und Trichter mit der Größe von etwa einem Lichttag sind grobe Beispiele von Geometrien, die solche Vorgänger charakterisieren könnten. Für eine klare Unterscheidung der Szenarien werden quantitative Berechnungen in der Art von Fryer et al. (1999) oder Ruffert und Janka (1999) benötigt, mit besonderer Beachtung der Entwicklung der näheren Umgebung des Systems kurz vor dem Ausbruch.

Was diese Modellrechnungen jedoch zeigen ist, daß Eisen- $K\alpha$ -Äquivalenzbreiten von einigen keV in mehreren plausiblen Szenarios entstehen können, daß es mit Hilfe solche Ergebnisse möglich ist, die Parameter der Dichten, Elementhäufigkeiten und Abstand vom Zentrum einzuschränken, und daß detailliertere Modelle spezieller Geometrien weitere wertvolle Anhaltspunkte liefern würden.

Kapitel 11

Zusammenfassung und Ausblick

Die hier durchgeführten Simulationen zeigen die prinzipielle Möglichkeit auf, daß durch Reprozessierung eine Eisenlinie im Nachleuchten von Gammastrahlenausbrüchen erzeugt werden kann. Außerdem ergeben sich wertvolle Hinweise auf die Geometrie: Befände sich das reprozessierende Material in der Sichtlinie, müßte man viel mehr Absorptionserscheinungen beobachten. Da dies nicht der Fall ist, sind Anordnungen, in denen die Röntgenstrahlung am Material reflektiert wird, wahrscheinlicher. Ob dies wie hier ein Trichter ist, oder aber ein das System umgebender Torus, ist nicht abschließend zu beurteilen. Auch ein Modell mit partieller Abdeckung wäre durchaus denkbar.

Um sie auf eine dieser Geometrien festzulegen, sind vor allem genauere Beobachtungen notwendig. Bis diese zur Verfügung stehen, läßt sich dieses Modell fast beliebig verfeinern. Allerdings sind hierzu noch nicht zur Verfügung stehende Berechnungen der Anfangsbedingungen und Materieverteilungen aus den Vorgängersystemen notwendig.

Anhang A

Photonenbahnverfolgung mittels elliptischer Integrale

Gesucht ist

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{b}{r^2} \frac{dr}{\sqrt{1 - (1 - r_s/r)b^2/r^2}} \\ &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{bdr}{\sqrt{(-s_1 + r)(-s_2 + r)(-s_3 + r)r}}\end{aligned}\quad (\text{A.1})$$

mit den Nullstellen s_i des kubischen Polynoms unter der Wurzel.

1. Fall: $b/r_s > 3\sqrt{3}/2$. In diesem Fall sind die s_i stets reell; sie wurden bereits in Abschnitt 3.4.2.2 angegeben.

Um Gl. (A.1) von $r_0 \geq s_2$ bis $r_1 \geq r_0$ zu integrieren, berechnet man zunächst die folgenden Hilfsgrößen (Press et al., 1992, S. 262):

$$X_1 = \sqrt{-s_1 + r_2} \quad Y_1 = \sqrt{-s_1 + r_1} \quad (\text{A.2})$$

$$X_2 = \sqrt{-s_2 + r_2} \quad Y_2 = \sqrt{-s_2 + r_1} \quad (\text{A.3})$$

$$X_3 = \sqrt{-s_3 + r_2} \quad Y_3 = \sqrt{-s_3 + r_1} \quad (\text{A.4})$$

$$X_4 = \sqrt{r_2} \quad Y_4 = \sqrt{r_1} \quad (\text{A.5})$$

Daraus werden weitere Hilfsgrößen U_{12}, U_{13}, U_{14} ermittelt:

$$U_{ij} = \frac{X_i X_j Y_k Y_l + Y_i Y_j X_k X_l}{r_2 - r_1}, \quad (\text{A.6})$$

wobei i, j, k, l eine Permutation von 1, 2, 3, 4 ist. Im Grenzfall $r_2 \rightarrow \infty$ vereinfacht sich das zu

$$U_{ij}^\infty = Y_k Y_l + Y_i Y_j \quad (\text{A.7})$$

Damit ist

$$\Delta\phi = R_F(U_{12}^2, U_{13}^2, U_{14}^2) \quad (\text{A.8})$$

$R_F(x, y, z)$ ist ein Integral, zu dessen Auswertung eine Bibliotheksfunktion in dem `nrllib` zur Verfügung steht.

2. Fall: $b/r_s > 3\sqrt{3}/2$. Falls $b < \frac{3}{2}\sqrt{3}$ ist, wird die Sache komplizierter, denn dann hat das kubische Polynom im Nenner nur eine reelle und zwei konjugiert komplexe Nullstellen. Durch geschickte Substitution (Kraus, 1992, S. 21) kann man das Integral auf die Form

$$\Delta\phi = \int_{x_0}^{x_1} \frac{adx}{\sqrt{(1+x^2)(1+k_c^2 x^2)}} \quad (\text{A.9})$$

bringen. Hierzu wird zunächst zur Integrationsvariable $t = \frac{r_s}{r}$ übergegangen; dies liefert

$$\Delta\phi = \int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{\sqrt{t^3 - t^2 + \left(\frac{r_s}{b}\right)^2}} \quad (\text{A.10})$$

Auch dieses Polynom hat für $b < \frac{3}{2}\sqrt{3}r_s$ nur eine reelle Nullstelle. Diese ist noch zu berechnen und sei $\alpha < 0$. Die obige Form (A.9) wird dann durch die Substitutionen

$$\alpha = -\frac{2}{3} \cosh \left[\frac{1}{3} \operatorname{arcosh} \left(\frac{27r_s^2}{2b^2} - 1 \right) \right] \quad (\text{A.11})$$

$$\omega = \sqrt{3\alpha^2 - 2\alpha} \quad (\text{A.12})$$

$$x = \frac{2\sqrt{(t-\alpha)/\omega}}{1-(t-\alpha)/\omega} \quad (\text{A.13})$$

$$k_c^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3\alpha - 1}{2\omega} \right) \quad (\text{A.14})$$

$$a = 1/\sqrt{\omega} \quad (\text{A.15})$$

erreicht. Die neuen Integrationsgrenzen x_i werden aus den t_i mittels Gl. (A.13) berechnet. Dieses Integral läßt sich wiederum auf die Funktion R_F zurückführen (Carlson, 1992):

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \sqrt{1+x_1^2}, & \xi_2 &= \sqrt{1+k_c^2 x_1^2}, \\ \eta_1 &= \sqrt{1+x_0^2}, & \eta_2 &= \sqrt{1+k_c^2 x_0^2}, \\ \zeta_1 &= \sqrt{(\xi_1 + \eta_1)^2 - (x_1 - x_0)^2}, \\ \zeta_2 &= \sqrt{(\xi_2 + \eta_2)^2 - k_c^2 (x_1 - x_0)^2}, \\ M &= \zeta_1 \zeta_2 / (x_1 - x_0), \\ \delta_{11}^2 &= 4, \\ \delta_{12}^2 &= 2k_c^2 + 2, \\ \delta_{22}^2 &= 4k_c^2, \\ \Delta &= \sqrt{(\delta_{12}^2)^2 - \delta_{11}^2 \delta_{22}^2} \\ L_+ &= M^2 + \delta_{12}^2 + \Delta \\ L_- &= M^2 + \delta_{12}^2 - \Delta \end{aligned}$$

und schließlich

$$\Delta\phi = 4a \cdot R_F(M^2, L_+^2, L_-^2). \quad (\text{A.16})$$

Anhang B

Beschreibung des Codes

In diesem Anhang wird die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Klassenbibliothek, `libXPulsar`, beschrieben. Der erste Abschnitt listet alle darin enthaltenen Klassen auf und beschreibt sie in kurzen Worten. Im zweiten Teil wird das Dateiformat beschrieben, in der die Parameter an die Simulation übergeben werden.

Die Ergebnisse werden in zwei Dateien gespeichert: Die eine enthält die Parameter, die bei der Simulation verwendet wurden (Endung `.parm`), die andere die Photonen (Endung `.rch` oder `.rch.gz`). Die im Anhang C beschriebenen Programme benötigen jeweils beide Dateien, dabei müssen die Namen vor der Endung bei beiden übereinstimmen.

B.1 Klassenhierarchie

Wenn die Namen einer Klasse nicht mit dem der Headerdatei, in der die Klasse deklariert ist, übereinstimmt, ist der entsprechende Dateiname in Klammern angegeben.

B.1.1 Basisklassen

Pos (`basic.h`): Ein durch Schwarzschild- oder Kugelkoordinaten festgelegter Ort.

Vector (`basic.h`): Ein Vektor in Kugelkoordinaten mit skalarer Multiplikation.

Vector_o, Vector_n (basic.h): Ko- und kontravariante Vektoren, die mit einem Skalarproduktoperator verknüpft werden können.

Panne (basic.h): Basisklasse für Exceptions. Davon abgeleitet sind die Klassen `ElliptIntPanne`, `AccolPanne`, `ArrayAddPanne`, `RTreducePanne`, `RTnotLoadedPanne`, `ReprocPanne`, `FTnotInitializedPanne`, die bei verschiedenen auftretenden Fehlern ausgelöst werden.

Random_generator (random.h): virtuelle Basisklasse der Zufallsgeneratoren.

Ran0Generator (random.h): Zufallsgenerator `ran0` aus Press et al. (1992).

Ran_libc.Generator (random.h): verwendet den `glibc`-Zufallsgenerator.

Ran2Generator: Zufallsgenerator `ran2` aus Press et al. (1992).

SimpleArray: Eine Templateklasse für bis zu sechsdimensionale Arrays.

ITable: Ein bis zu sechsdimensionales Array, das kontinuierliche Indizes hat und zwischen den Stützstellen interpoliert.

B.1.2 Klassen mit physikalischem Inhalt

Photon (photon.h): Enthält alle Daten eines Photons, Lorentztransformation in z -Richtung, Zähler für Streuungen.

PTrafo: Transformation eines Photons ins Äquatorialsystem, in dem die Bahnverfolgung stattfindet.

PTracer: virtuelle Basisklasse zur Photonenverfolgung.

Nonrel_PTracer: Nichtrelativistische Photonenverfolgung mit der Geradengleichung.

Nonrel_PTracer_RK: Nichtrelativistische Photonenverfolgung mittels Runge-Kutta-Verfahren.

Schwarzschild_PTracer: Photonenverfolgung in Schwarzschildmetrik mittels Runge-Kutta-Verfahren.

Neutronstar: Virtuelle Basisklasse für Neutronensternmodelle mit Magnetfeld, mit Methoden zur Verfolgung von Magnetfeldlinien auf die Oberfläche und Verfolgung von Photonenbahnen.

NonrelNeutronstar: Neutronenstern mit Dipolmagnetfeld ohne allgemein-relativistische Effekte.

SchwarzschildNeutronstar: Neutronenstern mit Dipolfeld in Schwarzschildmetrik.

interaction: virtuelle Basisklasse zur Wechselwirkung von Plasma und Röntgenstrahlung: totale und differentielle Wirkungsquerschnitte, Polarisationsmoden, Streuung und Resonanzen.

simple_ia: isotrope Streuung mit $\kappa = n_e \sigma_T$.

rebetzky_ia: nichtrelativistischer Streuquerschnitt mit einer Resonanz (Abschnitt 3.2.5).

EmissionRegion: virtuelle Basisklasse für alle Emissionsregionen.

CapHotSpot: virtuelle Basisklasse für Kappen-, ring- oder sichelförmige Emissionsregionen auf der Neutronensternoberfläche mit homogener und isotroper Emission.

PlanckHotSpot: Hotspot, der ein thermisches Spektrum emittiert (gewichtete Photonen).

BeamedPlanckHotSpot: Hotspot mit Planckspektrum und anisotroper Emission ($I_\nu \sim \sin^2 \vartheta$).

FDCOHotSpot: Hotspot der ein Potenzgesetzspektrum mit Fermi-Dirac-Cutoff emittiert (gewichtete Photonen).

TableHotSpot: Basisklasse für Hotspots, deren Spektrum als Tabelle gegeben ist.

TFDCOHotSpot: wie FDCOHotSpot, aber Photonenerzeugung nach Tabelle (ohne statistische Gewichte).

accretion.column: virtuelle Basisklasse für Akkretionssäulen

AccColVarHsDensity: Akkretionssäule für frei fallendes Plasma mit variabler Dichte am Hotspot, z.B. null innerhalb und ein endlicher Wert außerhalb eines Ringes.

AccColShock: Akkretionssäule mit Abbremsung nach Abschnitt 5.1.6.3.

Reprocession: Virtuelle Basisklasse für Reprozessierungsmodelle, bei denen die reprozessierten Photonen entweder sofort oder am Ende der Simulation zurückgeliefert werden.

noReprocession (Reprocession.h): Alle auf der Neutronensternoberfläche auftreffenden Photonen werden verworfen.

diffuseReflection (Reprocession.h): Photonen werden isotrop und mit gleicher Frequenz reemittiert.

LocalTReproc: Die Aufheizung der Oberflächenelemente des Neutronensterns wird berechnet; am Ende wird die entsprechende Energie mit einem thermischen Spektrum reemittiert.

FunnelColumn: Akkretionssäule mit optisch dichtem Trichter nach Abschnitt 5.1.5.5

FunnelHotSpot: Emission von den Trichterwänden.

FunnelBeamedHotSpot: wie die vorige Klasse, aber mit Lorentzboost.

Schließlich enthält die Datei `phys_constants.h` noch eine Reihe häufig benötigter physikalischer und astronomischer Konstanten.

B.1.3 Höhere Klassen

Die folgenden Klassen enthalten Daten und Methoden zur Steuerung, Durchführung und Auswertung der Ergebnisse der Simulation.

SimParams: Enthält alle zu einer Simulation notwendigen Werte (Tabellengrößen, physikalische Parameter, etc), liest die Steuerdatei ein bzw. schreibt sie.

Simulation: Die eigentliche Simulation: Diese Klasse legt entsprechend der Parameter Objekte für Akkretionssäule, Neutronenstern etc. an und berechnet den Strahlungstransport.

ResultTable: Ergebnistabelle, die die Photonenzahlen (und Quadratsummen der statistischen Gewichte) aufnimmt und in eine Datei schreibt.

FinalTable: Stellt Funktionen zur Auswertung zur Verfügung: Berechnung von Spektren, Strahlungscharakteristiken, Energiebilanzen.

IRTable: Interpolierende Ergebnistabelle, für glattere Spektren und Strahlungscharakteristiken (nur von `FTView` verwendet, nicht zur quantitativen Auswertung).

FinalPhoton: Photonen im von `XPulsar@home` übertragenen Format.

XPulsarTable: Sehr große Ergebnistabelle für `XPulsar@home`-Rechnungen.

B.2 Aufbau der Steuerdatei

Das Format der Steuerdatei ist sehr einfach: Zeilen, die mit `#` beginnen, werden als Kommentare betrachtet und ignoriert; ebenso Leerzeilen. Alle anderen enthalten ein Schlüsselwort, gefolgt von einem oder mehreren Leerzeichen, und den entsprechenden Wert. Manche Schlüsselwörter wie z.B. `ResultThetaEntries` müssen stets angegeben werden, andere haben Standardwerte (z.B. `HotSpotAzi`) oder sind nur für bestimmte Klassen von Modellen notwendig (z.B. `AccShockPos`). Eine Übersicht wird im folgenden gegeben. Mögliche Werte sind in Klammern angegeben.

NumberOfPhotons: Zahl der zu simulierenden Photonen.

RandomGenerator: Typ des Zufallsgenerators (`Ran0`, `Ran2`, `libc`).

RandomSkip: Zahl der anfangs zu überspringenden Zufallszahlen (zur Fehlersuche).

ResultThetaEntries: Zahl der Polarwinkeleinträge in der Ergebnistabelle.

ResultPhiEntries: Zahl der Azimutwinkeleinträge in der Ergebnistabelle (Default: 2).

ResultNuEntries: Zahl der Frequenzeinträge in der Ergebnistabelle.

ResultMaxScatter: Zahl der Streueinträge in der Ergebnistabelle.

ResultFileName: Name der Datei, in der die Ergebnisse gespeichert werden sollen, ohne Extension.

NeutronStarRadius: Neutronensternradius in km.

NeutronStarMass: Neutronensternmasse in Sonnenmassen.

NeutronStarBpolar: Polmagnetfeld in Gauss.

NeutronStarType: `NonRel` oder `Schwarzschild`.

AccretionColumnType: Säulentyp: Standardsäule (vhsd) oder erweiterte Modelle (Funnel, Shock).

AccretionColumnHMax: Höhe, bis zu der Photonen verfolgt werden sollen, in m

AccretionColumnTheta: Öffnungswinkel der Säule bzw. des Hotspots auf der Neutronensternoberfläche in Grad

AccretionColumnLuminosity: Leuchtkraft in Watt

UColIsInvisibleForReproz: Ist dieses Feld vorhanden, so fliegen reprozessierte Photonen im Trichtermodell durch die Trichterwand hindurch

AccShockPos: radiale Koordinate des Schocks bei der entsprechenden Säule in km

AccShockWidth: Breite des Schocks

HotSpotType: Typ des Hotspots (Planck, FDCO, TFDCO, Funnel, FunnelB1).

HotSpotThetaI: innerer Öffnungswinkel bei ringförmigen Hotspots in Grad (Default: 0).

HotSpotAzi: Azimutale Ausdehnung des Hotspots in Grad (Default: 360).

HotSpotAlpha: negativer Photonenindex des Spektrums für FDCO-Hotspot.

FDCOECut: Cutoffenergie für FDCO-Hotspot

HotSpotNkT: Maximal erzeugte Photonenenergie in Einheiten von $k_B T$.

FHotSpotTempI: Temperatur der inneren Trichterwand.

FHotSpotTempO: Temperatur der äußeren Trichterwand.

FHotSpotHeight: Radiale Koordinate des oberen Randes der Trichterwand in m.

FHotSpotBetaO: Geschwindigkeit für Lorentzboost für die äußere Wand in Einheiten von c (Default: 0).

CrossSection: Wechselwirkungsmodell (None, Simple, ColdNonrel).

Reprocession: Reprozessierungsmodell (Default: None, Diffuse, LocalT).

Anhang C

Die Analyseprogramme FTView und FTInfo

Neben vielen kleineren Tools zum Umgang mit den Ergebnisdateien gibt es zwei wichtige Programme, die zur Datenanalyse gedacht sind. Das erste, FTView, ist ein interaktives, grafisches Programm, das es dem Benutzer erlaubt, Strahlungscharakteristiken und Spektren interaktiv anzusehen und dabei z.B. den Blickwinkel oder das Energieband zu verändern. Zur quantitativen Analyse steht hingegen FTInfo zur Verfügung, das die Daten zusammen mit dem statistischen Fehler in eine Textdatei schreibt, die dann beispielsweise mit gnuplot weiterverarbeitet werden kann.

C.1 FTView

FTView kann ohne Optionen gestartet werden; in diesem Fall wird eine leere Tabelle dargestellt, zu der man über das Dateimenü Modellsätze hinzufügen kann. Alternativ ist es auch möglich, dem Programm eine oder mehrere .parm-Dateien in der Kommandozeile zu übergeben.

Die Tabelle stellt einen Teil der Parameter dar. Fährt man mit der Maus auf einen Eintrag, wird direkt unter der Tabelle der entsprechende Dateiname und die Zahl der in der Simulation enthaltenen Photonen angezeigt.

Am unteren Rand des Fensters befinden sich sechs Knöpfe, die man anklicken kann, nachdem eine Zeile in der Tabelle markiert wurde. Diese öffnen jeweils ein neues Fenster mit der entsprechenden Darstellung.

RadChar: Strahlungscharakteristik. Es können der Azimutwinkel (φ), der Energiebereich (ν_1, nu_2), und bei angeschalteter zweiter Polkappe deren Position und Intensität relativ zur ersten eingestellt werden. Weiterhin ist es möglich, zwischen Energie- und Photonenzahldarstellung umzuschalten, das Maximum auf eins zu normieren, eine über alle Azimutwinkel gemittelte Charakteristik auszugeben, und eine dynamische Achsenskalierung sowie die zweite Polkappe ein- oder auszuschalten. Schließlich kann man entweder eine Gesamtkurve plotten, oder aber eine Darstellung getrennt nach Polarisation oder Zahl der Streuungen wählen.

Über die Menüleiste kann das aktuelle Bild in verschiedenen Dateiformaten (u.a. eps, picTeX, ASCII-Tabelle) abgespeichert werden.

Spectrum: Einstellbar sind hier die Blickrichtung (parametrisiert durch den Winkel γ zwischen Rotationsachse und Sichtlinie, und β zwischen Rotations- und Magnetfeldachse, sowie der Rotationsphase φ), Position und Intensität der zweiten Polkappe; als weitere Optionen stehen die Auswahl zwischen Energie und Photonenzahl, Gesamt- oder richtungsaufgelöstem Spektrum, logarithmischer Achsenskalierung, und das Ein- und Ausschalten der zweiten Kappe zur Verfügung. Die Spektren können nach Polarisation und Zahl der Streuungen berechnet werden.

Über die Menüleiste kann das aktuelle Bild in verschiedenen Dateiformaten (u.a. eps, ASCII-Tabelle, FITS zum Import in xspec) abgespeichert werden.

Cyclotron line: Ein Zyklotronliniensucher, der leider so einfach ist, daß er nur selten funktioniert. Es stehen die gleichen Auswahlmöglichkeiten wie bei den Spektren zur Verfügung.

Pulse Profile: Ausgabe von Pulsprofilen für eine vom Benutzer wählbare Richtung und Energie, und eine oder zwei Polkappen. Es ist auch möglich, mehrere Kurven für verschiedenen Energien, Polarisationen oder Streuzahlen zu plotten.

Textured Sphere: Die Strahlungscharakteristik einer Kappe wird auf eine sehr weit entfernte Kugel projiziert und diese rotierende Kugel animiert dargestellt (s. Abb. 5.24).

Table Infos: Viele Informationen in tabellarischer Form (Leuchtkräfte der ungestreuten/gestreuten/reprozessierten Photonen, Gesamtphotonenzahlen, Tabellengrößen).

C.2 FTInfo

FTInfo ist ein Konsolenprogramm, das über Kommandozeilenoptionen gesteuert wird und die gewünschten Daten in ASCII-Form nach `stdout` schreibt. Ein typischer Aufruf sieht damit etwa so aus:

```
alamak:> FTInfo -sy -Xs Basismodell.parm > Basis-scattered.sp
```

Dieses Kommando erzeugt ein Spektrum der gestreuten Photonen des Basismodell-Datensatzes in die Datei `Basis-scattered.sp`. In Tabelle C.1 sind alle möglichen Kommandozeilenoptionen abgedruckt, die abgesehen von denen in der ersten Gruppe kombiniert werden können:

Option	Auswirkung
-h	Hilfe
-s	Spektrum erzeugen
-r	Strahlungscharakteristik erzeugen
-R	Verhältnis ungestreute/gestreute Photonen etc
keine	Energiebilanzen ausgeben
-N	Photonenzahlen ausgeben (sonst Leuchtkraft)
-e	unteres Grenze des Energiebereichs in keV
-E	obere Grenze
-t	für Spektren: Blickwinkel θ in Grad (sonst Gesamtspektrum)
-m <i>w</i>	Daten vor Ausgabe mit <i>w</i> multiplizieren
-y	Tabelle in Azimutrichtung symmetrisieren
-1	Maximum auf 1 normieren
-2	Daten für zwei gegenüberliegende Polkappen erzeugen
-3	für nicht rotationssymmetrische Strahlungscharakteristiken: dreidimensionalen Datensatz erzeugen
-Xu	nur ungestreute Photonen
-Xs	nur gestreute Photonen
-Xr	nur reprozessierte Photonen
-X0	nur Polarisationsmode 0
-X1	nur Polarisationsmode 1
-Xsi	nur <i>i</i> -fach gestreute Photonen

Tabelle C.1: Kommandozeilenoptionen für FTInfo

Literaturverzeichnis

- S. L. Adler. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 67,699, 1971. 25, 26
- C. W. Akerlof und T. A. McKay. *GRB Circular Network*, 205,1, 1999. 129
- S. G. Alexander, J. Davila, und D. J. Dimattio. *ApJ*, 459,666–670, 1996. 41
- R. A. Araya und A. K. Harding. *ApJ*, 517,334–354, 1999. 42
- R. A. Araya-Góchez und A. K. Harding. *ApJ*, 544,1067–1080, 2000. 42, 126
- M. Böttcher, C. D. Dermer, und E. P. Liang. *A&AS*, 138,543–544, 1999. 132
- M. M. Basko und R. A. Sunyaev. *A&A*, 42,311–321, 1975. 8, 61, 96
- M. M. Basko und R. A. Sunyaev. *MNRAS*, 175,395–417, 1976. 61, 68, 96, 105
- E. I. Bichenkov und G. A. Shvetsov. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 38,578, 1997. 7
- L. Bildsten, D. Chakrabarty, J. Chiu, M. H. Finger, D. T. Koh, R. W. Nelson, T. A. Prince, B. C. Rubin, D. M. Scott, M. Stollberg, B. A. Vaughan, C. A. Wilson, und R. B. Wilson. *ApJS*, 113,367, 1997. 7
- G. S. Bisnovatyi-Kogan und A. N. Timokhin. *Astronomy Reports*, 41,423–435, 1997. 132
- R. D. Blandford und C. F. McKee. *Bulletin of the American Astronomical Society*, 8,539, 1976. 135
- S. Blum und U. Kraus. *ApJ*, 529,968, 2000. 8, 83
- J. J. Brainerd und P. Mészáros. *ApJ*, 369,179, 1991. 41, 125
- I. Bronstein und K. A. Semendjajew. *Taschenbuch der Mathematik*. B.G. Teubner Verlag, 1991. 37
- T. Bulik, P. Mészáros, J. W. Woo, F. Nagase, und K. Makishima. *ApJ*, 395,546, 1992. 83
- T. Bulik, H. Riffert, P. Mészáros, K. Makishima, T. Mihara, und B. Thomas. *ApJ*, 444,405–415, 1995. 8
- D. J. Burnard, R. I. Klein, und J. Arons. *ApJ*, 349,262–273, 1990. 41
- R. W. Bussard, S. G. Alexander, und P. Mészáros. *Phys. Rev. D*, 34(2),440–451, 1986. 15, 17
- B. C. Carlson. *Math. of Computation*, 59,165, 1992. 157
- S. Chandrasekhar. *Radiative Transfer*. Dover Publications, New York, 1960. 31, 138
- G. W. Clark, J. W. Woo, F. Nagase, K. Makishima, und T. Sakao. *ApJ*, 353,274–280, 1990. 11

- W. Coburn. *A Study of Magnetic Fields in Accreting X-Ray Pulsars with RXTE*. PhD thesis, University of California, San Diego, 2001. 8, 11
- W. Coburn, W. A. Heindl, D. E. Gruber, R. E. Rothschild, R. Staubert, J. Wilms, und I. Kreykenbohm. *ApJ*, 552,738–747, 2001. 11, 81, 105
- E. Costa, F. Frontera, J. Heise, M. Feroci, J. in 't Zand, F. Fiore, M. N. Cinti, D. dal Fiume, L. Nicastro, M. Orlandini, E. Palazzi, M. Rapisarda, G. Zavattini, R. Jager, A. Parmar, A. Owens, S. Molendi, G. Cusumano, M. C. Maccarone, S. Giarrusso, A. Coletta, L. A. Antonelli, P. Giommi, J. M. Muller, L. Piro, und R. C. Butler. *Nat.*, 387,783–785, 1997. 132
- J. K. Daugherty und A. K. Harding. *ApJ*, 309,362–271, 1986. 17
- S. G. Djorgovski, D. A. Frail, S. R. Kulkarni, J. S. Bloom, S. C. Odewahn, und A. Diercks. *ApJ*, 562, 654–663, 2001. 152
- B. D. Fried und S. D. Conte. *The Plasma Dispersion Function*. Academic Press, New York, 1961. 27
- C. L. Fryer, S. E. Woosley, und D. H. Hartmann. *ApJ*, 526,152–177, 1999. 143, 153
- T. J. Galama, M. S. Briggs, R. A. M. Wijers, P. M. Vreeswijk, E. Rol, D. Band, J. van Paradijs, C. Kouveliotou, R. D. Preece, M. Bremer, I. A. Smith, R. P. J. Tilanus, A. G. de Bruyn, R. G. Strom, G. Pooley, A. J. Castro-Tirado, N. Tanvir, C. Robinson, K. Hurley, J. Heise, J. Telting, R. G. M. Rutten, C. Packham, R. Swaters, J. K. Davies, A. Fassia, S. F. Green, M. J. Foster, R. Sagar, A. K. Pandey, Nilakshi, R. K. S. Yadav, E. O. Ofek, E. Leibowitz, P. Ibbetson, J. Rhoads, E. Falco, C. Petry, C. Impey, T. R. Geballe, und D. Bhattacharya. *Nat.*, 398,394–399, 1999. 129
- G. Ghisellini, F. Haardt, S. Campana, D. Lazzati, und S. Covino. *ApJ*, 517,168–173, 1999. 133
- R. Giacconi, H. Gursky, F. R. Paolini, und B. B. Rossi. *Phys. Rev. Lett.*, 9(11),439–443, 1962. 1
- V. L. Ginzburg. *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas*. Pergamon Press, Oxford, 1970. 19
- Y. N. Gnedin und G. G. Pavlov. *Sov. Phys. – JETP*, 38,903–908, 1974. 19, 33
- Y. N. Gnedin, G. G. Pavlov, und Y. A. Shibano. *Soviet Astronomy Letters*, 4,117, 1978. 83
- C. Graziani. *ApJ*, 412,351–362, 1993. 15
- A. K. Harding und J. K. Daugherty. *ApJ*, 374,687–699, 1991. 15
- H. Herold. *Phys. Rev. D*, 19,2868–2875, 1979. 15, 17
- H. Herold, H. Ruder, und G. Wunner. *Plasma Phys.*, 23(6),775–792, 1981. 28
- H. Herold, H. Ruder, und G. Wunner. *A&A*, 115,90–96, 1982. 15
- J. D. Jackson. *Klassische Elektrodynamik*. de Gruyter, 1982. 20
- M. H. Johnson und B. A. Lippman. *Phys. Rep.*, 76(6),828–832, 1949. 14, 15, 17
- M. Kaiser. *Strahlungstransport im extrem magnetisierten Plasma: Rückstreuung von Röntgenstrahlung auf Neutronensterboberflächen*. PhD thesis, Universität Tübingen, 1995. 19, 46, 95, 105, 126
- T. Kallman und J. Krolik. *XSTAR Manual*. NASA GSFC, 1998. 138
- T. Kallman und R. McCray. *ApJS*, 50,283–317, 1982. 137, 138
- M. H. Kalos und P. A. Whitlock. *Monte-Carlo-Methods Vol. I: Basics*. John Wiley & Sons, 1986. 41, 43, 47

- J. G. Kirk. *Plasma Physics*, 22,639–651, 1980. 27
- R. W. Klebesadel, I. B. Strong, und R. A. Olson. *ApJ Lett.*, 182,L85, 1973. 1, 128
- E. Knuth. *The Art of Computer Programming Vol. 2: Seminumerical Algorithms*. Addison-Wesley, 1981. 46
- U. Kraus. *Strahlungstransport in der Schwarzschildmetrik - Numerische Modellierung von Pulsformen leuchtschwacher Röntgenpulse*. PhD thesis, Universität Tübingen, 1992. 17, 28, 29, 32, 40, 41, 46, 67, 68, 75, 88, 91, 125, 156
- U. Kraus. Light deflection near neutron stars. In H. Riffert, H. Ruder, H.-P. Nollert, und F. W. Hehl, editors, *Relativistic Astrophysics*, pages 66–78. Vieweg, 1997. 77
- U. Kraus. *ApJ*, 563,289–300, 2001. 61, 63, 100
- U. Kraus, S. Blum, J. Schulte, H. Ruder, und P. Mészáros. *ApJ*, 467,794–805, 1996. 8, 83
- P. Kretschmar. *Calibration of high energy X ray detectors at the spectrum of the Crab nebula, and X ray pulsar A0535+26 examinations*. PhD thesis, Universität Tübingen, 1991. 9
- P. Kretschmar, I. Kreykenbohm, J. Wilms, R. Staubert, E. Kendziorra, D. E. Gruber, W. A. Heindl, und R. E. Rothschild. Cyclotron lines in RXTE spectra of Vela X-1. In B. Aschenbach und M. J. Freyberg, editors, *Highlights in X-Ray Astronomy*, pages 45–48, 1998. 59
- F. K. Lamb, C. J. Pethick, und D. Pines. *ApJ*, 184,271–289, 1973. 6
- D. Lazzati, G. Ghisellini, und S. Campana. *MNRAS*, 304,L31–L35, 1999. 133
- R. W. Lindquist. *Annals of Physics*, 37,487, 1966. 31, 32
- Q. Z. Liu, J. van Paradijs, und E. P. J. van den Heuvel. *A&AS*, 147,25–49, 2000. 6
- Q. Z. Liu, J. van Paradijs, und E. P. J. van den Heuvel. *A&A*, 368,1021–1054, 2001. 6
- Y. E. Lyubarskii und R. A. Sunyaev. *Pis'ma Astron. Zh.*, 14,920–926, 1988. 66
- T. R. Maile. *Strahlungstransport in stark magnetisierten heißen Akkretionsplasmen von Neutronensternen*. Diplomarbeit, Universität Tübingen, 1986. 19
- K. Makishima, T. Mihara, F. Nagase, und Y. Tanaka. *ApJ*, 525,978–994, 1999. 10, 11
- E. P. Mazets, S. V. Golentskii, und V. N. Ilinski. *Sov. Phys. – JETP*, 19,L77, 1974. 1, 128
- D. Melrose. *Austr. J. Phys.*, 36,775–798, 1983. 13
- D. Melrose und A. Parle. *Austr. J. Phys.*, 36,755–774, 1983a. 13, 14
- D. Melrose und A. Parle. *Austr. J. Phys.*, 36,799–824, 1983b. 13
- P. Mészáros. *High-Energy Radiation from Magnetized Neutron Stars*. University of Chicago Press, 1992. 13, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 27, 28, 33, 34
- P. Mészáros und W. Nagel. *ApJ*, 298,147–160, 1985. 41, 93, 126
- P. Mészáros und M. J. Rees. *ApJ*, 405,278–284, 1993. 135
- P. Mészáros und M. J. Rees. *ApJ*, 476,232, 1997. 132
- P. Mészáros und M. J. Rees. *MNRAS*, 299,L10, 1998. 132, 133, 135, 136
- P. Mészáros, M. J. Rees, und H. Papathanassiou. *ApJ*, 432,181–193, 1994. 135, 136

- P. Mészáros und J. Ventura. *Phys. Rev. D*, 19(12),3565–3575, 1979. 25
- M. Metzger. *Nat*, 387,878–880, 1997. 152
- D. Mihalas. *Stellar Atmospheres*. W. H. Freeman and Company, 1970. 41
- C. Misner, K. Thorne, und J. Wheeler. *Gravitation*. Freeman, San Francisco, 1973. 34, 40
- F. Nagase. *PASJ*, 41,1–79, 1989. 5
- W. Nagel. *ApJ*, 251,278–287, 1981a. 41
- W. Nagel. *ApJ*, 251,288–296, 1981b. 41
- S. Nayakshin. *ApJ*, 534,718–722, 2000. 95
- W. S. Paciesas, C. A. Meegan, G. N. Pendleton, M. S. Briggs, C. Kouveliotou, T. M. Koshut, J. P. Lestrade, M. L. McCollough, J. J. Brainerd, J. Hakkila, W. Henze, R. D. Preece, V. Connaughton, R. M. Kippen, R. S. Mallozzi, G. J. Fishman, G. A. Richardson, und M. Sahi. *ApJS*, 122,465–495, 1999. 130, 131
- A. Parle. *Austr. J. Phys.*, 40,1–21, 1987. 13
- G. G. Pavlov und Y. A. Shibano. *Sov. Phys. JETP*, 49,741, 1979. 26
- G. G. Pavlov, Y. A. Shibano, und D. G. Yakovlev. *Ap. Space Sci.*, 73,33, 1980. 28
- K. R. Pechenick, C. Ftaclas, und J. M. Cohen. *ApJ*, 274,846–857, 1983. 77, 92
- R. Perna und A. Loeb. *ApJ Lett.*, 503,L135, 1998. 132
- L. Piro, E. Costa, M. Feroci, F. Frontera, L. Amati, D. dal Fiume, L. A. Antonelli, J. Heise, J. in 't Zand, A. Owens, A. N. Parmar, G. Cusumano, M. Vietri, und G. C. Perola. *ApJ Lett.*, 514,L73–L77, 1999. 132, 141, 148, 152
- G. Pomraning. *Radiation Hydrodynamics*. Pergamon Press, 1973. 30, 31, 70
- S. H. Pravdo und R. W. Bussard. *ApJ*, 246,L115–L120, 1981. 42
- W. Press, B. Flannery, S. Teukolsky, und W. Vetterling. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1992. 46, 47, 48, 55, 155, 159
- A. Rebetzky, H. Herold, T. Maile, H. Ruder, und K. Wolf. *A&A*, 205,215–224, 1988. 28, 41
- H. Riffert. *ApJ*, 327,760–771, 1988. 69
- H. Riffert und P. Mészáros. *ApJ*, 325,207–217, 1988. 77, 92
- M. Ruffert und H.-T. Janka. *A&A*, 344,573–606, 1999. 153
- J. J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, 1985. 29
- E. Schreier, R. Levinson, H. Gursky, E. Kellogg, H. Tananbaum, und R. Giacconi. *ApJ Lett.*, 172,L79, 1972. 4, 6
- A. Schuster. *ApJ*, 21,1, 1905. 138
- R. Sina. *Bhabha Scattering and Trident Production in Strong Uniform Magnetic Field*. PhD thesis, University of Maryland, 1996. 17
- M. Soffel, J. Ventura, H. Herold, H. Ruder, und W. Nagel. *A&A*, 126,251–259, 1983. 34
- A. Sokolov und I. Ternov. *Synchrotron Radiation*. Pergamon Press, Oxford, 1968. 15

- Y. Soong, D. E. Gruber, L. E. Peterson, und R. E. Rothschild. *ApJ*, 348,641–646, 1990. 11
- W. T. Sullivan, D. Werthimer, S. Bowyer, J. Cobb, D. Gedye, und D. Anderson. A new major SETI project based on project SERENDIP data and 100,000 personal computers. In Cosmovici, Bowyer, und Werthimer, editors, *Astronomical and Biochemical Origins and the Search for Life in the Universe*. 1997. 107
- H. Tanabaum, H. Gursky, E. M. Kellog, R. Levinson, E. Schreier, und R. Giacconi. *ApJ*, 174,L143–L149, 1972. 4
- C. B. Tarter, W. H. Tucker, und E. E. Salpeter. *ApJ*, 156,943, 1969. 137
- <http://setiathome.berkeley.edu>. Seti@home web page. 107
- www.distributed.net. distributed.net. 107
- www.entropia.com. Entropia distributed computing. 107
- www.lifl.fr/~beaufils/gtml/. Gtml - an html pre-processor. 110
- www.mysql.com. Mysql homepage. 110
- www.php.net. PHP: Hypertext preprocessor project. 110
- www.processtree.com. Processtree network. 107
- J. Ventura. *Phys. Rev. D*, 19(6),1684–1695, 1979. 17, 23
- M. Vietri, C. Perola, L. Piro, und L. Stella. *MNRAS*, 308,L29–L33, 1999. 148
- M. Vietri und L. Stella. *ApJ*, 508,L45–L48, 1998. 140
- W. Voges. Phase dependence of the line feature in the hard X-ray spectrum of Hercules X-1. In *Accreting Neutron Stars*, pages 125–129, 1982. 81
- W. Voges, W. Pietsch, C. Reppin, J. Trümper, E. Kendziorra, und R. Staubert. *ApJ*, 263,803–813, 1982. 11
- Y.-M. Wang und G. Welter. *A&A*, 102,97–108, 1981. 8
- I. Wasserman und S. Shapiro. *ApJ*, 265,1036, 1983. 39
- S. Weinberg. *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. John Wiley & Sons, New York, 1972. 34, 36
- C. Weth, U. Kraus, J. Freuer, M. Ruder, R. Dannecker, P. Schneider, M. Konold, und H. Ruder. XPulsar@home – schools help scientists. In R. Buyya, G. Mohay, und P. Roe, editors, *Proceedings of the First IEEE/ICM International Symposium on Cluster Computing and the Grid*, pages 588–594, 2001. 114
- C. Weth, P. Mészáros, T. Kallman, und M. J. Rees. *ApJ*, 534,581–586, 2000. 139
- R. Wijers und T. Galama. *ApJ*, 523,177–186, 1999. 132, 136, 141
- A. Yoshida, M. Namiki, C. Otani, N. Kawai, T. Murakami, Y. Ueda, R. Shibata, und S. Uno. *A&AS*, 138,433–434, 1999. 132, 141, 148, 152

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, angefangen mit Herrn Prof. Dr. Ruder, der die Anregung hierzu gab und – wie auch Dr. Ute Kraus und die inzwischen leider verstorbenen Priv. Doz. Dr. Harald Riffert und Prof. Dr. Heinz Herold – bei Fragen und Problemen stets hilfreich zur Seite stand.

Weiterhin bedanke ich mich bei allen TAT-Mitarbeitern für die angenehme Arbeitsatmosphäre und die ständige Bereitschaft, ihr Know-How weiterzugeben. Besonderer Dank gebührt Daniel Kobras, der durch seinen selbstlosen Einsatz mehr als einmal das XPulsar-Projekt am Laufen hielt.

Schließlich bin ich auch meiner Familie, allen Freunden und besonders meiner Freundin Grit aufs tiefste zu Dank verpflichtet, die mich in den hektischen Zeiten dieser Arbeit ertragen mußten und mir den nötigen Ausgleich ermöglicht haben.

Lebenslauf

- Geboren: 8. Januar 1973 in Hof/Saale
- Eltern: Hans-Jürgen und Marieluise Weth, geb. Schönwetter
- Schulen: August 1979 bis Februar 1980:
Grund- und Hauptschule Altencelle, Celle
Februar 1980 bis Juni 1983:
Deutsche Evangelische Oberschule, Kairo
September 1983 bis Juli 1992:
Rudolf-Diesel-Gymnasium, Augsburg
- Studium: Oktober 1992 bis September 1994:
Grundstudium im Fach Physik an der Universität Augsburg
August 1994: Vordiplom
Oktober 1994 bis April 1998:
Hauptstudium im Fach Physik an der Universität Tübingen
April 1998: Studienabschluß mit Diplom
Mai 1998 bis Mai 2002: Anfertigung der Dissertation
„Simulationen kosmischer Röntgenquellen“
- Beschäftigungen: Oktober 1996 bis September 1997:
Wissenschaftliche Hilfskraft am Max-Planck-Institut für
biologische Kybernetik, Tübingen
Oktober 1997 bis März 1998:
Wissenschaftliche Hilfskraft an der Universität Tübingen
Mai 1998 bis Oktober 1999:
Wiss. Angestellter am Institut für Astronomie und Astrophysik
November 1999 bis April 2000:
vom DAAD geförderter Forschungsaufenthalt an der Penn-
sylvania State University
ab Mai 2000:
Wiss. Angestellter am Institut für Astronomie und Astrophysik
- Akademische Lehrer: in Augsburg: B. Aulbach, U. Eckern, J.-H. Eschenburg, P. Hänggi,
K.-H. Höck, S. Horn, G. Taubmann, H. Zohm
in Tübingen: M. Baumann, H. Clement, K.-H. Gaukler, F. Hassel-
bach, H. Herold, D. Kern, H. Pfister, H. Ruder, H. Riffert, R.
Schief, W. Schweizer, A. Schwenk, R. Staubert, H. Ziegelmann