

Numerische Simulationen von  
Akkretionsscheiben in  
Kataklysmischen Variablen  
mit Smoothed Particle Hydrodynamics

DISSERTATION  
zur Erlangung des Grades eines Doktors  
der Naturwissenschaften  
der Fakultät für Physik  
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von  
Stefan Kunze  
aus  
Backnang

2000

Selbstverlegt von:

Stefan Kunze  
Nauklerstraße 23  
72074 Tübingen

Tag der mündlichen Prüfung: 21. Dezember 2000

Dekan:

Prof. Dr. G. Wagner

1. Berichterstatter:

Prof. Dr. H. Ruder

2. Berichterstatter:

Prof. Dr. K. Werner

*The purpose of computing is insight, not numbers! (1962)*

*The purpose of computing numbers is not yet in sight! (1997)*

Richard W. Hamming, 1915-1997



# Zusammenfassung

## Numerische Simulationen von Akkretionsscheiben in Kataklysmischen Variablen mit Smoothed Particle Hydrodynamics

Diese Arbeit befaßt sich mit der Untersuchung von Akkretionsscheiben in Kataklysmischen Variablen (CVs) mit der numerischen Methode Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH).

SPH ist ein gitterfreies Lagrangesches Teilchenverfahren, dessen Ursprung und Hauptanwendungsgebiet astrophysikalische Strömungen sind. Besonders bei der Simulation von Akkretionsscheiben kommen die Vorteile dieser Methode zur Geltung. Die Behandlung freier Ränder und von Gebieten unterschiedlicher und verschwindender Dichte ist mit der SPH-Methode unproblematisch. Es ist möglich, besonders interessante Gebiete der Strömung höher aufzulösen.

CVs sind enge Doppelsterne, die aus einem leichten Hauptreihenstern und einem Weißen Zwerg bestehen. Ein Gasstrom vom Begleitstern speist eine dünne Akkretionsscheibe um den Weißen Zwerg. Die Akkretion wird durch die viskose Entwicklung der Scheibe bestimmt.

Die vorliegende Arbeit beginnt, nach einer Einleitung, mit einem kurzen Überblick über die Hydrodynamik. Dann werden die Grundlagen der SPH-Methode sowie die SPH-Form der hydrodynamischen Gleichungen dargestellt.

Nach diesen eher technischen Aspekten wende ich mich der Astrophysik zu. Zuerst wird die Theorie der dünnen Akkretionsscheiben vorgestellt. Ein weiteres Kapitel ist einem Überblick über die verschiedenen Klassen und Gruppen von Kataklysmischen Variablen und verwandten Systemen gewidmet.

Ein Aspekt der Vorgänge in den Akkretionsscheiben von Kataklysmischen Variablen ist die Wechselwirkung zwischen dem Akkretionsstrom und dem Rand der Akkretionsscheibe. In dem Aufprallgebiet wird viel Strahlung frei, es heißt daher Bright Spot. Ich untersuche, ob der Akkretionsstrom am Scheibenrand gestoppt wird oder ob ein Teil über und unter der Scheibe zu kleineren Radien strömen kann. Es stellt sich heraus, daß der größte Teil des Akkretionsstroms tatsächlich direkt nach innen fließt. Dies gilt für verschiedene Massenverhältnisse der Sterne, für alle untersuchten Bahnperioden, für verschiedene Massentransferraten sowie für verschiedene thermische Zustände der Scheibe. Bisher wurde davon ausgegangen, daß nur vertikal außenliegende Teile des Akkretionsstroms, die die Scheibenhöhe überragen, überströmen können, und der Rest am Rand der Scheibe verbleibt. Hier stellt sich jedoch heraus, daß auch innenliegende Teile des Stroms in der Bright Spot-Region vertikal abgelenkt werden. Das sollte beispielsweise für das Ausbruchsverhalten von Zwergnovae eine Rolle spielen.

AM CVn-Sterne sind nahe Verwandte der Kataklysmischen Variablen. In zwei dieser Systeme wurden Superhumps entdeckt. Durch Simulationen der Akkretionsscheiben in diesen Systemen bestätige ich die Interpretation dieser Systeme als Helium-transferierende Doppel-Weiße Zwerg-Sterne.

Wenn der Weiße Zwerg ein nicht zu starkes Magnetfeld besitzt, so kann die Ausbildung einer Akkretionsscheibe nahe dem Weißen Zwerg verhindert werden. Unter der Annahme, daß die Wechselwirkung zwischen dem Gas und dem Magnetfeld diamagnetisch ist, entwickle ich ein Verfahren, diese Wechselwirkung mit SPH zu simulieren. Die Ergebnisse sind geeignet, die extrem langen Ruhephasen der seltsamen Zwergnova WZ Sge zu erklären.

# Abstract

## Numerical Simulations of Accretion Disks in Cataclysmic Variables with Smoothed Particle Hydrodynamics

This work is concerned with the study of accretion disks in cataclysmic variables (CVs) with the numerical method smoothed particle hydrodynamics (SPH). SPH is a grid-free Lagrangian particle method. Its origin and main field of application is the simulation of astrophysical flows. The advantages of the method are appreciated especially in the simulations of accretion disks. The treatment of free boundaries and of regions with different or vanishing densities is not problematic. It is possible to treat interesting regions with a higher resolution.

Cataclysmic variables are close binary systems. One component, a light main sequence star of late spectral type, fills its Roche-lobe and transfers mass to the other component, a white dwarf. The mass transfer takes place via a thin gas stream through the inner Lagrangian point. Due to its specific angular momentum the overflowing gas cannot be accreted directly by the white dwarf. Instead, an accretion disk forms around the white dwarf. The subsequent accretion is governed by viscous processes in the disk.

This work starts – after an introduction – with a short overview of the theory of hydrodynamics. Then the basics of SPH are detailed, as well as the SPH formulation of the hydrodynamic equations.

After these more technical aspects I concentrate on astrophysics. First the theory of thin disks is presented. Another chapter is dedicated to an overview of the various classes and groups of CVs and related objects.

One aspect of the physics of accretion disks in CVs is the interaction of the in-falling gas stream and the rim of the accretion disk. A lot of energy is released in the interaction region, therefore it is called “bright spot”. I study whether the stream is stopped at the outer disk, or when, and under what conditions, parts of the stream can flow over and under the disk to smaller radii. I find that indeed a substantial part of the stream can flow directly to inner parts of the disk. This holds for different masses of the stars, for a wide range of orbital periods and mass transfer rates as well as for different thermal states of the disk. Until now, it was believed that only outer parts of the stream, at greater heights than the disk height, are able to flow over the disk and that the rest of the stream is effectively stopped at the disk rim. However, I find that also inner parts of the stream are deflected vertically in the stream-disk interaction. This should be of importance, e. g. for the outburst behaviour of dwarf novae.

AM CVn stars are similar to CVs. In two of these systems superhumps have been discovered. My simulations of the helium accretion disks in these systems confirm the nature of these systems as helium-transferring double white dwarfs.

When the white dwarf has a magnetic field of moderate strength, the formation of the accretion disk close to the white dwarf can be prohibited. Assuming that the interaction of the gas with the magnetic field is diamagnetic, I develop a method to treat this interaction with SPH. The results are able to explain the extremely long duration of the quiescent phases in the peculiar dwarf nova WZ Sge.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Hydrodynamik</b>	<b>7</b>
2.1	Eulersche und Lagrangesche Darstellung . . . . .	7
2.2	Die Grundgleichungen der Hydrodynamik . . . . .	8
2.2.1	Die Kontinuitätsgleichung . . . . .	8
2.2.2	Die Bewegungsgleichung . . . . .	9
2.2.3	Die Energiegleichung . . . . .	11
2.2.4	Die Zustandsgleichung . . . . .	14
2.2.5	Der Abschluß des Gleichungssystems . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Smoothed Particle Hydrodynamics</b>	<b>17</b>
3.1	SPH als Teilchenmethode . . . . .	18
3.2	Die Grundlagen der Methode . . . . .	18
3.2.1	Die erste Näherung: Glättung . . . . .	19
3.2.2	Ortsableitungen . . . . .	21
3.2.3	Die zweite Näherung: Diskretisierung . . . . .	22
3.3	Die SPH-Form der hydrodynamischen Gleichungen . . . . .	23
3.3.1	Die Kontinuitätsgleichung . . . . .	23
3.3.2	Die Bewegungsgleichung in SPH-Formulierung . . . . .	23
3.3.3	Die Behandlung der Energiegleichung . . . . .	25
3.4	Künstliche Viskosität . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Akkretionsscheiben</b>	<b>29</b>
4.1	Wechselwirkende Doppelsterne . . . . .	32
4.1.1	Das Roche-Modell . . . . .	32
4.1.2	Überstrom durch den inneren Lagrange-Punkt . . . . .	33

4.1.3	Die Bildung einer Akkretionsscheibe . . . . .	34
4.2	Dünne Akkretionsscheiben . . . . .	36
4.2.1	Radiale Struktur . . . . .	36
4.2.2	Stationäre Scheiben . . . . .	39
4.2.3	Wann ist die Annahme einer dünnen Scheibe gerechtfertigt? . . . . .	41
4.2.4	Die Vertikalstruktur . . . . .	42
4.3	Die $\alpha$ -Scheibe . . . . .	43
4.4	Das Scheibeninstabilitätsmodell für Zwergnovae . . . . .	45
<b>5</b>	<b>Symbiotische Doppelsterne</b>	<b>49</b>
5.1	Zwergnovae . . . . .	50
5.1.1	U Gem-Sterne . . . . .	50
5.1.2	Z Cam-Sterne . . . . .	52
5.1.3	SU UMa-Sterne . . . . .	53
5.1.4	WZ Sge-Sterne (TOADs) . . . . .	56
5.2	Novae, Wiederkehrende Novae und Nova-Ähnliche . . . . .	57
5.3	Nicht-magnetische CVs im $P_{\text{orb}}-\dot{M}$ -Diagramm . . . . .	58
5.4	Magnetische Systeme . . . . .	60
5.5	AM CVn-Sterne . . . . .	61
5.6	Systeme mit einem Neutronenstern . . . . .	63
<b>6</b>	<b>Simulationen der Strom-Scheibe-Wechselwirkung</b>	<b>65</b>
6.1	Der Überstrom über den inneren Lagrange-Punkt . . . . .	69
6.2	Der Aufbau der Akkretionsscheibe . . . . .	70
6.3	Die simulierten Systeme . . . . .	71
6.4	Numerische Tests mit Teilchen unterschiedlicher Masse . . . . .	73
6.5	Künstliche und physikalische Viskosität . . . . .	74
6.6	Eine Bemerkung zu 2D-Simulationen . . . . .	77
6.7	Der Einfluß der Massentransferrate . . . . .	79
6.8	Verschiedene thermische Zustände der Scheibe . . . . .	83
6.9	Der Einfluß der Scheibengröße . . . . .	88
6.10	Das Verhältnis von Strom- und Scheibendicke . . . . .	97
6.11	Eine Phase erhöhten Massentransfers . . . . .	100
6.12	Die Verteilung des überströmenden Materials . . . . .	102
6.13	Die Struktur des Scheibenrands . . . . .	106
6.14	Absorptionsdips . . . . .	109
6.15	Scheibenüberstrom und Zwergnovaausbrüche . . . . .	109
6.16	Merkmale des Scheibenüberstroms bei der Beobachtung . . . . .	110



6.17	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	111
<b>7</b>	<b>Superhumps in AM CVn und CR Boo</b>	<b>115</b>
7.1	AM Canum Venaticorum . . . . .	115
7.2	CR Bootes . . . . .	116
7.3	Die Massen und die Massentransferraten . . . . .	118
7.4	Simulationen von AM CVn . . . . .	120
7.5	Simulationen von CR Boo . . . . .	126
7.6	Diskussion . . . . .	128
<b>8</b>	<b>Diamagnetische Effekte in WZ Sge</b>	<b>131</b>
8.1	WZ Sagittae: Eine ungewöhnliche Zwergnova . . . . .	131
8.2	Wie kommt die lange Ruhephase zustande? . . . . .	132
8.3	WZ Sge als magnetischer Rotator . . . . .	134
8.4	Diamagnetische Zugkraft . . . . .	134
8.5	Die SPH-Formulierung der diamagnetischen Zugkraft . . . . .	136
8.6	Simulationen . . . . .	138
8.7	Diskussion . . . . .	146
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>147</b>
9.1	Zusammenfassung . . . . .	147
9.2	Ausblick . . . . .	149
<b>A</b>	<b>Numerische Parameter der Simulationen</b>	<b>151</b>
A.1	Simulationen der Strom-Scheibe-Wechselwirkung . . . . .	151
A.2	Simulationen der Superhumps in AM CVn und CR Boo . . . . .	156
A.3	Simulationen der diamagnetischen Effekte in WZ Sge . . . . .	157
<b>B</b>	<b>Symbole und Konstanten</b>	<b>159</b>
B.1	Verzeichnis der Symbole . . . . .	159
B.2	Verzeichnis der Konstanten . . . . .	163
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>164</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>165</b>



# Kapitel 1

## Einleitung

### Akkretionsphänomene in der Astrophysik

Akkretionsphänomene spielen eine wichtige Rolle in der Astrophysik. Hierbei bezeichnet Akkretion die Akkumulation von Gas oder Staub auf ein zentrales Objekt aufgrund dessen Gravitationskraft. Akkretionsvorgänge verlaufen langsam im Vergleich zur Freifallzeit des zu akkretierenden Gases. Als Akkretoren, d. h. als akkretierende Zentralobjekte, kommen ganz verschiedene Himmelskörper in Frage. Protosterne akkretieren Gas und Staub aus einer protostellaren Scheibe, die die Kerne der Sternbildung umgeben. In einem späteren Entwicklungsstadium können sich in einer protoplanetaren Scheibe um die jungen Sterne Planeten bilden. Zunächst wachsen die Keime der Planetenbildung, die Planetesimalen, indem bei Kollisionen Staubteilchen haften bleiben. Ab einer bestimmten Größe jedoch beginnt die Gravitation eine Rolle zu spielen und die weitere Entwicklung hin zu Planeten verläuft über Akkretion. Viele Sterne, etwa die Hälfte, bilden sich als Doppel- oder Mehrfachsysteme. In Doppelsternen ist ein typischer Entwicklungszeitpunkt, daß sich die Sterne im Laufe der Zeit so nahe kommen, daß ein Materieaustausch zwischen ihnen stattfinden kann. Wenn die eine Komponente eines Doppelsternsystems schon entartet ist – also ein Weißer Zwerg oder ein Neutronenstern – so wird der Materietransfer über die Bildung einer Akkretionsscheibe um die kompakte Komponente verlaufen, sofern nicht ein sehr starkes Magnetfeld die Akkretion auf die Magnetpole konzentriert. Auch Schwarze Löcher, seien es stellare in Doppelsternsystemen oder supermassive in Galaxienzentren, akkretieren Gas oder Staub aus

ihrer Umgebung.

Abgesehen von der Tatsache, daß ohne Akkretion Stern- und Planetenbildung nicht möglich ist, stellt die Akkretion von Materie auf ein kompaktes Objekt auch eine der effizientesten Energiequellen zur Umwandlung von Ruhemasse in Strahlung dar. Bis zur Hälfte der Ruhemasse des akkretierten Gases kann auf diese Weise freigesetzt werden. So sind denn auch viele der höchstenergetischen Phänomene im Universum, wie z. B. Quasare und Kerne aktiver Galaxien, mit Akkretionsvorgängen verbunden. Doch auch im kleineren Maßstab, also bei den Akkretionsscheiben in Doppelsternen, wird bei der Akkretion so viel Energie abgestrahlt, daß die Akkretionsscheiben die Sterne meist überstrahlen.

## Kataklysmische Variable

Kataklysmische Variable („Ausbruchsveränderliche“, engl. *cataclysmic variables*, CVs) sind enge Doppelsternsysteme, deren massereichere Komponente von einem Weißen Zwerg gebildet wird. Die zweite Komponente ist ein leichter Hauptreihenstern späten Spektraltyps. Aufgrund der engen Umlaufbahn ist der Sekundärstern zu gebundener Rotation gezwungen. Im Laufe der Zeit verliert das System Bahndrehimpuls durch Gravitationswellenabstrahlung und andere Prozesse, etwa Sternwinde oder magnetisches Bremsen. Daher wird die Bahn im Laufe der Zeit enger, so daß der Sekundärstern „zu groß“ ist und Gas zum Weißen Zwerg überströmt. Besitzt der Weiße Zwerg ein starkes Magnetfeld, so wird der überfließende Gasstrom an die Magnetfeldlinien koppeln, und die Akkretion verläuft entlang der Feldlinien zu den magnetischen Polen des Weißen Zwerges. Wegen der bei diesen Prozessen auftretenden Polarisation der entstehenden Strahlung heißen solche Systeme auch Polare.

Ist das Magnetfeld des Weißen Zwerges nur sehr schwach ausgeprägt oder nicht vorhanden, so fällt das vom Sekundärstern überströmende Gas auf ballistischen Bahnen zum Weißen Zwerg hin. Wegen den auftretenden Corioliskräften wird es abgelenkt und strömt um den Primärstern herum. In der Bahnebene bildet sich eine Scheibe aus Gas um den Weißen Zwerg, die Akkretionsscheibe. Die weitere Entwicklung des Systems wird von viskosen Prozessen in der Scheibe bestimmt. Besonders interessant – zumindest für uns – sind hier die Zwergnovae. Bei dieser Gruppe nicht-magnetischer Kataklysmischer Variabler tritt eine thermische Instabilität in der Scheibe auf, wobei der atomare Wasserstoff bei einer bestimmten Dichte ionisiert wird. Dies führt dazu, daß das System in unregelmäßigen Abständen von Wochen

bis Jahren für einige Zeit um 3 bis 5 Größenklassen heller wird.

Die kurzen Zeitskalen sowie die gute Beobachtbarkeit machen die Kataklysmischen Variablen zu ausgezeichneten Laboratorien, um unser Verständnis von Akkretionsscheiben zu überprüfen und zu erweitern. Dabei tritt neben der Beobachtung die numerische Simulation als gleichberechtigtes Werkzeug hervor. In den Kataklysmischen Variablen sind die Akkretionsscheiben meist geometrisch dünn, so daß bei der theoretischen Betrachtung viele vereinfachende Annahmen getroffen werden können. Bei Neutronensternen als Akkretoren wird in der Grenzschicht zwischen dem Innenrand der Scheibe und der Sternoberfläche sehr viel hochenergetische Strahlung frei, die teilweise in der Akkretionsscheibe reprozessiert wird und die Struktur der Scheibe stark beeinflusst. Solche Effekte spielen für die Akkretionsscheiben um Weiße Zwerge meist keine Rolle, so daß die Standardtheorie hier gut anwendbar ist und theoretische Ergebnisse leichter mit Beobachtungen verglichen werden können.

## Numerische Simulationen von Akkretionsscheiben

Wenn man versucht, numerische Simulationen von Akkretionsscheiben zu kategorisieren, so könnte man zwei Unterscheidungen treffen. Einmal kann man eindimensionale Codes, die von axialsymmetrischen Scheiben ausgehen, von zwei- und dreidimensionalen Codes unterscheiden, die dann auch den Einfluß des Sekundärsterns auf die Akkretionsscheibe berücksichtigen. Andererseits kann man Codes, die Strahlungsprozesse auf eine mehr oder weniger aufwendige Weise berücksichtigen, solchen gegenüberstellen, die dieses Problem umgehen, im allgemeinen durch die Wahl einer polytropen Zustandsgleichung  $p \propto \rho^\gamma$ . Es stellt sich heraus, daß Verfahren, die eine komplizierte und aufwendige Behandlung der Strahlungsprozesse beinhalten, meist nur eindimensional sind, wohingegen dreidimensionale Verfahren Strahlungsprozesse im allgemeinen nur sehr rudimentär berücksichtigen.

Zu Simulationen mit aufwendiger Strahlungsphysik werden typischerweise eindimensionale Finite Differenzen Verfahren verwendet, die die axialsymmetrischen Gleichungen für dünne Scheiben lösen, z. B. um Ausbruchszyklen von Zwergnovae zu berechnen (Meyer & Meyer-Hofmeister 1984, um nur ein Beispiel zu nennen). Läßt man die Forderung nach Axialsymmetrie fallen und legt mehr Wert auf die Dynamik in der Scheibe, insbesondere auf den Einfluß des Gravitationspotentials des Sekundärsterns, so verwendet man vor allem Teilchenverfahren, aber auch mehrdimensionale Finite Differenzen Verfahren. Dafür wird darauf verzichtet, komplizierte Strahlungsphysik zu

behandeln. Das macht es natürlich schwierig, Ergebnisse direkt mit Beobachtungen zu vergleichen.

Die Simulationen in dieser Arbeit gehören zur Kategorie der Teilchenverfahren, sie sind mit einem dreidimensionalen Smoothed Particle Hydrodynamics Code durchgeführt worden. Leider gibt es für dieses Verfahren, kurz SPH genannt, keinen adäquaten deutschen Ausdruck. SPH eignet sich gut zur Simulation kompressibler und viskoser Strömungen. Es wurde von Lucy (1977) und Gingold & Monaghan (1977) entwickelt und findet seitdem weite Verbreitung in der Astrophysik. SPH-Simulationen von Akkretionsscheiben in Binärsystemen wurden von verschiedenen Autoren durchgeführt, Armitage & Livio (1996) beispielsweise behandelten die Strom-Scheibe-Wechselwirkung. Kunze, Speith & Riffert (1997) und Murray (1998) simulierten Superhumps in SU UMa-Systemen. Auch für die Simulation von Sternentwicklungen und für kosmologische Simulationen wird SPH eingesetzt. Die Methode eignet sich auch in Bereichen mit relativistischen Effekten, etwa in der Umgebung Schwarzer Löcher. Am Institut für Astronomie und Astrophysik der Universität Tübingen wurden bereits mehrere Diplom- und Doktorarbeiten über SPH-Simulationen angefertigt, z. B. zu zirkumstellaren Scheiben bei Be Sternen nach dem Ausbruch (Kroll 1995), zu Superhumps in SU UMa-Sternen (Kunze 1996), zur Modellierung des Hot Spots (Siegler 1997), zum Strahlungstransport in SPH (Schnetter 1998) sowie Untersuchungen zur SPH-Methode als solche (Speith 1998). Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Untersuchung verschiedener Prozesse in Akkretionsscheiben von Kataklysmischen Variablen mittels SPH.

## Der weitere Aufbau der Dissertation

Im nächsten Kapitel werden die hydrodynamischen Grundgleichungen, die die Basis für die Simulationen bilden, abgeleitet. Das numerische Verfahren Smoothed Particle Hydrodynamics, mit dessen Hilfe das hydrodynamische Gleichungssystem in eine für den Computer verdauliche Form gebracht wird, stelle ich in Kapitel 3 vor. In Kapitel 4 wird die Theorie der dünnen Akkretionsscheiben um kompakte Sterne behandelt, mit besonderer Berücksichtigung des Massentransfers in Doppelsternen. Ausgehend von der mittlerweile klassischen  $\alpha$ -Beschreibung der Viskosität wird hier auch das Scheibeninstabilitätsmodell der Zwergnovaausbrüche vorgestellt. In Kapitel 5 werde ich versuchen, den Zoo an verschiedenen Gruppen und Untergruppen von Symbiotischen Doppelsternen, insbesondere den Kataklysmischen Variablen, etwas zu beleuchten. Das Kapitel 6 bildet den zentralen Teil dieser Disserta-

tion. Hier werden ausführlich die Verhältnisse in der Region untersucht, in der der einfallende Gasstrom vom Sekundärstern auf den Rand der Akkretionsscheibe trifft. Dabei ist von besonderem Interesse, daß ein wesentlicher Anteil des Stroms vertikal abgelenkt wird und direkt zu inneren Bereichen der Akkretionsscheibe fließt. In den Kapiteln 7 und 8 werden verschiedene Simulationen von zwei weiteren Phänomenen bei Akkretionsscheiben in Kataklysmischen Variablen vorgestellt. Das umfaßt Simulationen der Superhumps in den ultrakurzperiodischen doppelt-entarteten Binärsystemen AM CVn und CR Boo sowie die Simulation der Effekte, die das Magnetfeld des schnell rotierenden Weißen Zwergs in der Zwergnova WZ Sge auf den einfallenden Gasstrom hat. Die Ergebnisse der Simulationen werden in den jeweiligen Kapiteln diskutiert, so daß im abschließenden Kapitel nur eine kurze Zusammenfassung sowie ein Ausblick enthalten sind. Der Vollständigkeit halber sind die numerischen Parameter der Simulationen im Anhang aufgeführt. Falls jemand Lust verspürt, meine Simulationen nachzurechnen oder mit eigenen zu vergleichen, findet sie oder er dort die nötigen Angaben.





# Kapitel 2

# Hydrodynamik

Die Materie, die von einem kompakten Objekt akkretiert wird, ist gasförmig. Die Strömung von Fluiden, also Gasen und Flüssigkeiten, wird durch die Hydrodynamik beschrieben. Diese Theorie bildet auch die physikalische Grundlage für das numerische Verfahren Smoothed Particle Hydrodynamics. Eine ausführliche Darstellung der Hydrodynamik findet sich in Landau & Lifschitz (1991). Eine kompakte Darstellung unter besonderer Berücksichtigung der Hydrodynamik in Akkretionsscheiben ist in Frank, King & Raine (1992, Kapitel 2) enthalten. Im folgenden werde ich eine Herleitung der Grundgleichungen der Hydrodynamik darstellen.

## 2.1 Eulersche und Lagrangesche Darstellung

Die Bewegung eines Fluids wird vollständig bestimmt durch die Kenntnis der Werte der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  und zweier thermodynamischer Größen, z. B. Dichte  $\rho$  und Temperatur  $T$  an jedem Punkt. Die Hydrodynamik beschreibt die Änderungen dieser Felder als Funktionen von Ort und Zeit unter Berücksichtigung der Erhaltungssätze für Masse, Energie und Impuls. Diese drei Erhaltungsgleichungen bestimmen zusammen mit einer Zustandsgleichung sowie Rand- und Anfangsbedingungen jede hydrodynamische Strömung.

Grundsätzlich gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten, die Strömung eines Fluids zu betrachten. Man kann ein bestimmtes ortsfestes Kontrollvolumen herausgreifen und die Änderung der Feldgrößen bei der Strömung durch dieses Kontrollvolumen bestimmen. Diese *Eulersche* Beschreibung ist die einfachere für die Herleitung der Bilanzgleichungen. Die andere Möglichkeit

besteht darin, ein bestimmtes, mit der Strömung mitbewegtes Fluidelement zu betrachten, das eine bestimmte Masse trägt. Es soll so klein sein, daß die Feldgrößen innerhalb des Fluidelements als konstant angenommen werden können. Bei dieser *Lagrangeschen* Beschreibung werden die Änderungen der Feldgrößen entlang der Bahn des Fluidelements bestimmt. Dabei wird die *substantielle Ableitung*  $\frac{d}{dt}$  verwendet, die auch den Zusammenhang zwischen Eulerscher und Lagrangescher Beschreibung darstellt. Die substantielle Ableitung einer Feldgröße  $f$  ist

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)f. \quad (2.1)$$

Die Lagrangesche Beschreibung ist die für SPH besser geeignete, da sich auch die SPH-Teilchen mit der Strömung mitbewegen, SPH wird daher auch als ein Lagrangesches Verfahren bezeichnet.

Im folgenden werden die Erhaltungsgleichungen in Eulerscher Form hergeleitet. Hierbei ist es manchmal günstig, auf Komponentenschreibweise überzugehen. Griechische Indizes bezeichnen die Raumkoordinaten und gehen von 1 bis 3, über doppelt auftretende Indizes wird summiert. Ortsableitungen  $\partial f/\partial x_\alpha$  werden abgekürzt mit  $f_{,\alpha}$ .

## 2.2 Die Grundgleichungen der Hydrodynamik

### 2.2.1 Die Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung beschreibt die Massenerhaltung in einem Fluid. Die zeitliche Änderung der Masse in einem Kontrollvolumen  $V$  wird bestimmt durch den Massenfluß durch die Oberfläche  $A$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \varrho dV' = - \oint_A \varrho(\mathbf{v}\mathbf{n}) dA' = - \int_V \nabla(\varrho\mathbf{v}) dV'. \quad (2.2)$$

Im letzten Schritt wurde der Gauß'sche Satz benutzt,  $\mathbf{n}$  ist der Normalenvektor zur Oberfläche. Diese Gleichung soll für beliebige Kontrollvolumina gelten, daraus folgt die differentielle Darstellung der Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla(\varrho\mathbf{v}) = 0, \quad (2.3)$$

oder in Komponentenschreibweise

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + (\varrho v_\alpha)_{,\alpha} = 0. \quad (2.4)$$

Die Lagrangesche Formulierung der Kontinuitätsgleichung lautet

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho v_{\alpha,\alpha} = 0. \quad (2.5)$$

### 2.2.2 Die Bewegungsgleichung

Die Bewegungsgleichung ergibt sich aus dem Erhaltungssatz für den Impuls. Die Änderung des Impulses in einem Kontrollvolumen erfolgt durch den Impulsfluß durch die Oberfläche sowie durch die von außen angreifenden Volumen- und Oberflächenkräfte. Die Gravitation ist eine typische Volumenkraft. Bei den Oberflächenkräften muß man unterscheiden zwischen Druckkräften, die senkrecht zur Oberfläche wirken, und Reibungskräften. Die Oberflächenkräfte entstehen durch die thermische Bewegung der Gasteilchen. Die Reibungskräfte resultieren daraus, daß die Teilchen bestrebt sind, Impulsgradienten auszugleichen. Die Reibungskräfte werden durch einen Tensor beschrieben.

#### Die Euler-Gleichung

Falls keine Reibungskräfte auftreten, wirken als Oberflächenkräfte nur die Druckkräfte. Kann man auch von Effekten der Wärmeleitung in dem Fluid absehen, so spricht man von einem *idealen Fluid*. Die Impulsbilanz läßt sich dann folgendermaßen aufstellen:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{v} \rho \, dV' = - \oint_A \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \, dA' - \oint_A p \mathbf{n} \, dA'. \quad (2.6)$$

Der Druck ist mit  $p$  bezeichnet. Nach Umformung der Oberflächenintegrale und unter Berücksichtigung der Beliebigkeit des Kontrollvolumens ergibt sich die Euler-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) + \mathbf{v} \nabla (\rho \mathbf{v}) + \rho (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p. \quad (2.7)$$

Das läßt sich vereinfachen, indem man Gleichung 2.3 einsetzt und durch  $\rho$  teilt. Berücksichtigt man ferner Volumenkräfte in der Form einer Kraftdichte  $\rho \mathbf{f}$  ( $\mathbf{f}$  hat dann die Dimension einer Beschleunigung) so erhält man

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{f}. \quad (2.8)$$

In Komponentenschreibweise lautet die Gleichung

$$\frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + v_\beta v_{\alpha,\beta} = -\frac{1}{\varrho} p_{,\alpha} + f_\alpha. \quad (2.9)$$

Mit Gleichung 2.1 ergibt sich für die Lagrangesche Form

$$\frac{dv_\alpha}{dt} = -\frac{1}{\varrho} p_{,\alpha} + f_\alpha. \quad (2.10)$$

## Viskosität

Astrophysikalische Gase verhalten sich meist nicht wie ein ideales Fluid, speziell in den uns interessierenden Akkretionsscheiben treten durch die differentielle Rotation auf benachbarten Keplerbahnen Scherspannungen auf, da die Gasteilchen aufgrund ihrer thermischen Bewegungen bestrebt sind, Impulsgradienten auszugleichen. Dieses Verhalten führt zu einer Viskosität oder Zähigkeit des Fluids.

Um diese Viskosität zu berücksichtigen, betrachten wir die zeitliche Ableitung des Impulses. Hierbei verwenden wir die Komponentenschreibweise

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varrho v_\alpha) = \varrho \frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial \varrho}{\partial t} v_\alpha. \quad (2.11)$$

In den ersten Term auf der rechten Seite dieser Gleichung setzen wir die Euler-Gleichung 2.9 ein, in den zweiten die Kontinuitätsgleichung 2.4, und erhalten

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varrho v_\alpha) = -\varrho v_\beta v_{\alpha,\beta} - p_{,\alpha} - v_\alpha (\varrho v_\beta)_{,\beta} = -p_{,\alpha} - (\varrho v_\alpha v_\beta)_{,\beta}. \quad (2.12)$$

Mit  $p_{,\alpha} = \delta_{\alpha\beta} p_{,\beta}$  sowie der Definition des Impulsstromtensors

$$\Pi_{\alpha\beta} = p\delta_{\alpha\beta} + \varrho v_\alpha v_\beta \quad (2.13)$$

ergibt sich schließlich

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varrho v_\alpha) = -\Pi_{\alpha\beta,\beta}. \quad (2.14)$$

Das Tensorelement  $\Pi_{\alpha\beta}$  ist die  $\alpha$ -Komponente des Impulses, der pro Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit senkrecht zu  $x_\beta$  fließt. Dieser Impulsstrom stellt nur die reversible Impulsübertragung dar. Der irreversible viskose Impulsstromtransport läßt sich durch einen zusätzlichen Term  $T_{\alpha\beta}$  einführen (Landau & Lifschitz 1991, Kapitel II). Wir erhalten somit den zähen Impulsstromtensor

$$\Pi_{\alpha\beta}^{\text{zäh}} = p\delta_{\alpha\beta} + \varrho v_\alpha v_\beta - T_{\alpha\beta}. \quad (2.15)$$

Die Form des *zähen Spannungstensors*  $T_{\alpha\beta}$  läßt sich aus folgenden Überlegungen ableiten. Viskose Prozesse in einem Fluid treten dann auf, wenn es Relativbewegungen zwischen benachbarten Flüssigkeitsteilen gibt. Es findet ein Impulstransport von Orten höherer Geschwindigkeit zu Orten niedriger Geschwindigkeit statt. Der zähe Spannungstensor  $T_{\alpha\beta}$  muß daher von den Ortsableitungen der Geschwindigkeit abhängen. Wir gehen davon aus, daß nur Terme erster Ordnung in  $v_{\alpha,\beta}$  bedeutsam sind (man spricht dann auch von einem *Newtonschen Fluid*). Der zähe Spannungstensor soll sowohl für konstante Geschwindigkeit als auch für starr rotierende Fluide verschwinden. Man kann zeigen, daß sich der allgemeinste Tensor, der diesen Anforderungen genügt, in der Form

$$T_{\alpha\beta} = \eta(v_{\alpha,\beta} + v_{\beta,\alpha} - \frac{2}{3}\delta_{\alpha\beta}v_{\gamma,\gamma}) + \zeta\delta_{\alpha\beta}v_{\gamma,\gamma} \quad (2.16)$$

schreiben läßt. Der Term in Klammern heißt *Scherung*  $\sigma_{\alpha\beta}$ . Der Koeffizient der Scherviskosität  $\eta$  und der Koeffizient der Volumenviskosität  $\zeta$  sind skalare, positive Größen. Sie sind unabhängig von der Geschwindigkeit.

### Die Navier-Stokes-Gleichung

Berücksichtigt man die viskosen Kräfte in der Impulsbilanz, indem man auf der rechten Seite von Gleichung 2.14 den zähen Impulsstromtensor einsetzt, so erhält man die Bewegungsgleichung für ein zähes Fluid, die Navier-Stokes-Gleichung. In Eulerscher Form und in Komponentendarstellung lautet sie

$$\varrho \left( \frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + v_\beta v_{\alpha,\beta} \right) = -p_{,\alpha} + T_{\alpha\beta,\beta} + \varrho f_\alpha, \quad (2.17)$$

oder, nach Division durch  $\varrho$ , in Lagrangescher Form

$$\frac{dv_\alpha}{dt} = -\frac{1}{\varrho}p_{,\alpha} + \frac{1}{\varrho}T_{\alpha\beta,\beta} + f_\alpha. \quad (2.18)$$

### 2.2.3 Die Energiegleichung

Die dritte Erhaltungsgröße, die eine Differentialgleichung zum hydrodynamischen Gleichungssystem beisteuert, ist die Energie. Da die Fluidelemente im Gegensatz zu Masse und Impuls Energie auf wesentlich mehr und kompliziertere Arten austauschen können und auch die möglichen Wechselwirkungen mit äußeren Feldern vielfältiger Natur sind, stellt die Behandlung der Energiegleichung in numerischen Simulationen immer eine besondere

Schwierigkeit dar. Es bleibt nichts anderes übrig, als starke Vereinfachungen vorzunehmen, um die Energiegleichung überhaupt handhabbar zu machen.

Ein Fluidelement besitzt kinetische und innere Energie. Wir bezeichnen die spezifische innere Energie mit  $\varepsilon$ . Die Gesamtenergie eines Fluidelements ändert sich durch konvektiven Fluß durch die Oberfläche, durch die von den äußeren und den Oberflächenkräften geleistete Arbeit, durch den Wärmefluß durch die Oberfläche und durch Absorption und Emission von Strahlung. Da die Gesamtenergie erhalten ist, ergibt sich folgende Energiebilanzgleichung:

$$\frac{d}{dt} \left( \varrho \left( \frac{1}{2} v^2 + \varepsilon \right) \right) = \varrho (\mathbf{f} \mathbf{v}) - \nabla (p \mathbf{v}) + \nabla (\mathbf{T} \mathbf{v}) - \nabla \mathbf{q} - \nabla \mathbf{F}_{\text{rad}}. \quad (2.19)$$

Links steht die totale zeitliche Ableitung von kinetischer und innerer Energie. Der erste Term rechts stellt die von den äußeren Kräften, der zweite die von den Druckkräften geleistete Arbeit dar. Der dritte Term enthält die viskose Dissipation  $\mathbf{T} \nabla \mathbf{v}$  sowie den reversiblen Anteil  $\mathbf{v} \nabla T$ , der vierte Term stellt den Wärmefluß mit dem Wärmeflußvektor  $\mathbf{q}$  dar. Im letzten Term, der die Rate angibt, mit der Strahlung absorbiert und emittiert wird, stellt  $\mathbf{F}_{\text{rad}}$  den Strahlungsflußvektor dar.

Der Wärmefluß mißt die Rate, mit der Temperaturgradienten im Fluid durch die ungeordnete Bewegung der Fluidteilchen ausgeglichen werden. In erster Näherung gilt meist das Fouriersche Gesetz

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T \quad (2.20)$$

mit dem Wärmeleitkoeffizienten  $\kappa$ . Oft ist der Temperaturgradient genügend klein, so daß dieser Term in der Energiegleichung nicht berücksichtigt werden muß. Für ein vollständig ionisiertes Gas ist  $\kappa \approx 10^{-9} T^{5/2} \text{J s}^{-1} \text{m}^{-2}$ , unabhängig von  $\varrho$ .

### Energiegleichung für ein ideales Fluid

Die einfachste Möglichkeit, die Komplexität der Energiegleichung zu reduzieren, ist die Annahme eines idealen Fluids. Da dann keine Wärmeleitung und keine Reibung auftreten, verschwinden sowohl der Wärmeflußvektor  $\mathbf{q}$  als auch der zähe Spannungstensor  $\mathbf{T}$ .

Die äußeren Kräfte ändern die innere Energie eines Fluidelements nicht, von den Druckkräften geleistete Kompressionsarbeit hingegen wird in innere Energie des Fluids umgewandelt. Aus der Eulergleichung 2.9 folgt für die Änderung der kinetischen Energie

$$\varrho \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} v^2 \right) = \varrho \mathbf{v} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\mathbf{v} \nabla p + \varrho (\mathbf{v} \mathbf{f}). \quad (2.21)$$

Setzt man das in die Bilanzgleichung 2.19 ein, so ergibt sich für die Änderung der spezifischen inneren Energie

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{p}{\varrho} \nabla \mathbf{v}. \quad (2.22)$$

Aus der thermodynamischen Relation

$$d\varepsilon = T ds - p d\left(\frac{1}{\varrho}\right) = T ds + \frac{p}{\varrho^2} d\varrho \quad (2.23)$$

ergibt sich mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung folgender Ausdruck für die Änderung der spezifischen Entropie  $s$  des Fluids:

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{p}{\varrho} \nabla \mathbf{v}. \quad (2.24)$$

Bei einem idealen Fluid verschwindet die rechte Seite dieser Gleichung wegen 2.22. Die spezifische Entropie ist also konstant.

### Energiegleichung für ein viskoses Fluid

Bei einem viskosen Fluid muß man alle Terme in der Bilanzgleichung 2.19 berücksichtigen. Setzt man analog zu oben die Navier-Stokes-Gleichung ein, um die kinetische Energie aus 2.19 zu eliminieren, erhält man die Gleichung für die Änderung der spezifischen inneren Energie,

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{p}{\varrho} \nabla \mathbf{v} + \frac{1}{\varrho} T_{\alpha\beta} v_{\alpha,\beta} - \frac{1}{\varrho} \nabla \mathbf{q} - \frac{1}{\varrho} \nabla \mathbf{F}_{\text{rad}}. \quad (2.25)$$

Für die Änderung der spezifischen Entropie des viskosen Fluids ergibt sich durch Einsetzen von Gleichung 2.25 in 2.24

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{1}{\varrho} T_{\alpha\beta} v_{\alpha,\beta} - \frac{1}{\varrho} \nabla \mathbf{q} - \frac{1}{\varrho} \nabla \mathbf{F}_{\text{rad}}. \quad (2.26)$$

Es läßt sich zeigen, daß der erste Term auf der rechten Seite immer positiv ist,

$$T_{\alpha\beta} v_{\alpha,\beta} = \frac{1}{2} \eta \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} + \zeta (v_{\gamma,\gamma})^2 \geq 0. \quad (2.27)$$

Die Viskosität bewirkt also immer eine Zunahme der Entropie bzw. der inneren Energie, d. h. kinetische Energie wird in Wärme umgewandelt.

### 2.2.4 Die Zustandsgleichung

Neben den bisherigen Gleichungen benötigt man zum Abschluß des Gleichungssystems noch Gleichungen, die einen Zusammenhang zwischen den thermodynamischen Größen  $p$ ,  $\rho$ ,  $T$  und  $\varepsilon$  herstellen, sowie Gleichungen, die Materialeigenschaften charakterisieren. Wir verwenden hier, wie meist in der Astrophysik, die ideale Gasgleichung

$$p = \frac{k_B T}{\mu m_H} \rho \quad (2.28)$$

mit der Boltzmannkonstanten  $k_B$ , dem mittleren Molekulargewicht  $\mu$  und der Masse eines Wasserstoffatoms  $m_H$ . Bei einem idealen Gas gilt für die spezifische innere Energie

$$\varepsilon = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{k_B T}{\mu m_H} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho}. \quad (2.29)$$

Die Temperatur kann aus dem Gleichungssystem eliminiert werden. Der Koeffizient  $\gamma$  heißt Polytropenindex oder Adiabatenexponent, für ein einatomiges Gas wie atomarer Wasserstoff oder Helium ist  $\gamma = 5/3$ .

### 2.2.5 Der Abschluß des Gleichungssystems

Geht man von einem idealen Fluid<sup>1</sup> aus, so kann man Reibung, Wärmefluß und vor allem den Strahlungstransport vernachlässigen. Das ist jedoch in unserem Fall nicht möglich. Um trotzdem die Lösung einer Energiegleichung zu umgehen, kann man Effekte des Strahlungstransports in stark vereinfachter Form berücksichtigen, was für gewisse Spezialfälle möglich ist. Der Wärmefluß wird als so klein angenommen, daß er vernachlässigt werden kann.

#### Ein Spezialfall für 2D-Simulationen

Bei 2D-Simulationen kann man die Näherung machen, daß die aufgrund viskoser Prozesse dissipierte Energie nicht in innere Energie des Gases umgewandelt, sondern sofort abgestrahlt wird. Die dissipierte Energie pro Masseneinheit in einem viskosen Fluid unter Vernachlässigung des Wärmeflusses

---

<sup>1</sup>Man sollte sich die Unterscheidung zwischen einem idealen Fluid und einem idealen Gas vor Augen halten. Ersteres bezeichnet ein Fluid ohne Reibung, mit konstanter Entropie. Akkretionsscheiben stellen keinesfalls ideale Fluide dar. Man kann aber viele nicht-ideale Fluide als ideale Gase behandeln, was nur heißt, daß sie der idealen Gasgleichung 2.28 genügen.



sowie ohne Wechselwirkung mit einem Strahlungsfeld ist gerade der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung 2.26. Zusammen mit Gleichung 2.27 erhalten wir

$$\Sigma T \frac{ds}{dt} = T_{\alpha\beta} v_{\alpha,\beta} = \frac{\eta}{2} \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} + \zeta (v_{\gamma,\gamma})^2. \quad (2.30)$$

$\Sigma = \int \rho dz$  ist die Flächendichte der Scheibe. Wird außerdem angenommen, daß die Scheibe wie ein schwarzer Körper strahlt, so läßt sich eine effektive Temperatur gewinnen (Flebbe et al. 1994),

$$2\sigma T_{\text{eff}}^4 = \Sigma T \frac{ds}{dt} = \frac{1}{2} \eta \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta}. \quad (2.31)$$

Der Faktor 2 stammt daher, daß die Scheibe nach oben und nach unten abstrahlt, das  $\sigma$  auf der linken Seite ist die Stefan-Boltzmann-Konstante.

Setzt man diese effektive Temperatur in die Zustandsgleichung für das ideale Gas ein, so ist das Gleichungssystem geschlossen, ohne daß man explizit eine Energiegleichung lösen muß. Leider läßt sich diese Gleichung nur für 2D-Simulationen anwenden. In 3D muß man andere Näherungen annehmen, um die Energiegleichung handhabbar zu machen.

### Isotherme Strömungen

Bei diesem Strömungstyp wird die Temperatur vorgegeben und ist im ganzen Fluid konstant. Nach Gleichung 2.29 ist somit auch die innere Energie konstant und nach Gleichung 2.28 ist der Druck proportional zur Dichte. Physikalisch bedeutet das, daß dissipierte Energie instantan abgestrahlt wird. Das kann eine sinnvolle Näherung für optisch dünne Gase sein.

### Isentrope Strömungen

Hierbei wird die Entropie im Fluid als überall gleich und konstant angenommen. Das bedeutet, daß keine Dissipation stattfinden kann. Eine solche Strömung setzt ein reibungsfreies Fluid voraus. Setzt man  $ds/dt = 0$  sowie 2.29 in Gleichung 2.24 ein erhält man

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \right), \quad (2.32)$$

und daraus den Zusammenhang zwischen Druck und Dichte

$$p = p_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad (2.33)$$

mit geeigneten Konstanten  $p_0$  und  $\rho_0$ . Diese Gleichung heißt auch Polytropengleichung mit dem Polytropenindex  $\gamma$ .

### **Die Rolle des Polytropenindex $\gamma$**

Die Polytropengleichung 2.33 kann man benutzen, um die Effekte der Wärmeleitung und der Absorption und Emission von Strahlung in stark vereinfachter Weise zu berücksichtigen. Dies ist leider oft der einzige gangbare Weg. Statt des Wertes  $\gamma = 5/3$  für ein einatomiges Gas verwendet man irgendeinen Wert  $1 \leq \gamma \leq 5/3$ , wobei  $\gamma = 1$  formal dem isothermen Fall entspricht. Geht man davon aus, daß das Gas optisch sehr dünn ist, so verwendet man einen Wert für  $\gamma$ , der nahe bei 1 liegt, für optisch dickere Situationen ist eher  $\gamma = 1.1$  oder z. B.  $\gamma = 1.2$  angebracht. Auch dieses Vorgehen bewahrt einen davor, die Energiegleichung explizit lösen zu müssen.

## Kapitel 3

# Smoothed Particle Hydrodynamics

Die im vorigen Kapitel vorgestellten hydrodynamischen Gleichungen bilden ein System gekoppelter partieller Differentialgleichungen, deren analytische Lösung im allgemeinen nicht möglich ist. Um zumindest näherungsweise Lösungen für spezielle hydrodynamische Probleme zu erhalten, ist man daher auf numerische Lösungsmethoden angewiesen. Je nach Problemstellung erweisen sich verschiedene Methoden als geeignet oder ungeeignet. In technischen Anwendungen, z. B. bei der Modellierung von Strömungen um Tragflächen oder Turbinenschaufeln, um nur zwei Beispiele herauszugreifen, kann man oft die Kompressibilität des Fluids, sei es ein Gas oder eine Flüssigkeit, vernachlässigen. Auch ist die Geometrie festgelegt, d. h. es gibt feste Ränder des Strömungsgebiets. Hier kommen meist gitterbasierte Verfahren zur Anwendung, wie die Methode der Finiten Elemente oder der Finiten Volumen. In astrophysikalischen Anwendungen hat man jedoch oft die Situation offener Ränder, z. B. große Gebiete, die gar kein Gas enthalten, die sich zudem noch zeitlich ändern, etwa beim Kollaps einer Gaswolke zu einem Protostern. Eine weitere Komplikation ist die Kompressibilität des Gases bei vielen astrophysikalischen Anwendungen, die bei den meisten technischen Anwendungen vernachlässigt wird.

Für die Simulation von Akkretionsscheiben haben sich Teilchenmethoden als sehr geeignet herausgestellt, da die Behandlung freier Ränder und von Gebieten verschwindender Massendichte wenig problematisch ist.

## 3.1 SPH als Teilchenmethode

Ein wesentliches Element aller numerischen Methoden zur Lösung hydrodynamischer Probleme – und nicht nur da – ist die Diskretisierung des Raumes und der Zeit. Da es nicht möglich ist, das hydrodynamische Gleichungssystem für das Kontinuum zu lösen, muß man sich darauf beschränken, die Gleichungen nur an gewissen Stützstellen und zu gewissen Zeitpunkten auszuwerten. Die Diskretisierung des Raumes kann auf zwei Arten erfolgen. Bei gitterbasierten Methoden werden die Gleichungen auf raumfesten Stützstellen gelöst, den Gitterpunkten. Das zugrunde liegende Gitter kann regelmäßig oder unregelmäßig sein, ausgeklügelte Verfahren verwenden auch mehrfach geschachtelte Gitter und Gitter, deren Feinheit sich während der Simulation je nach Anforderung ändern kann.

Teilchenmethoden wie Smoothed Particle Hydrodynamics hingegen teilen nicht den Raum auf, sondern das sich darin bewegende Fluid wird in Stützstellen zerlegt, die Teilchen. Diese Teilchen repräsentieren jeweils einen Teil des Fluids. Ihnen werden Masse, Dichte, Volumen, Geschwindigkeit sowie weitere thermodynamische Größen wie Temperatur, Druck, innere Energie und Entropie zugeschrieben. Die Teilchen sind nicht raumfest sondern bewegen sich mit dem Fluid mit. Man spricht daher auch von einer Lagrangeschen Methode. Bei der SPH-Methode verhalten sich die Teilchen äußeren Volumenkräften wie der Gravitation gegenüber wie Punktmassen, Druck- und Reibungskräfte des Fluids hingegen werden durch die Wechselwirkung mit den Nachbarpartikeln vermittelt.

## 3.2 Die Grundlagen der Methode

Die hydrodynamischen Gleichungen bilden ein gekoppeltes System partieller Differentialgleichungen. Das Ziel der SPH-Methode ist es nun, dieses Gleichungssystem in ein System gekoppelter gewöhnlicher Differentialgleichungen zu überführen. Zudem muß natürlich die Diskretisierung durchgeführt werden, so daß die Gleichungen nur an endlich vielen Stellen ausgewertet werden. Das diskretisierte Gleichungssystem muß dann zeitlich integriert werden, wofür es Standardverfahren gibt.

### 3.2.1 Die erste Näherung: Glättung

Man kann eine Funktion  $f(\mathbf{r})$  darstellen als ein Integral über die  $\delta$ -Funktion:

$$f(\mathbf{r}) = \int_V f(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dV'. \quad (3.1)$$

Ersetzt man die  $\delta$ -Funktion durch eine Kernfunktion  $W(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h)$  (auch einfach *Kern* genannt), so ergibt sich das Faltungsintegral

$$\langle f(\mathbf{r}) \rangle = \int_V f(\mathbf{r}') W(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h) dV'. \quad (3.2)$$

Die Größe  $h$  hat die Dimension einer Länge und heißt *Smoothing Length*. Ein schönes deutsches Wort hierfür existiert leider nicht. Die Smoothing Length ist ein Maß für den Wechselwirkungsradius der Kernfunktion  $W$ . Je nachdem, was für eine Funktion man für  $W$  verwendet, kann  $h$  eine unterschiedliche Bedeutung haben. Wird eine Gauß'sche Funktion verwendet, so bezeichnet  $h$  den Radius, bei dem der Kern auf  $1/e$  abfällt, wird ein kastenförmiger Kern benutzt, so gibt  $h$  den Radius an. Bei dem aus numerischen Gründen am häufigsten verwendeten Spline bezeichnet  $h$  den Radius, bei dem  $W$  verschwindet, oder auch nur die Hälfte davon, die Notation ist hier nicht einheitlich.

#### Eigenschaften der Kernfunktion

In jedem Fall muß die Kernfunktion  $W$  die folgenden Anforderungen erfüllen: Im Limes verschwindender Smoothing Length soll die geglättete Funktion in die ursprüngliche übergehen, also

$$\lim_{h \rightarrow 0} \langle f(\mathbf{r}) \rangle = f(\mathbf{r}). \quad (3.3)$$

In anderer Formulierung bedeutet dies, daß für verschwindendes  $h$  das Integral über die Kernfunktion in das über die  $\delta$ -Funktion übergeht:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \int_V W(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h) dV' = \int_V \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dV' = 1. \quad (3.4)$$

Da die Norm nicht von der Smoothing Length abhängen soll, gilt

$$\int_V W(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h) dV' = 1. \quad (3.5)$$

Weitere Anforderungen an die Kernfunktion ergeben sich aus praktischen Überlegungen. Da auch nach der Glättung noch der Charakter der ursprünglichen Funktion erhalten bleiben soll, muß  $W$  ein starkes Maximum bei  $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$  besitzen. Daher muß  $W$  für größere Abstände auch schnell auf 0 abfallen. Man verwendet in Simulationen meist einen Kern mit kompaktem Träger. Es kommen auch gaußförmige Kerne zum Einsatz, wobei man den Kern bei einem bestimmten Radius abschneidet.

Ferner ist es zweckmäßig, einen sphärisch symmetrischen Kern zu verwenden, so daß gilt

$$W(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h) = W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, h) = W(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, h). \quad (3.6)$$

Es läßt sich zeigen, daß für die Genauigkeit der Kernfunktions-Glättung gilt:

$$\langle f(\mathbf{r}) \rangle = f(\mathbf{r}) + \mathcal{O}(h^2) \quad (3.7)$$

### Der kubische Spline

Wie bereits erwähnt, ist als Kernfunktion ein Spline weit verbreitet, genauer ein kubischer Spline (Monaghan & Lattanzio 1985), der auch in allen meinen Simulationen verwendet wird. Hier soll seine genaue Form angegeben werden:

$$W(\tilde{r}, h) = \frac{\mathcal{N}}{h^d} \begin{cases} (6(\frac{\tilde{r}}{h})^3 - 6(\frac{\tilde{r}}{h})^2 + 1) & \text{für } 0 \leq \frac{\tilde{r}}{h} < \frac{1}{2} \\ 2(1 - \frac{\tilde{r}}{h})^3 & \text{für } \frac{1}{2} \leq \frac{\tilde{r}}{h} \leq 1 \\ 0 & \text{für } \frac{\tilde{r}}{h} > 1. \end{cases} \quad (3.8)$$

Hierbei ist  $\tilde{r} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ,  $d$  die Dimension und  $\mathcal{N}$  die Normierungskonstante für 1, 2 und 3D:

$$\mathcal{N} = \begin{cases} \frac{4}{3} & \text{in 1D} \\ \frac{40}{7\pi} & \text{in 2D} \\ \frac{8}{\pi} & \text{in 3D.} \end{cases} \quad (3.9)$$

Ferner wird auch die Ortsableitung des Kerns benötigt, sie hat die Form

$$\nabla W(\tilde{r}, h) = \frac{6\mathcal{N}}{h^{d+1}} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{\tilde{r}} \begin{cases} (3(\frac{\tilde{r}}{h})^2 - 2\frac{\tilde{r}}{h}) & \text{für } 0 \leq \frac{\tilde{r}}{h} < \frac{1}{2} \\ -(1 - \frac{\tilde{r}}{h})^2 & \text{für } \frac{1}{2} \leq \frac{\tilde{r}}{h} \leq 1 \\ 0 & \text{für } \frac{\tilde{r}}{h} > 1. \end{cases} \quad (3.10)$$

### 3.2.2 Ortsableitungen

Ein wesentliches Element bei der gewünschten Umformung des Systems partieller Differentialgleichungen in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen ist die Behandlung der Ortsableitungen. Die Ortsableitung wird in zwei Schritten gebildet. Zunächst wird die partielle Ortsableitung der Funktion  $f(\mathbf{r})$  mit der Kernfunktion gefaltet. In einem zweiten Schritt wird eine partielle Integration durchgeführt, wobei die Ableitung auf die Kernfunktion übergeht. Das bei einer partiellen Integration auftretende Oberflächenintegral verschwindet aufgrund des kompakten Trägers der Kernfunktion.

$$\begin{aligned}
 \langle f(\mathbf{r}), \alpha \rangle &= \int_V f(\mathbf{r}')_{,\alpha'} W(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h) dV' \\
 &= - \int_V (f(\mathbf{r}') + g(\mathbf{r})) W_{,\alpha'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h) dV' \\
 &= \int_V (f(\mathbf{r}') + g(\mathbf{r})) W_{,\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h) dV'. \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

Im letzten Schritt wurde ausgenutzt, daß die Ableitung der Kernfunktion antisymmetrisch ist. Die Integrationskonstante  $g(\mathbf{r})$  ist im Prinzip frei wählbar, durch eine geeignete Wahl lassen sich Bedingungen wie Energie- und Impulserhaltung sicherstellen. Bei der Implementierung des viskosen Spannungstensors treten zweite Ortsableitungen auf. Das SPH-Verfahren bietet zwei Möglichkeiten, zweite Ableitungen zu bilden. Entweder wird die Funktion analog zu Gleichung 3.11 zweimal abgeleitet, also

$$\langle f(\mathbf{r}), \alpha\beta \rangle = \int_V f(\mathbf{r}') W_{,\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h) dV', \quad (3.12)$$

oder die mit der Kernfunktion geglättete Ableitung wird nochmals abgeleitet,

$$\begin{aligned}
 \langle f(\mathbf{r}), \alpha\beta \rangle &:= \langle \langle f(\mathbf{r}), \alpha \rangle, \beta \rangle \\
 &= \int_V \langle f(\mathbf{r}')_{,\alpha} \rangle_{,\beta} W(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h) dV' \quad (3.13) \\
 &= \int_V \left[ \int_{V'} f(\mathbf{r}'') W_{,\alpha'}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', h) dV'' \right] W_{,\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', h) dV'.
 \end{aligned}$$

Die beiden Varianten sind in der Ordnung des Verfahrens gleichwertig. Bei den partiellen Integrationen treten weitere Integrationskonstanten auf (hier nicht dargestellt), die wiederum dazu verwendet werden können, Erhaltungssätze zu erfüllen. In der Praxis zeigt sich, daß die zweite Form bei der Implementierung der Navier-Stokes-Gleichung aufgrund höherer numerischer Stabilität besser geeignet ist als die erste (Flebbe 1994).

### 3.2.3 Die zweite Näherung: Diskretisierung

Der erste Schritt auf dem Weg zu einem numerisch integrierbaren Gleichungssystem ist durch die Glättung vollbracht. Nun muß noch die Diskretisierung durchgeführt werden, um eine endliche Anzahl von Stützstellen auszuwählen, an denen die Integration durchgeführt werden kann.

Wir stellen uns vor, wir hätten eine beliebige Verteilung von  $N$  Teilchen an den Orten  $\mathbf{r}_j$ ,  $j = 1, \dots, N$ , wobei die Werte der Funktion  $f$  an den Teilchenorten bekannt sein sollen. Dann kann man die geglättete Funktion  $\langle f(\mathbf{r}) \rangle$  durch eine diskrete Summe approximieren,

$$\langle\langle f(\mathbf{r}) \rangle\rangle = \sum_{j=1}^N \frac{f(\mathbf{r}_j)}{n_j} W(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j, h). \quad (3.14)$$

Hierbei ist  $n_j = \sum_k W(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k, h)$  die Teilchenzahldichte an der Stelle  $\mathbf{r}_j$ . Das gilt für beliebige Orte  $\mathbf{r}$ . Im SPH-Formalismus wertet man die Summe nun gerade an den Teilchenorten  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i$  aus. Das führt auf die Gleichung

$$\langle\langle f(\mathbf{r}_i) \rangle\rangle = \sum_{j=1}^N \frac{f(\mathbf{r}_j)}{n_j} W(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, h) = \sum_{j=1}^N \frac{f_j}{n_j} W_{ij}. \quad (3.15)$$

Hier wie im folgenden wurden die Abkürzungen  $f_j := f(\mathbf{r}_j)$  sowie  $W_{ij} := W(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, h)$  benutzt. Entsprechendes gilt weiterhin für alle Teilchengrößen.

Die Massen der Teilchen werden definiert nach

$$m_j := \frac{\varrho_j}{n_j}. \quad (3.16)$$

Damit kann man schließlich für jede Funktion  $f$  folgende SPH-Gleichung formulieren:

$$\langle\langle f(\mathbf{r}_i) \rangle\rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\varrho_j} f_j W_{ij}. \quad (3.17)$$



Damit sind die Näherungen vollzogen. Nach dieser Methode kann man das hydrodynamischen Gleichungssystem in ein integrables, diskretes System gewöhnlicher Differentialgleichungen umformen. Die bei den verschiedenen Näherungen auftretenden Fehler werden von Speith (1998) ausführlich diskutiert. Noch anzumerken ist, daß im praktischen Verfahren die Teilchenmasse nicht nach Gleichung 3.16 bestimmt wird, sondern vielmehr vorgegeben ist. Gleichung 3.16 dient dann dazu, die Teilchenzahldichte aus den Formeln zu eliminieren.

### 3.3 Die SPH-Form der hydrodynamischen Gleichungen

Um ein praktisch anwendbares Verfahren zu erhalten, muß der SPH-Formalismus auf die hydrodynamischen Gleichungen angewandt werden. Im folgenden wird die SPH-Form dieser Gleichungen vorgestellt.

#### 3.3.1 Die Kontinuitätsgleichung

Am einfachsten gestaltet sich die Behandlung der Kontinuitätsgleichung 2.4. Setzt man nämlich in Gleichung 3.17  $f_i = \rho_i$ , so ergibt sich einfach

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W_{ij}. \quad (3.18)$$

Die Dichte kann also direkt berechnet werden, ein explizites Lösen der Kontinuitätsgleichung ist nicht notwendig.

#### 3.3.2 Die Bewegungsgleichung in SPH-Formulierung

Die Bewegung der Teilchen wird durch die Navier-Stokes-Gleichung (2.18) beschrieben. Die Kraft auf ein Teilchen setzt sich zusammen aus Druckkraft, viskoser Kraft und äußeren Kräften. Wir betrachten die Terme zunächst getrennt.

### Die SPH-Form des Druckterms

Wir suchen die SPH-Form des Druckterms  $-\frac{1}{\varrho}p_{,\alpha}$ . Mit Gleichung 3.11 kann man schreiben:

$$-\frac{1}{\varrho_i}p_{i,\alpha} = -\sum_{j=1}^N m_j \frac{p_j + \tilde{f}_i}{\varrho_i \varrho_j} W_{ij,\alpha}. \quad (3.19)$$

Mit der Forderung nach Impulserhaltung können wir die Integrationskonstante  $\tilde{f}_i$  festlegen. Man kann zeigen, daß der Impuls erhalten ist, wenn  $\tilde{f}_i = p_i$  gesetzt wird. Dann ist auch der Drehimpuls exakt erhalten; dies ist nicht mehr möglich, wenn auch der viskose Term betrachtet wird. Zur Betrachtung der Impuls- und Drehimpulserhaltung durch geeignete Wahl der Integrationskonstanten in Gleichung 3.13 siehe Ott (1995).

### Der viskose Term in SPH-Form

Der viskose Term lautet  $\frac{1}{\varrho}T_{\alpha\beta,\beta}$  (Gleichung 2.18). Wir vereinbaren folgende Abkürzungen:

$$v_{ij\alpha} = (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)_\alpha \quad (3.20)$$

$$V_{i\alpha\beta} = \sum_{j=1}^N m_j \frac{v_{ji\alpha}}{\varrho_j} W_{ij,\beta} \quad (3.21)$$

$$\sigma_{i\alpha\beta} = V_{i\alpha\beta} + V_{i\beta\alpha} - \frac{2}{3}\delta_{\alpha\beta}V_{i\gamma\gamma}. \quad (3.22)$$

$\sigma_{i\alpha\beta}$  ist die SPH-Form der Scherung, siehe Gleichung 2.16. Damit läßt sich die SPH-Form des viskosen Terms der Navier-Stokes-Gleichung schreiben als

$$\frac{1}{\varrho_i}T_{i\alpha\beta,\beta} = \sum_{j=1}^N m_j \frac{\eta_i \sigma_{i\alpha\beta} + \eta_j \sigma_{j\alpha\beta}}{\varrho_i \varrho_j} W_{ij,\beta}. \quad (3.23)$$

Hierbei ist  $\eta_i$  der Koeffizient der Scherviskosität des Teilchens  $i$ , der Koeffizient der Volumenviskosität  $\zeta_i$  wurde gleich Null gesetzt.

### Die SPH-Form der Navier-Stokes-Gleichung

Nun können wir mit den Gleichungen 3.19 und 3.23 die SPH-Form der Navier-Stokes-Gleichung angeben:

$$\frac{dv_{i\alpha}}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \frac{W_{ij,\beta}}{\varrho_i \varrho_j} [(-p_i \delta_{\alpha\beta} + \eta_i \sigma_{i\alpha\beta}) + (-p_j \delta_{\alpha\beta} + \eta_j \sigma_{j\alpha\beta})] + f_{i\alpha}. \quad (3.24)$$

### 3.3.3 Die Behandlung der Energiegleichung

Die Energiebilanzgleichung in allgemeiner Form 2.19 enthält neben der Arbeit, die von den Druck- und den äußeren Kräften geleistet wird, auch die die Arbeit der Reibungskräfte, von der die viskose Dissipation ein Teil ist, sowie den Wärme- und den Strahlungsfluß. In Abschnitt 2.2.5 wurde dargelegt, wie durch eine geeignete Wahl des Polytropenindex  $\gamma$  die Lösung der Energiegleichung umgangen werden kann. In den SPH-Formalismus übersetzt heißt dies, daß der Druck  $p_i$  direkt aus der Dichte  $\varrho_i = \sum m_j W_{ij}$  bestimmt werden kann,

$$p_i = \text{const. } \varrho_i^\gamma. \quad (3.25)$$

Die innere Energie eines Teilchens ist nach Gleichung 2.29

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p_i}{\varrho_i} = \frac{1}{\gamma - 1} \text{const. } \varrho_i^{\gamma-1}. \quad (3.26)$$

Für die Temperatur eines Teilchens gilt dann mit der idealen Gasgleichung 2.28

$$T_i = \frac{\mu m_H}{k_B} \frac{p_i}{\varrho_i} = \frac{\mu m_H}{k_B} \text{const. } \varrho_i^{\gamma-1}. \quad (3.27)$$

Im Falle der 2D-Näherung aus Abschnitt 2.2.5 wird die Temperatur aus der dissipierten Energie bestimmt. Dann gelten die oben angeführten Beziehungen nicht. Die SPH-Gleichungen für diesen Fall sind beispielweise in Kunze (1996) angegeben. Eine ausführliche Behandlung der Integration der inneren Energie findet sich in Speith (1998, Kapitel 3.3).

## 3.4 Künstliche Viskosität

Bei der Simulation von Akkretionsscheiben, deren Dynamik neben der Keplerbewegung der Gasteilchen um die Zentralmasse durch turbulente Prozesse bestimmt wird, muß das verwendete numerische Verfahren eine Scherviskosität beinhalten. Die Auswirkungen der Turbulenz werden durch eine effektive Viskosität modelliert. Sie hat die gleiche Form wie eine molekulare Viskosität, ist allerdings viel größer. In unserem Fall wird diese turbulente Viskosität durch die Implementierung des viskosen Spannungstensors berücksichtigt. Siegler (1997) konnte in 2D-Simulationen zeigen, daß diese Viskosität prinzipiell geeignet ist, das unphysikalische Durchdringen zweier Gasströmungen zu verhindern, allerdings nur bei großer Teilchenzahl und kleiner Smoothing Length. Bei meinen Simulationen zeigt sich jedoch, daß

dies nicht gewährleistet ist. Aufgrund der langen Rechenzeit und des hohen Speicherbedarfs war es nicht möglich, die Auflösung entsprechend zu steigern. Daher benötigt man irgendeine Form von künstlicher Viskosität, die das gewünschte Ergebnis liefert. Ich verwende hierbei den Ansatz von Monaghan & Gingold (1983), der für Stoßrohrsimulationen entwickelt wurde. Dort verhindert die künstliche Viskosität, daß sich SPH-Teilchen gegenseitig überholen.

Die künstliche Viskosität wird dargestellt durch einen zusätzlichen viskosen Druck  $q$ , so daß in allen Formeln der Druck ersetzt wird nach

$$p \rightarrow p + q. \quad (3.28)$$

Der künstliche viskose Druck  $q$  setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, wobei der erste Term eine künstliche Volumenviskosität darstellt, und somit linear in der Divergenz der Geschwindigkeit ist,

$$q_\alpha = \alpha \rho c_s h \nabla \mathbf{v}. \quad (3.29)$$

Der zweite Term entspricht einer von Neumann-Richtmyer-Viskosität, er ist daher quadratisch in der Divergenz der Geschwindigkeit,

$$q_\beta = \beta \rho h^2 (\nabla \mathbf{v})^2. \quad (3.30)$$

Hierbei sind  $\alpha$  und  $\beta$  frei wählbare skalare Parameter,  $c_s$  die Schallgeschwindigkeit und  $h$  die Smoothing Length. Die Implementierung der künstlichen Viskosität erfolgt nun, indem in allen SPH-Formeln die auftretenden Druckterme durch die entsprechenden Terme des künstlichen viskosen Drucks ersetzt werden. Dabei ist zu beachten, daß die künstliche Viskosität nur wirken soll, wenn sich zwei Teilchen aufeinander zubewegen:

$$p_i \rightarrow \begin{cases} p_i + q_i & \text{für } \nabla_i \mathbf{v}_i < 0 \\ p_i & \text{für } \nabla_i \mathbf{v}_i \geq 0. \end{cases} \quad (3.31)$$

Hierbei ist der künstliche viskose Druck gegeben durch

$$q_i = -a \rho_i c_{s,i} h \nabla_i \mathbf{v}_i + \beta \rho h^2 (\nabla_i \mathbf{v}_i)^2. \quad (3.32)$$

Berechnet man die Divergenz der Geschwindigkeit nach dem üblichen SPH-Formalismus, so stellt sich heraus, daß in Simulationen von Stößen immer noch unphysikalische Artefakte auftreten. Monaghan & Gingold (1983) schlagen daher vor, statt der Divergenz der Geschwindigkeit folgende Form

zu verwenden (da der viskose Druck sowieso künstlich ist, hat man bei der Formulierung ja gewisse Freiheiten):

$$\mu_{ij} := \frac{h(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2 + \epsilon h^2}, \quad (3.33)$$

der Faktor  $\epsilon$  dient dazu, ein Divergieren des Ausdrucks für sehr kleine Teilchenabstände zu verhindern, üblich ist  $\epsilon = 0.01$ . In dieser Formulierung kann man die künstliche Viskosität unabhängig von den anderen Termen in der SPH-Bewegungsgleichung berücksichtigen, der zusätzliche Term lautet

$$\left( \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} \right)_{\text{artvisk}} = - \sum_{j=1}^N m_j q_{ij} \nabla_i W_{ij} \quad (3.34)$$

mit dem künstlichen Druck

$$q_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha \bar{c}_{sij} \mu_{ij} + \beta \mu_{ij}^2}{\bar{\rho}_{ij}} & \text{für } (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) < 0 \\ 0 & \text{für } (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) > 0. \end{cases} \quad (3.35)$$

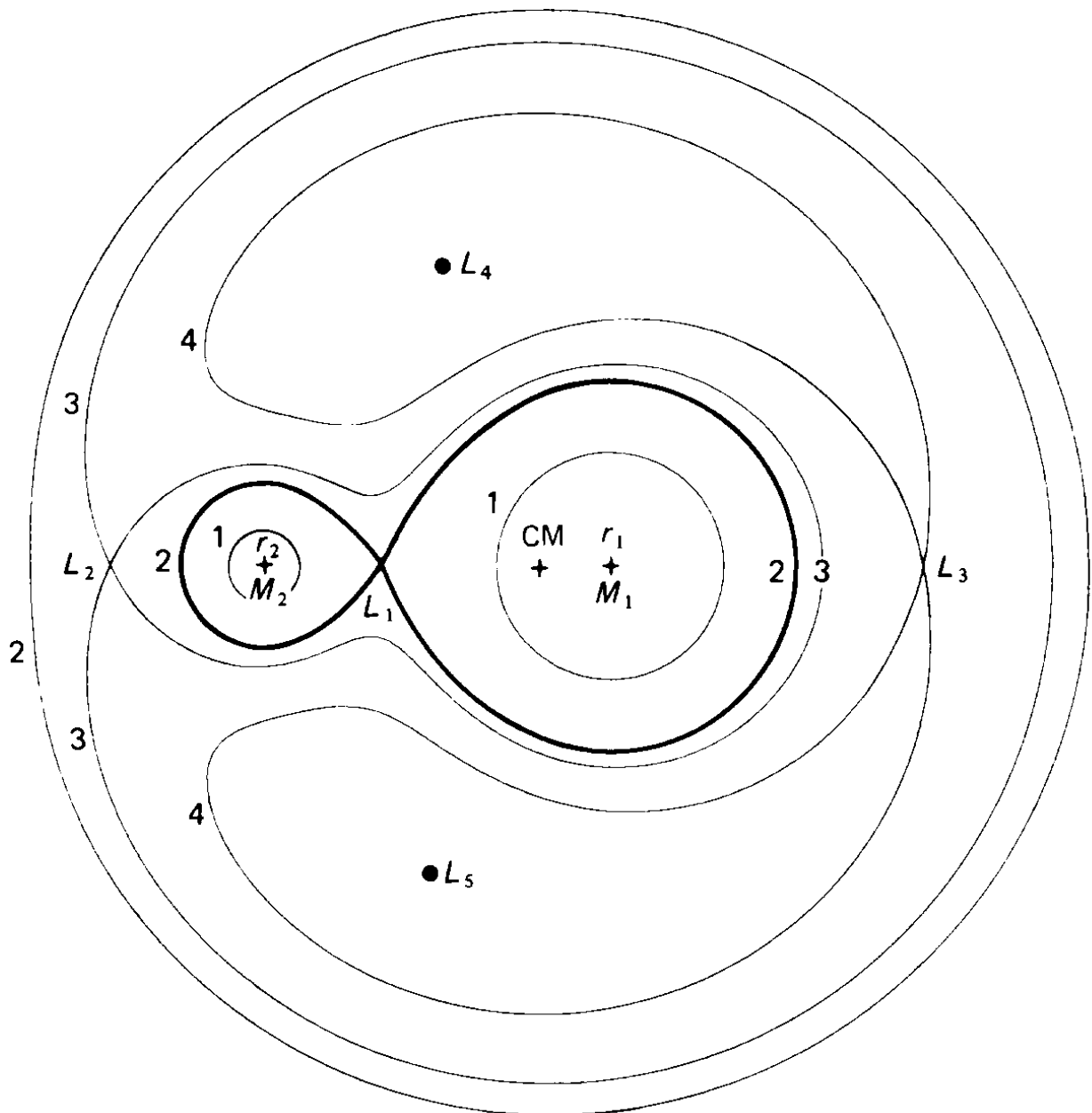
Hierbei stellen  $\bar{c}_{sij}$  und  $\bar{\rho}_{ij}$  über die zwei Teilchen  $i$  und  $j$  arithmetisch gemittelte Größen dar, so daß die Symmetrie von  $q_{ij}$  gewährleistet ist. Im Grenzübergang  $h \rightarrow 0$  verschwindet die künstliche Viskosität. Diese Form der künstlichen Viskosität liefert in meinen Simulationen das gewünschte Ergebnis, die Teilchenströme durchdringen sich nicht (siehe Kapitel 6).



# Kapitel 4

## Akkretionsscheiben

In diesem Kapitel werde ich das theoretische Verständnis der Vorgänge bei der Akkretion von Gas auf ein kompaktes Objekt durch eine dünne Scheibe darlegen. Die grundlegende Arbeit hierzu stammt von Shakura & Sunyaev (1973), die eine einfache Lösung der Gleichungen einer stationären dünnen Akkretionsscheibe mit Hilfe einer Parametrisierung der Viskosität vorgeschlagen haben, die sogenannte  $\alpha$ -Scheibe. Sie stellt auch heute noch die Grundlage fast aller theoretischen Modelle zum Aufbau und zur Entwicklung von Akkretionsscheiben dar. Daher wird dieses Modell hier besprochen. Zuerst werde ich das Roche-Modell vorstellen, das die Bewegung von Testteilchen in einem Doppelsternsystem beschreibt. Davon ausgehend wird die Voraussetzung für die Bildung einer Akkretionsscheibe vorgestellt, nämlich der Transfer von Materie vom Sekundärstern zum Primärstern über den inneren Lagrange-Punkt. Die entstehende Scheibe ist geometrisch dünn. Unter diesen Voraussetzungen lassen sich die relevanten Gleichungen vereinfachen, so daß eine gewisse Einsicht in die Struktur dünner Scheiben möglich ist. Die Theorie der dünnen Scheiben wird besprochen. Darauf baut auch die Theorie der  $\alpha$ -Scheibe auf. Soweit liefert die Theorie nur stationäre Lösungen, zur Erklärung der Zwergnovaausbrüche reicht das offensichtlich nicht aus. Darüber hinaus wird daher auch das Scheibeninstabilitätsmodell der Zwergnovaausbrüche vorgestellt.



**Abb. 4.1:** Schnitt durch das Roche-Potential eines Doppelsternsystems mit einem Massenverhältnis von  $M_2:M_1 = 1:4$ . Dargestellt sind Äquipotentiallinien  $\Phi_R = \text{konstant}$ , sowie die Lagrange-Punkte  $L_1 - L_5$ . Die dicke Linie stellt die kritische Äquipotentiallinie dar, die die Roche-Volumina (engl. Roche-Lobes) der Sterne verbindet. Sie berühren sich am inneren Lagrange-Punkt  $L_1$ . Über diesen Sattelpunkt des Potentials kann Materie überströmen. Aus Frank, King & Raine (1992).



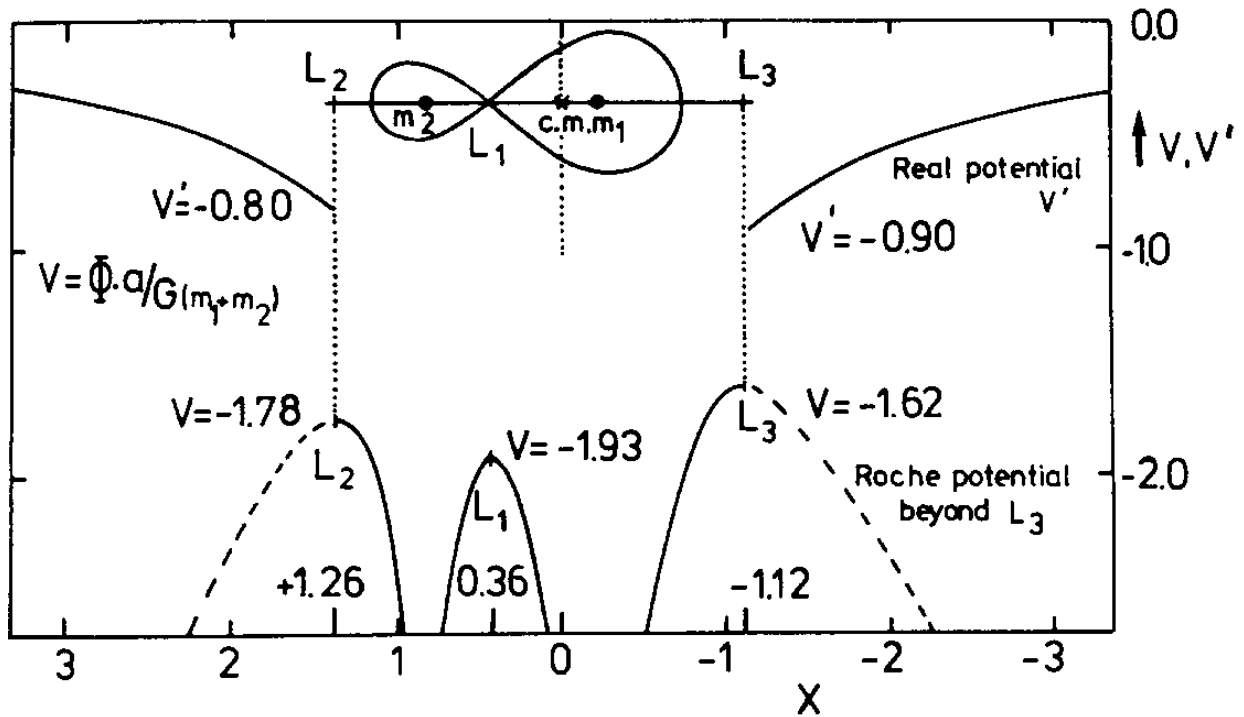


Abb. 4.2: Ein Schnitt durch das Roche-Potential senkrecht zur Bahnebene entlang der Systemachse. Man kann hier sehr gut erkennen, daß der innere Lagrange-Punkt  $L_1$  ein Sattelpunkt des Potentials ist. Das hat zur Folge, daß ein Stern, der sein kritisches Roche-Volumen ausfüllt, nur über den  $L_1$ -Punkt Materie an den anderen Stern verlieren kann, da der Potentialwall in alle anderen Richtungen höher ist. Außerdem ist außerhalb der Lagrange-Punkte  $L_2$  und  $L_3$  neben dem Roche-Potential auch das normale Gravitationspotential dargestellt, das ein nicht mitrotierender Beobachter sieht. (In diesem Bereich macht es im allgemeinen keinen Sinn, das Roche-Potential zu benutzen, da die Zentrifugalkräfte das Potential dominieren, aber für nicht-mitrotierende Beobachter unwichtig sind.) Aus van den Heuvel (1994).

## 4.1 Wechselwirkende Doppelsterne

Materietransfer in Doppelsternsystemen kann prinzipiell auf zwei unterschiedliche Arten vor sich gehen. Wenn im Laufe der Entwicklung des Doppelsternsystems entweder der Radius eines Sterns zunimmt oder die gemeinsame Umlaufbahn der Sterne enger wird – etwa aufgrund von Gravitationswellenabstrahlung oder durch magnetisches Bremsen – so kann ein Stern Teile seiner äußeren Hülle an den Begleitstern verlieren. Dieser Vorgang wird auch Roche-Lobe Overflow genannt. Die zweite Möglichkeit ist, daß ein Stern im Laufe seiner Entwicklung eine Phase durchmacht, in der er einen sehr starken Wind ausstößt. Der Begleitstern wird dann einen Teil dieses Windes akkretieren. Diese Art des Materietransfers wird uns nicht weiter beschäftigen, alle hier betrachteten Sterne transferieren Masse durch Roche-Lobe Overflow.

### 4.1.1 Das Roche-Modell

Der Materietransfer in einem symbiotischen Doppelsternsystem läßt sich am besten im Rahmen des Roche-Modells beschreiben. Das Roche-Modell macht einige Vereinfachungen, die aber gerechtfertigt sind. Es wurde im 19. Jahrhundert von Edouard Roche entwickelt, der damit die Stabilität von planetaren Satelliten untersuchte. Dazu betrachtet man die beiden Sterne – oder Planeten – als Punktmassen, die sich auf kreisförmigen Keplerbahnen um ihren gemeinsamen Schwerpunkt bewegen. Bei den uns interessierenden Kataklysmischen Variablen ist dieses Vorgehen sicherlich berechtigt, da Bahnexzentrizitäten durch Gezeitenkräfte schnell gedämpft werden. Der Sekundärstern wird, ebenfalls durch Gezeitenkräfte, zu gebundener Rotation gezwungen. Das Gas in der Akkretionsscheibe ist (außer [magneto]hydrodynamischen Kräften) nur den Gravitationskräften der beiden Punktmassen ausgesetzt, Eigengravitation und eine Rückwirkung auf die Sterne werden nicht berücksichtigt.

Es ist zweckmäßig, das Problem in einem mit den Sternen mitrotierenden Koordinatensystem zu betrachten. Dann kann man die äußeren Kräfte auf ein Testteilchen durch das sog. Roche-Potential ausdrücken:  $\mathbf{f}_{\text{ext}} = -\nabla\Phi_R$  mit dem Roche-Potential

$$\Phi_R(\mathbf{r}) = -\frac{GM_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} - \frac{GM_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})^2. \quad (4.1)$$

Hierbei ist  $G$  die Gravitationskonstante,  $M_1$  und  $M_2$  sind die Massen der

Sterne,  $\mathbf{r}_1$  und  $\mathbf{r}_2$  die Abstände zu den Sternen und  $\boldsymbol{\Omega}$  ist die Winkelgeschwindigkeit des Binärsystems. Im Roche-Potential sind sowohl die Gravitationskräfte der beiden Sterne als auch die Zentrifugalkräfte aufgrund des mitrotierenden Koordinatensystems enthalten. Man muß jedoch im Auge behalten, daß die Corioliskräfte, die ja geschwindigkeitsabhängig sind, nicht durch ein Potential dargestellt werden können und daher nicht in  $\Phi_R$  enthalten sind. Das Roche-Potential hat zwei tiefe Senken in der direkten Umgebung der beiden Sterne. Ferner gibt es 5 Extrempunkte, die Lagrange-Punkte  $L_1 - L_5$ . Der innere Lagrange-Punkt  $L_1$  verbindet die beiden Potentialsenken miteinander, er ist ein Sattelpunkt des Potentials. In den Abbildungen 4.1 und 4.2 sind Schnitte durch das Roche-Potential dargestellt, in der ersten in der Bahnebene, in der zweiten senkrecht zur Bahnebene durch die Achse des Systems. Die Äquipotentialfläche, die wie eine liegende Acht aussieht (die dicke Linie in Abbildung 4.1) gibt die mögliche Größe der Sterne vor. Das Roche-Potential fällt in großen Entfernungen stark ab, das ist ein reiner Effekt des Zentrifugalpotentials. Da Materie in großer Entfernung vom Binärsystem im allgemeinen nicht gebunden rotiert, macht es auch keinen Sinn, hier das Roche-Potential zu verwenden. Ein entfernter Betrachter spürt nur die Gravitationskräfte der beiden Sterne. Dieser Unterschied ist in Abbildung 4.2 nochmals hervorgehoben.

### 4.1.2 Überstrom durch den inneren Lagrange-Punkt

Erreicht einer der beiden Sterne sein kritisches Roche-Volumen, so kann Gas in das Roche-Volumen des anderen Sterns überströmen. Bei Kataklysmischen Variablen ist es immer die leichtere Komponente, die ihr Roche-Volumen ausfüllt. Im allgemeinen wird bei Doppelsternen die massereichere Komponente Primärstern genannt, die andere Sekundärstern. Bei Systemen mit Massetransfer wird allerdings der Akkretor immer als Primärstern bezeichnet. Bei allen Kataklysmischen Variablen ist er auch tatsächlich massereicher, nicht jedoch z. B. bei manchen High Mass X-Ray Binaries. In Abbildung 4.2 sieht man, daß der Massetransfer am einfachsten über den inneren Lagrange-Punkt  $L_1$  vonstatten gehen kann, da hier der Potentialwall des Roche-Potentials am niedrigsten ist. Ein Materietransfer, der nicht auf einen Sternwind sondern auf das Erreichen der kritischen Größe des Sekundärsterns zurückzuführen ist, wird daher immer auf einen dünnen Gasstrom direkt durch den  $L_1$ -Punkt und seine nahe Umgebung beschränkt sein. Direkt am  $L_1$ -Punkt ist das Gas kaum noch gravitativ an den Sekundärstern gebunden. Jede noch so kleine Störung treibt es über den inneren Lagrange-

Punkt zum Primärstern hin. Das direkte Entweichen von Gas aus dem Gesamtsystem ist hingegen nicht möglich, da hier die Potentialbarriere viel höher ist.

### 4.1.3 Die Bildung einer Akkretionsscheibe

Der Gasstrom vom Sekundärstern verläßt die Region um den inneren Lagrange-Punkt mit praktisch vernachlässigbarer Geschwindigkeit. Vom Primärstern aus gesehen erscheint der Strom so, als ob er von einer Düse stammt, die mit der Bahnperiode um den Primärstern umläuft. Das einfallende Gas hat also einen relativ großen spezifischen Drehimpuls, so daß es nicht direkt vom Primärstern akkretiert werden kann. Stattdessen wird es durch die Corioliskraft abgelenkt, strömt um den Primärstern herum und trifft dann auf neu einströmendes Gas. Da es sich um eine starke Überschallströmung handelt, folgt der Strom bis dahin einer Einteilchentrajektorie. Nach der Selbstüberschneidung des Gasstroms bildet sich erst ein Ring, der sich dann im Laufe der Zeit aufgrund der Viskosität des Scheibengases zu einer Scheibe aufweitet. Dieser Vorgang ist in Abbildung 4.3 verdeutlicht. Hier sieht man eine SPH-Simulation in einem System mit einem Massenverhältnis von 1:10, wo in das ursprünglich leere Roche-Volumen des Primärsterns nahe des  $L_1$ -Punktes Teilchen eingesetzt wurden. Der Akkretionsstrom umfließt den Primärstern, es bildet sich schnell ein Ring und bald eine Scheibe. Dieses Verhalten ist in allen nicht-magnetischen Systemen gleich.

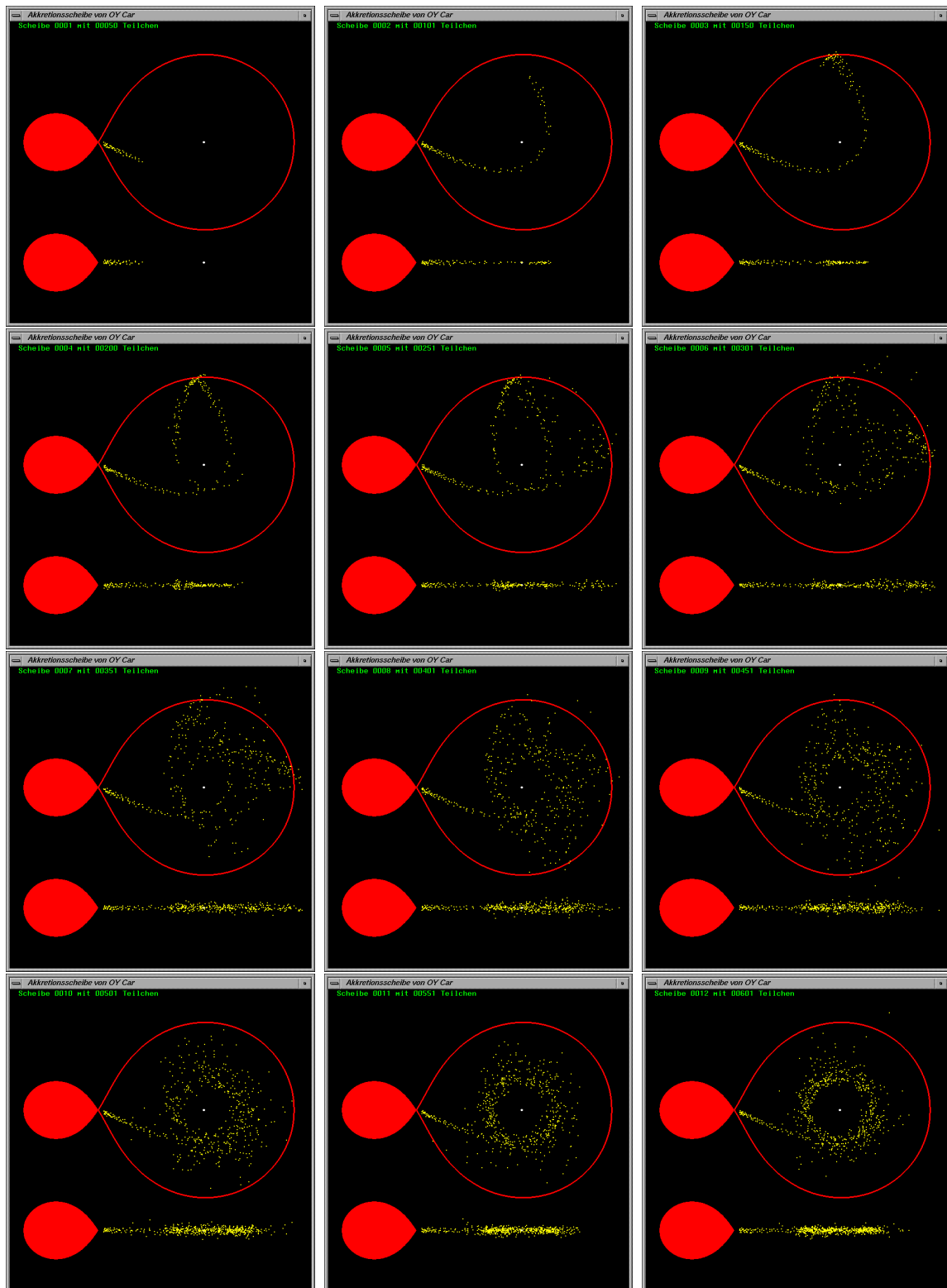
Das zum Primärstern hin einfallende Gas kann das Roche-Volumen nicht mehr verlassen, da es praktisch mit Geschwindigkeit 0 am  $L_1$ -Punkt gestartet ist. Die nächste Annäherung an den Primärstern hat der Gasstrom bei

$$r_{\min} = 0.0488 q^{-0.464} a \quad (0.05 < q < 1) \quad (4.2)$$

(Lubow & Shu 1975). Hierbei stellt  $q = M_2/M_1$  das Massenverhältnis der beiden Sterne dar. Die Formel gilt mit einer Genauigkeit von 1%. Die Weißen Zwerge aller bekannten Kataklysmischen Variablen sind kleiner als  $r_{\min}$ . Der Abstand  $a$  der Sterne ergibt sich aus dem Keplerschen Gesetz

$$4\pi^2 a^3 = G(M_1 + M_2)P_{\text{orb}}^2, \quad (4.3)$$

$P_{\text{orb}}$  ist die Bahnperiode des Systems. Der Ring, der sich zunächst formt, hat einen bestimmten Abstand zum Primärstern. Die Teilchen, die den Sekundärstern am  $L_1$ -Punkt verlassen, behalten ihren spezifischen Drehimpuls bei. Sie werden sich also auf einer Keplerbahn niederlassen, auf der sie den



**Abb. 4.3:** Die Bildung einer Akkretionsscheibe. Hier sind die ersten 1.2 Bahnperioden nach Einsetzen des Akkretionsstroms in einer SPH-Simulation der Zwergnova OY Car dargestellt. Sobald sich der Akkretionsstrom selbst überschneidet, wird Energie dissipiert, es bildet sich ein Ring am Zirkularisationsradius.

gleichen spezifischen Drehimpuls haben wie am  $L_1$ -Punkt. Die Teilchenbahnen überschneiden sich, dabei wird Energie dissipiert. Die Bahn mit der niedrigsten Energie für einen gegebenen Drehimpuls ist eine Kreisbahn. Man nennt den Radius, an dem sich der Ring bildet, den *Zirkularisationsradius*  $r_{\text{zirk}}$ . Wegen der Drehimpulserhaltung gilt

$$r_{\text{zirk}} v_K(r_{\text{zirk}}) \approx \frac{2\pi}{P_{\text{orb}}} r_{L_1}^2, \quad (4.4)$$

$v_K$  ist die Keplergeschwindigkeit. Der Abstand  $r_{L_1}$  vom inneren Lagrange-Punkt zum Primärstern ist nur eine Funktion von  $q$  und  $P_{\text{orb}}$ . Eine Näherung für  $r_{\text{zirk}}$ , die bis auf 1% genau ist, lautet

$$r_{\text{zirk}} = 0.0859 q^{-0.426} a \quad (0.05 < q < 1) \quad (4.5)$$

(Hessman & Hopp 1990);  $r_{\text{zirk}}$  ist der kleinste äußere Radius, den eine Akkretionsscheibe haben kann.

## 4.2 Dünne Akkretionsscheiben

Eine Akkretionsscheibe, die aus Materie besteht, die über den inneren Lagrange-Punkt übergeströmt ist, wird sich in der Bahnebene des Systems bilden. Oft sind diese Scheiben sehr dünn, so daß man sie als zweidimensionale Strömungen betrachten kann (*Dünne Scheiben-Näherung*). Diese Näherung ist auf die Akkretionsscheiben in Kataklysmischen Variablen fast immer anwendbar. Es läßt sich aus dieser Annahme eine Theorie der Akkretionsscheiben entwickeln, die oftmals anwendbar ist und viele Beobachtungen erklärt, obwohl hier jegliche nicht-axialsymmetrischen Effekte, die durch den Einfluß des Sekundärsterns sicherlich vorhanden sind, vernachlässigt werden. In der dünnen Scheiben-Näherung bietet es sich an, Zylinderkoordinaten  $R$ ,  $\phi$ ,  $z$  zu verwenden. Die Ableitungen der Lösungen für dünne Scheiben in diesem Abschnitt folgt weitgehend Frank, King & Raine (1992).

### 4.2.1 Radiale Struktur

Um die radiale Struktur dünner Scheiben zu bestimmen, verwenden wir folgende Vereinfachungen. Die Scheibe befinde sich nahe der Ebene  $z = 0$ . Der Einfluß des Sekundärsterns wird vernachlässigt, so daß die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  der Gasteilchen immer nahe dem Keplerschen Wert

$$\Omega \approx \Omega_K(R) = \sqrt{\frac{GM_1}{R^3}} \quad (4.6)$$

ist. Die Azimutalgeschwindigkeit hat daher den Wert

$$v_\phi = R\Omega_K(R). \quad (4.7)$$

Für die weitere Diskussion der radialen Struktur der Scheibe gehen wir davon aus, daß die Scheibe axialsymmetrisch sei, und wir verwenden die *Flächendichte*

$$\Sigma(R, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varrho(R, z, t) dz. \quad (4.8)$$

Zusätzlich zu  $v_\phi$  muß das Gas eine kleine Driftgeschwindigkeit  $v_R$  in radialer Richtung besitzen. In den inneren Teilen der Scheibe muß diese Driftgeschwindigkeit zum Stern hin gerichtet sein, damit Materie akkretiert werden kann. Wir suchen nun die Erhaltungsgleichungen für die Masse und den Drehimpuls unter den obigen Voraussetzungen. In einem ringförmigen Ausschnitt der Scheibe zwischen  $R$  und  $R + \Delta R$  befindet sich die Masse  $2\pi R\Sigma\Delta R$ . Die zeitliche Änderung der Masse in diesem Ring ergibt sich aus dem Zu- und Abfluß der Nachbarringe, also

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(2\pi R\Sigma\Delta R) &= v_R(R, t)2\pi R\Sigma(R, t) \\ &\quad - v_R(R + \Delta R)2\pi(R + \Delta R)\Sigma(R + \Delta R, t) \\ &\approx -2\pi \frac{\partial}{\partial R}(R\Sigma v_R)\Delta R. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Das ergibt die Gleichung für die Massenerhaltung

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}(R\Sigma v_R) = 0. \quad (4.10)$$

Wir benötigen außerdem eine Gleichung, die die Drehimpulserhaltung ausdrückt. Da die Scheibe differentiell rotiert, wird das Gas aus benachbarten Ringen eine Scherviskosität besitzen, die zu einem Drehimpulstransport führt. Die Viskosität entsteht durch die thermische Bewegung der Moleküle. Analog dazu werden die Effekte der turbulenten Bewegung der Fluidelemente durch eine effektive Viskosität beschrieben. Wir bezeichnen die typische Länge und Geschwindigkeit dieser turbulenten Bewegungen mit  $\lambda$  und  $u$ . Dann betrachten wir zwei benachbarte Gasringe in der Scheibe, jeweils mit der radialen Ausdehnung  $\lambda$ , deren gemeinsame Grenzfläche beim Radius  $R$  liegen soll. Fluidelemente im inneren Gasring tragen im Mittel den Drehimpuls, der zur Keplerbewegung beim Radius  $R - \frac{\lambda}{2}$  gehört, Fluidelemente im

äußeren Ring besitzen entsprechend im Mittel den Drehimpuls zur Keplerbewegung bei  $R + \frac{\lambda}{2}$ . Aufgrund der ungeordneten Bewegung fließt gleichviel Materie in beiden Richtungen über die Grenzfläche, so daß netto kein Impuls, wohl aber Drehimpuls übertragen wird. Bezeichnen wir die Größen an der inneren Grenzfläche mit dem Index  $i$ , die an der äußeren Grenzfläche mit dem Index  $a$  ( $R_i = R - \lambda/2$  usw.). Ein Teilchen, das von innen nach außen strömt, trägt den Drehimpuls  $mR_i\Omega_iR_a$ , ein Teilchen, das von außen nach innen strömt, transportiert den Drehimpuls  $mR_a\Omega_aR_i$ . Pro Ringlänge strömen  $\frac{1}{m}\Sigma u$  Teilchen nach oben und unten, daher ist der Nettodrehimpulsfluß je Ringlänge

$$\Sigma u(R_i\Omega_iR_a - R_a\Omega_aR_i). \quad (4.11)$$

Entwickelt man bis zur ersten Ordnung in  $\lambda$ , so ergibt sich der Drehimpulsfluß pro Länge zu

$$-\Sigma\lambda uR^2\frac{\partial\Omega}{\partial R}. \quad (4.12)$$

Den Gesamtdrehimpulsfluß  $L(R)$  erhält man durch Multiplikation mit der Ringlänge:

$$L(R) = 2\pi R\nu\Sigma R^2\frac{\partial\Omega}{\partial R}. \quad (4.13)$$

Hierbei bezeichnet  $\nu = \lambda u$  den Koeffizienten der kinematischen Viskosität.  $\nu$  hängt mit dem Koeffizienten der Scherviskosität  $\eta$  (siehe Gleichung 2.16) über  $\nu = \eta/\rho$  zusammen.

Mit Hilfe dieser Gleichung können wir jetzt die Drehimpulsbilanz für die dünne Scheibe aufstellen. Dazu gehen wir vor wie bei der Massenbilanz. Der Gesamtdrehimpuls in einem Ring zwischen  $R$  und  $R + \Delta R$  beträgt  $2\pi R\Delta R\Sigma R^2\Omega$ . Der Drehimpuls ändert sich wiederum durch den Fluß durch die Grenzflächen. Zusätzlich muß man den viskosen Drehimpulsfluß 4.13 berücksichtigen, der ja nicht mit einem Massenstrom verknüpft ist:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(2\pi R\Delta R\Sigma R^2\Omega) &= v_R(R, t)2\pi R\Sigma(R, t)R^2\Omega(R) \\ &\quad - v_R(R + \Delta R)2\pi\Sigma(R + \Delta R, T)(R + \Delta R)^2 \\ &\quad \times \Omega(R + \Delta R) + L(R + \Delta R) - L(R) \\ &\approx -2\pi\Delta R\frac{\partial}{\partial R}(R\Sigma v_R R^2\Omega) + \frac{\partial L}{\partial R}\Delta R. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Das ergibt

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Sigma R^2\Omega) + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}(R\Sigma v_R R^2\Omega) = \frac{1}{2\pi R}\frac{\partial L}{\partial R}. \quad (4.15)$$



Mit Hilfe der Gleichung 4.10 kann man die Drehimpulsbilanzgleichung vereinfachen zu

$$\Sigma v_R \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \Omega) = \frac{1}{2\pi R} \frac{\partial G}{\partial R}, \quad (4.16)$$

unter der Voraussetzung, daß  $\partial\Omega/\partial t = 0$  gilt. Benutzt man diese Gleichung zusammen mit Gleichung 4.10, um  $v_R$  zu eliminieren, und setzt für  $L$  den Keplerschen Wert ein, so erhält man schließlich die Entwicklungsgleichung der Flächendichte einer Keplerschen Scheibe:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left\{ R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} [\nu \Sigma R^{1/2}] \right\}. \quad (4.17)$$

Diese Gleichung beschreibt die Diffusion der Materie nach innen sowie des Drehimpulses nach außen. Im allgemeinen ist die Gleichung *nichtlinear*, da die kinematische Viskosität  $\nu$  selbst eine Funktion der Scheibenvariablen  $\Sigma, R, T$  sein muß, denn sie stellt Beschreibung der Turbulenz dar, die durch die Strömung selbst erzeugt wird.

### 4.2.2 Stationäre Scheiben

Falls der Massenstrom von außen über einen längeren Zeitraum konstant bleibt (länger als die viskose Zeitskala  $t_{\text{visk}} \approx R^2/\nu$ ), so wird sich in der Scheibe ein stationärer Zustand einstellen. Um diesen Zustand näher zu untersuchen, setzen wir in den Gleichungen  $\partial/\partial t = 0$ . Damit folgt aus der Massenbilanzgleichung direkt

$$R\Sigma v_R = \text{konst.} \quad (4.18)$$

Das läßt sich auch mittels der Akkretionsrate  $\dot{M}$  ausdrücken:

$$\dot{M} = 2\pi R\Sigma(-v_R). \quad (4.19)$$

Setzt man in der Drehimpulsbilanzgleichung 4.15  $\partial/\partial t = 0$ , so ergibt sich

$$R\Sigma v_R R^2 \Omega = \frac{L}{2\pi} + \frac{C}{2\pi}, \quad (4.20)$$

oder, wenn man Gleichung 4.13 für  $L(R)$  einsetzt:

$$-\nu \Sigma \frac{\partial \Omega}{\partial R} = \Sigma(-v_R)\Omega + \frac{C}{2\pi R^3}, \quad (4.21)$$

wobei  $C$  eine Integrationskonstante ist, die durch die Wahl geeigneter Randbedingungen am Innen- und Außenrand der Scheibe festgelegt wird. Wenn der Primärstern kein starkes Magnetfeld besitzt, wird die Akkretionsscheibe bis zu  $R = R_1$ , d. h. bis zur Sternoberfläche hinabreichen. Da der Stern im allgemeinen wesentlich langsamer als mit Keplergeschwindigkeit rotiert, muß es eine Grenzschicht (engl. *boundary layer*) geben, in der das Gas von Keplerscher Rotation auf die Rotationsgeschwindigkeit des Sterns abgebremst wird. Diese Grenzschicht ist sehr dünn, so daß die Bedingung  $\frac{\partial\Omega}{\partial R} = 0$  nahe bei  $R = R_1$  erfüllt wird. Dann gilt an dieser Stelle  $\Omega = \Omega_K$  und man hat eine innere Randbedingung, mit der wir folgenden Wert für die Integrationskonstante erhalten:

$$C = -\dot{M}\sqrt{GM R_1}. \quad (4.22)$$

Setzt man das in Gleichung 4.21 ein, so erhält man schließlich

$$\nu\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left[ 1 - \left( \frac{R_1}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (4.23)$$

Die viskosen Spannungen haben eine Dissipation im Gas zur Folge. Um die Größe dieser Dissipation pro Einheitsfläche zu bestimmen, betrachten wir das Drehmoment, das auf einen Gasring zwischen  $R$  und  $R + \Delta R$  ausgeübt wird, das ist die Differenz der Momente am inneren und am äußeren Rand des Ringes,

$$L(R + \Delta R) - L(R) = \frac{\partial L}{\partial R} dR. \quad (4.24)$$

Da das Moment in Richtung der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega(R)$  wirkt, wird pro Zeiteinheit durch das Moment die Arbeit

$$\Omega \frac{\partial L}{\partial R} dR = \left[ \frac{\partial}{\partial R}(L\Omega) - L \frac{\partial\Omega}{\partial R} \right] dR \quad (4.25)$$

geleistet. Der erste Term auf der rechten Seite ist der Transport von kinetischer Energie durch die Scheibe, der von den Drehmomenten verursacht wird. Der zweite Term  $-L \frac{\partial\Omega}{\partial R} dR$  hingegen stellt die lokale Dissipationsrate der kinetischen Energie des Gases dar, die in Wärme umgewandelt wird. Die Drehmomente aufgrund der Viskosität verursachen also eine Dissipation der Größe  $L \frac{\partial\Omega}{\partial R} dR$  je Ringbreite  $dR$ . Die so entstehende Wärmeenergie wird schließlich durch die Oberflächen der Scheibe abgestrahlt, wir benötigen daher die Dissipationsrate pro Einheitsfläche  $D(R)$ . Da jeder Gasring

zwei Oberflächen und daher eine Fläche von  $4\pi R dR$  hat, ergibt sich für die Dissipation pro Einheitsfläche

$$D(R) = \frac{L}{4\pi R} \frac{\partial \Omega}{\partial R} = \frac{1}{2} \nu \Sigma \left( R \frac{\partial \Omega}{\partial R} \right)^2. \quad (4.26)$$

Damit ergibt sich für die viskose Dissipation in einer stationären dünnen Keplerschen Akkretionsscheibe

$$D(R) = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi R^3} \left[ 1 - \left( \frac{R_1}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (4.27)$$

Das heißt, der Energiefluß durch die Oberflächen einer dünnen stationären Scheibe ist *unabhängig* von der Viskosität. Das liegt daran, daß wir vorausgesetzt haben, daß sich die Viskosität in der Scheibe so einstellt, wie es ein stationärer Massenfluß  $\dot{M}$  erfordert. Konsequenterweise können wir durch die Beobachtung stationärer Scheiben keine Information über die Natur der Viskosität gewinnen. Andererseits ist der Energiefluß durch die Oberflächen der Scheibe eine wichtige Beobachtungsgröße und die Kenntnis ihrer Abhängigkeit von  $\dot{M}$ ,  $R$  usw. ist durch Gleichung 4.27 gegeben.

### 4.2.3 Wann ist die Annahme einer dünnen Scheibe gerechtfertigt?

Wir betrachten zunächst die Struktur der Scheibe in  $z$ -Richtung. Hier muß hydrostatisches Gleichgewicht herrschen:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{GM}{(R^2 + z^2)^{1/2}} \right]. \quad (4.28)$$

Für eine dünne Scheibe ist  $z \ll R$  und wir erhalten

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{GMz}{R^3}. \quad (4.29)$$

Wir nennen die typische Skalenhöhe in der Scheibe  $H$ . Dann können wir  $\partial p / \partial z \approx P/H$  und  $z \approx H$  setzen. Gilt ferner noch für die Schallgeschwindigkeit  $c_s^2 \approx p/\rho$ , so erhalten wir aus 4.29

$$H \approx c_s \left( \frac{R}{GM} \right)^{1/2} R. \quad (4.30)$$

Aus der Annahme einer dünnen Scheibe fordern wir  $H \ll R$ . Damit folgt

$$c_s \ll \left( \frac{GM}{R} \right)^{1/2}, \quad (4.31)$$

d. h., in einer dünnen Scheibe muß die lokale Keplergeschwindigkeit wesentlich größer als die Schallgeschwindigkeit sein. Das gilt meist für Scheiben in Kataklysmischen Variablen. Weiterhin kann man zeigen, daß in dünnen Scheiben die Azimutalgeschwindigkeit  $v_\phi$  immer dicht bei der Keplergeschwindigkeit liegt.

#### 4.2.4 Die Vertikalstruktur

Falls die Voraussetzungen gegeben sind, daß man die Scheibe als dünn betrachten kann, ergeben sich wesentliche Vereinfachungen bei der Behandlung der Struktur der Scheibe. In einer dünnen Scheibe zeigen die Gradienten der Temperatur und des Drucks vor allem in vertikaler Richtung (Frank, King & Raine 1992, Kapitel 5.4). Daher kann man die Radial- und die Vertikalstruktur als entkoppelt betrachten. Die Vertikalstruktur kann bei jedem Radius als eindimensionales Problem behandelt werden, man muß die Gleichungen des hydrostatischen Gleichgewichts sowie des Energietransports lösen. Die Radialstruktur der Scheibe tritt nur durch die viskose Energiedissipation  $D(R)$  (Gleichung 4.27) als Quellterm in Erscheinung.

Sei die Skalenhöhe der Scheibe  $H$ . Dann können wir für die Dichte in der zentralen Scheibenebene (also  $z = 0$ ) schreiben:

$$\varrho = \Sigma/H \quad (4.32)$$

und

$$H = Rc_s/v_\phi \quad (4.33)$$

wobei die Schallgeschwindigkeit durch

$$c_s^2 = p/\varrho \quad (4.34)$$

gegeben sei. Der Druck ist im allgemeinen die Summe aus Gas- und Strahlungsdruck,

$$p = \frac{\varrho k_B T_c}{\mu m_H} + \frac{4\sigma}{3c} T_c^4. \quad (4.35)$$

Hierbei ist  $\sigma$  die Stefan-Boltzmann-Konstante.

Die Zentraltemperatur  $T_c$  wird durch eine Energiegleichung gegeben, die den Strahlungsfluß in vertikaler Richtung mit der viskosen Energiedissipation in Verbindung bringt. Da der Temperaturgradient im wesentlichen in vertikaler Richtung liegt, ist die Scheibe im wesentlichen planparallel. Wir gehen im folgenden davon aus, daß der Energietransport radiativ erfolgt. Der konvektive Transport ist in den Scheiben, die uns interessieren, nicht wichtig. Unter diesen Voraussetzungen ist der Strahlungsfluß durch eine Fläche  $z = \text{konstant}$

$$F(z) = \frac{-16\sigma T^3}{3\kappa_R \varrho} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4.36)$$

mit der mittleren Rosseland-Opazität  $\kappa_R$ . Dabei gehen wir von einer optisch dicken Scheibe aus, also

$$\tau = \varrho H \kappa_R(\varrho, T_c) = \Sigma \kappa_R \gg 1, \quad (4.37)$$

wobei  $\tau$  die optische Tiefe ist. Das Strahlungsfeld ist somit lokal einem Schwarzen Strahler sehr ähnlich. Die Energiegleichung erhalten wir aus der Energieproduktion durch viskose Heizung. Mit der viskosen Heizung pro Volumen  $Q^+$  gilt

$$\frac{\partial F}{\partial z} = Q^+ \quad (4.38)$$

oder

$$F(H) - F(0) = \int_0^H Q^+(z) dz = D(R). \quad (4.39)$$

Wenn die Zentraltemperatur sehr viel größer ist als die Temperatur bei  $z = H$ , so gilt

$$D(R) \approx F(H) = \frac{16\sigma T^3}{3\kappa_R \varrho} \frac{\partial T}{\partial z} \approx \frac{4\sigma}{3\tau} T_c^4. \quad (4.40)$$

Um das Gleichungssystem zu vervollständigen, benötigen wir eine Relation für die Opazität  $\kappa_R$  sowie irgendeine Beschreibung für die Viskosität  $\nu$ . Die am weitesten verbreitete spezielle Lösung für die dünne Scheibe stammt von Shakura & Sunyaev (1973). Diese sogenannte  $\alpha$ -Scheibe ist immer noch die Grundlage für die meisten Scheibenmodelle.

## 4.3 Die $\alpha$ -Scheibe

Wie bereits erwähnt, brauchen wir zwei Relationen für die Opazität und die Viskosität, um das Gleichungssystem zu schließen. Für die Viskosität

verwenden wir die folgende Parameterisierung:

$$\nu = \alpha c_s H. \quad (4.41)$$

Man muß sich klar machen, daß das einfach eine Parametrisierung unseres Unwissens über die Viskosität ist. Man geht davon aus, daß die Viskosität turbulenten Ursprungs ist. Die mögliche Wirbelgröße ist durch die Scheibenhöhe  $H$  begrenzt, die Wirbelgeschwindigkeit durch die Schallgeschwindigkeit  $c_s$ . Somit haben wir durch die  $\alpha$ -Parametrisierung nichts gewonnen, außer der Erwartung  $\alpha \leq 1$ .

Für die Opazität nehmen wir an, daß  $\kappa_R$  durch die Kramers-Opazität  $\kappa_{\text{Kr}}$  beschrieben werden kann:

$$\kappa_{\text{Kr}} = 6.6 \times 10^{22} \rho T_c^{-7/2} \text{cm}^2 \text{g}^{-1}. \quad (4.42)$$

Ferner wird noch der Strahlungsdruckterm in der Zustandsgleichung 4.35 vernachlässigt. Wir können nachher anhand der Lösung sehen, ob und wann dieses Vorgehen zulässig ist. Mit diesen Annahmen können die Gleichungen für  $\Sigma$ ,  $H$ ,  $\rho$ ,  $T_c$ ,  $\tau$ ,  $\nu$  und  $v_R$  in Abhängigkeit von  $\dot{M}$ ,  $M_1$  und  $R$  algebraisch gelöst werden. Diese *Shakura-Sunyaev-Lösung* ist beispielsweise bei Frank, King & Raine (1992, Gleichung 5.45) angegeben.

Was bei der Lösung auffällt, ist daß der Viskositätsparameter  $\alpha$  nirgends in hoher Potenz auftritt. Das heißt, daß keine der Variablen sehr stark von der Wahl von  $\alpha$  abhängt, so daß vernünftige Werte der Variablen auch bei nur schlecht bekanntem  $\alpha$  zu erwarten sind. Der Nachteil ist natürlich, daß man aus dem Vergleich von Beobachtungen mit Werten aus der Theorie der stationären Scheiben keine Informationen über  $\alpha$  gewinnen kann.

Bei den Akkretionsscheiben von Kataklysmischen Variablen kann man eine gewisse Vorstellung von der Größe der Viskosität durch die Ausbruchshelligkeit, -häufigkeit und -dauer erlangen. Aus der Helligkeit und der Dauer kann man abschätzen, wie viel Materie akkretiert wird. Diese Menge an Material muß sich während der Ruhephase in der Scheibe angesammelt haben. Kennt man ferner noch die Massenverlustrate  $-\dot{M}_2$  des Sekundärsterns, so kann man die Größe der Viskosität in der Ruhephase mit Hilfe der Gleichung 4.23 abschätzen. Hierbei sind aber immer relativ große Unsicherheiten im Spiel.

Nun können wir anhand der Lösung nachprüfen, ob die gemachten Annahmen gerechtfertigt waren. Teilt man die Gleichung der Scheibenhöhe der Shakura-Sunyaev-Lösung durch  $R$ , so ergibt sich

$$H/R \approx 1.7 \times 10^{-2} \alpha^{-1/10} \dot{M}_{16}^{3/10} M_1^{-3/8} R_{10}^{1/8}. \quad (4.43)$$

Hierbei ist  $\dot{M}_{16}$  die Massentransferrate in  $10^{16} \text{g s}^{-1}$  und  $R_{10}$  der Radius in Einheiten von  $10^{10} \text{cm}$ . Die Scheibe ist also tatsächlich dünn. Die radiale Driftgeschwindigkeit ist ungefähr  $0.3 \text{ km s}^{-1}$ , also wesentlich kleiner als die Schallgeschwindigkeit  $c_s \approx 10 \text{ km s}^{-1}$ , während die Azimutalgeschwindigkeit  $v_\phi \approx 1000 \text{ km s}^{-1}$  stark überschall ist. Aus der Gleichung für die optische Tiefe ergibt sich, daß die Scheibe für jede vernünftige Akkretionsrate optisch dick ist. Die Scheibenmasse ergibt sich aus der Integration der Flächendichte über die ganze Scheibe. Sie liegt bei

$$M_{\text{disk}} \leq (10^{-10} M_\odot) \alpha^{-4/5} \dot{M}_{16}^{7/10}, \quad (4.44)$$

so daß sie gegenüber den Sternmassen vernachlässigbar klein ist. Die Nichtberücksichtigung von Eigengravitation der Scheibe ist also gerechtfertigt.

Für  $\alpha \leq 1$  erhalten wir vernünftige Größenordnungen für die Werte der Scheibenvariablen. Da  $\alpha$  eine beliebige Funktion von  $M$ ,  $R$  und  $\dot{M}$  sein kann, können wir jedoch nicht erwarten, daß die Shakura-Sunyaev-Lösung die Abhängigkeit der Scheibenvariablen bei Variation von  $M$ ,  $R$  und  $\dot{M}$  wiedergibt.

## 4.4 Das Scheibeninstabilitätsmodell für Zwergnovae

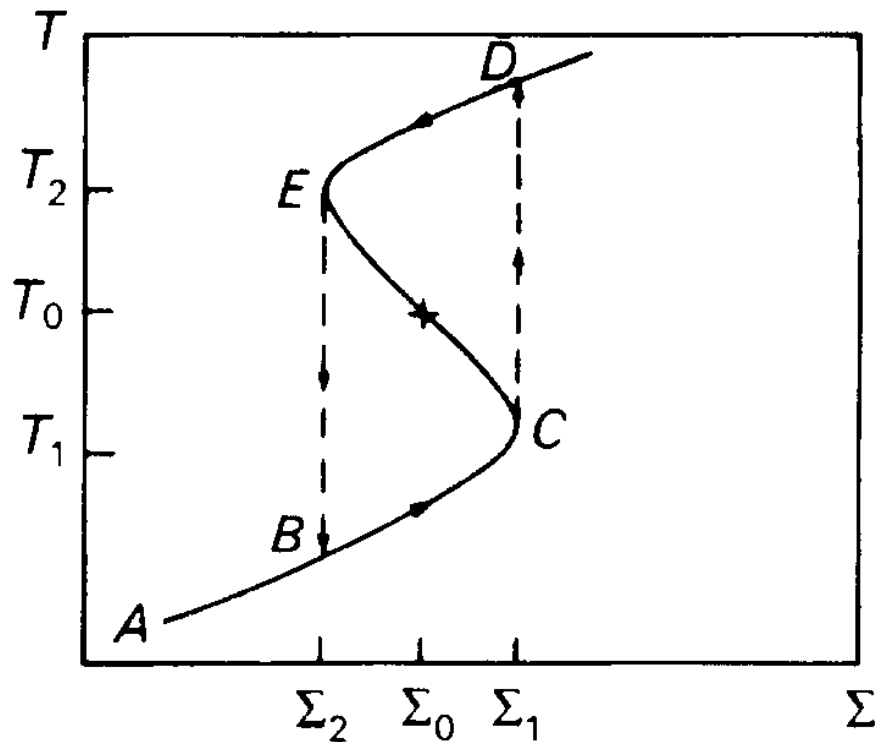
Die Theorie der dünnen Scheiben, so wie sie oben dargestellt wurde, beschreibt stationäre Scheiben. Nun zeichnen sich die Kataklysmischen Variablen im allgemeinen gerade dadurch aus, daß sie Ausbrüche haben, deren Ursprung in der Akkretionsscheibe liegt. Diese Scheiben sind also nicht über lange Zeiten stabil. Als Ursache der Ausbrüche kommen zwei Prozesse in Frage. Eine Möglichkeit ist, daß eine Massentransferinstabilität am Werk ist, d. h. die Massentransferrate erhöht sich von Zeit zu Zeit so stark, daß die Scheibe instabil wird. Die stark erhöhte Akkretionsrate auf den Primärstern setzt dann sehr viel gravitative Bindungsenergie frei, was sich als Ausbruch bemerkbar macht. Der Massentransferinstabilität kann entweder eine Instabilität im Sekundärstern selbst zugrunde liegen – etwa eine Ionisationsfront dicht unter der Sternoberfläche – oder die Einstrahlung auf die dem Primärstern zugewandte Seite des Sekundärsterns – von der Scheibe oder aus der Nähe des Primärsterns – löst einen erhöhten Massenstrom aus. Diese Modelle sind als *Mass Transfer Burst* (MTB)-Modelle bekannt und gehen ursprünglich auf Bath (1973) zurück. Das MTB-Modell trifft aber auf

einige Schwierigkeiten, so müßte z. B. die Bright Spot-Region, wo der einfallende Gasstrom auf den Rand der Akkretionsscheibe trifft, während eines Ausbruchs besonders hell sein, jedoch ist das Gegenteil der Fall. Für normale Zwergnovae wird allgemein ein anderes Modell favorisiert, nur bei den WZ Sge-Sternen (auch TOADs genannt, siehe Abschnitt 5.1.4 und Kapitel 8) kann das MTB-Modell zur Erklärung des Ausbruchsverhaltens beitragen.

Das andere Modell ist das Scheibeninstabilitätsmodell (*Disk Instability Model*, DIM). Dieses Modell geht auf Osaki (1974) zurück. Hier geht man davon aus, daß der Massentransfer vom Sekundärstern konstant ist. Die Akkretion auf den Weißen Zwerg erfolgt aufgrund einer Instabilität der Scheibe selbst. Im Ruhezustand wird das neu einströmende Gas in der Scheibe gespeichert. Wenn sich eine gewisse kritische Menge in der Scheibe angesammelt hat, kommt es zu einem Ausbruch, bei dem ein Großteil der Materie schnell vom Weißen Zwerg akkretiert wird. Die Ursache der Scheibeninstabilität war lange Zeit unklar. Meyer & Meyer-Hofmeister (1981) lösten die vertikale Scheibenstruktur unter Berücksichtigung des konvektiven Energietransports. Dabei stellte sich heraus, daß Zwergnova-Ausbrüche durch eine thermische Instabilität in der Scheibe erklärt werden können. Diese Instabilität geht auf die Ionisation des atomaren Wasserstoffs in der Akkretionsscheibe zurück, aufgrund derer sich die Opazität und dann auch die Struktur der Scheibe stark ändert. Die  $T(\Sigma)$ -Kurve, die das thermische Gleichgewicht in der Scheibe beschreibt, ist wegen dieser Instabilität S-förmig (siehe Abbildung 4.4 und Bildunterschrift dort). Zu einer gegebenen Flächendichte existieren in einem gewissen Bereich drei Lösungen, von denen eine instabil ist, die anderen beiden aber stabil. Die eine hat eine niedrige Temperatur, das entspricht der Scheibe im Ruhezustand, die zweite, heiße Lösung entspricht der Scheibe im Ausbruch. Bei entsprechender Massentransferrate vom Sekundärstern kann die Scheibe zwischen beiden Lösungen hin- und herwechseln, so kommen die Ausbruchszyklen zustande.

Die S-Kurve ist ein wichtiger Schritt zum Verständnis des Ausbruchsverhaltens von Zwergnovae, reicht aber nicht aus, um alle Merkmale zu erhellen. Zunächst gilt eine S-Kurve nur lokal für einen bestimmten Radius. Hierbei wird sowohl im heißen wie auch im kalten Zustand der gleiche Viskositätsparameter  $\alpha$  benutzt. In einer Akkretionsscheibe jedoch wird die kritische Dichte ( $\Sigma_1$  in Abbildung 4.4) bei einem bestimmten Radius zuerst erreicht. Dieses Gebiet heizt sich auf, eine Heizfront läuft durch die Scheibe und reißt die anderen Teile der Scheibe mit auf den oberen Ast der S-Kurve. Genau umgekehrt verläuft das Ende eines Ausbruchs mit der Rückkehr zum unteren Ast, wo eine Kühlwelle durch die Scheibe läuft. Die beobachteten Zeitskalen





**Abb. 4.4:** Schematische Abbildung der S-Kurve des Scheibeninstabilitätsmodells (Frank, King & Raine 1992). Aufgetragen ist die Temperatur über der Flächendichte der Scheibe. Die eingezeichnete S-förmige Kurve stellt die Gleichgewichtslösung dar. Im Rahmen des  $\alpha$ -Modells sind die Abhängigkeiten der physikalischen Größen so, daß sich für die Massentransferrate  $\dot{M}(\Sigma)$  durch die Scheibe sowie für die vertikal integrierte Viskosität  $\nu\Sigma(\Sigma)$  ähnliche S-Kurven ergeben wie für  $T(\Sigma)$ . Im Ruhezustand befindet sich die Scheibe auf dem unteren Ast des Diagramms, zwischen A und C. Die Viskosität ist klein, ebenso der Massentransport durch die Scheibe. Da vom Sekundärstern mehr Masse überströmt, als viskos durch die Scheibe transportiert wird, steigt die Flächendichte, die Scheibe wandert im Diagramm Richtung Punkt C. Ist dieser Punkt erreicht, so kann die Flächendichte nicht mehr steigen, die Scheibe entwickelt sich auf der thermischen Zeitskala Richtung Punkt D. Hier stellt sich ein neuer Gleichgewichtszustand mit höherer Temperatur und höherem Massentransport ein, was als Ausbruch zu beobachten ist. Dann läuft die Scheibe auf dem oberen Ast bis zu Punkt E, wo der Ausbruch aufhört und die Scheibe sich schnell Richtung Punkt B bewegt. Hier beginnt nun ein neuer Ausbruchszyklus, ad nauseam.

für diese Vorgänge sind mit einem konstanten  $\alpha$  nicht vereinbar, es stellt sich heraus, daß im heißen Zustand  $\alpha_{\text{hot}} \approx 0.3$  benötigt wird (Smak 1984). Der Wert  $\alpha_{\text{cold}}$  in Ruhe ist weit weniger sicher, meist wird  $\alpha_{\text{cold}} = 0.01 \dots 0.03$  verwendet, im Falle der WZ Sge-Sterne müßte allerdings  $\alpha_{\text{cold}} \leq 0.001$  sein, wenn das DIM gültig sein sollte (siehe auch Kapitel 8).

Das DIM ist weitgehend akzeptiert zur Erklärung der normalen Zwergnovaausbrüche. Einen guten Überblick über die Theorie der Zwergnovaausbrüche bietet Osaki (1996), siehe auch Warner (1995a, Kapitel 3.5).

## Kapitel 5

# Symbiotische Doppelsterne

In diesem Kapitel gebe ich einen kurzen Überblick über die verschiedenen Klassen und Unterklassen der Kataklysmischen Variablen sowie über AM CVn-Sterne und Low Mass X-ray Binaries.

Alle Kataklysmischen Variablen bestehen aus einem Weißen Zwerg, dem Primärstern, und einem leichten Hauptreihenstern späten Spektraltyps, dem Sekundärstern. Die beiden Sterne bilden ein sehr enges System, so daß die Bahnen kreisförmig sind und der Sekundärstern gebunden rotiert. „Kataklysmische Variable“ bedeutet Ausbruchsveränderliche. Die Ausbrüche, die die meisten dieser Sterne zeigen, lassen sich auf Massentransfer vom Sekundärstern zum Weißen Zwerg zurückführen. Der Sekundärstern füllt sein Roche-Volumen aus. Gas in der Nähe des inneren Lagrange-Punktes ist kaum gravitativ gebunden und kann so leicht in das Roche-Volumen des Primärsterns fließen. Sofern der Weiße Zwerg kein starkes Magnetfeld besitzt, wird das einfallende Gas eine Akkretionsscheibe um den Weißen Zwerg bilden. Diese Akkretionsscheiben sind phasenweise stabil, dann wieder instabil, und zeigen Übergänge zwischen diesen Zuständen. Damit stellen sie ein ideales „Labor“ zur Untersuchung von Akkretionsphänomenen dar.

Egal ob durch eine Akkretionsscheibe oder entlang der Magnetfeldlinien, schließlich wird ein gewisser Teil der überströmenden Materie auf der Oberfläche des Weißen Zwergs akkretiert, und im Laufe der Zeit sammelt sich genügend Wasserstoff an, um eine thermonukleare Kettenreaktion auf der Oberfläche auszulösen. Diese Explosion, die sehr viel heller ist als eine Akkretionsscheibe im Ausbruch, ist als Nova oder wiederkehrende Nova beobachtbar. Erreicht der Weiße Zwerg im Laufe der Zeit die Chandrasek-

harsche Grenzmasse, so kann er sogar zur Supernova werden. Wir sehen, die Kataklysmischen Variablen bieten etwas für jeden Geschmack.

Die Variabilität der Helligkeit auf kurzen Zeitskalen macht die Kataklysmischen Variablen zu beliebten Objekten von Amateurastronomen. Zudem haben viele Systeme Helligkeiten, die für gute Amateurteleskope zugänglich sind. Daher ist eine sehr große Fülle von Beobachtungsdaten vorhanden, die einer theoretischen Interpretation harrt.

## 5.1 Zwergnovae

Zwergnovae sind eine Untergruppe der Kataklysmischen Variablen, bei denen der Weiße Zwerg kein oder nur ein sehr schwaches Magnetfeld besitzt, so daß sich eine Akkretionsscheibe ausbilden kann. Die Massentransferraten in diesen Systemen sind in einem Bereich, bei dem eine thermische Instabilität zu Ausbrüchen der Scheibe führt (Kapitel 4.4). Dabei erhöht sich die Helligkeit der Systeme um 2 bis 5 mag, in manchen Systemen bis zu 8 mag. Die Ausbrüche erscheinen nicht periodisch, der mittlere Abstand zwischen zwei Ausbrüchen ist für jedes System charakteristisch und liegt zwischen ca. 10 Tagen und mehreren Jahrzehnten. Die Zwergnovae werden in drei oder vier Klassen unterteilt, deren Charakteristika im folgenden kurz dargestellt werden.

### 5.1.1 U Gem-Sterne

Diese Sterne werden auch teilweise als SS Cyg-Sterne bezeichnet. U Geminorum und SS Cygni sind die Namensgeber der „normalen“ Zwergnovae. Sie zeigen die oben erwähnten Ausbrüche. Die Lichtkurve von SS Cyg von 1896 bis 1992 kann in Abbildung 5.1 betrachtet werden. Die Daten stammen von Amateurastronomen. Man sieht, daß die Ausbrüche unregelmäßig erfolgen. Manchmal ist die Helligkeit in Ruhe etwas erhöht und die Ausbrüche sind kurz und schwach, z. B. 1909 oder 1981. Diese große Variabilität erschwert das theoretische Verständnis der Vorgänge in diesen Systemen ungemein. Auch wenn der grundlegende Ausbruchsmechanismus durch das Scheibeninstabilitätsmodell mit großer Sicherheit identifiziert ist, ist es zur Zeit nicht möglich, die Lichtkurve eines bestimmten Systems zu reproduzieren. Dazu sind die Modelle zu unvollständig und die Systeme zu chaotisch. Alle U Gem-Sterne haben Bahnperioden von über drei Stunden.

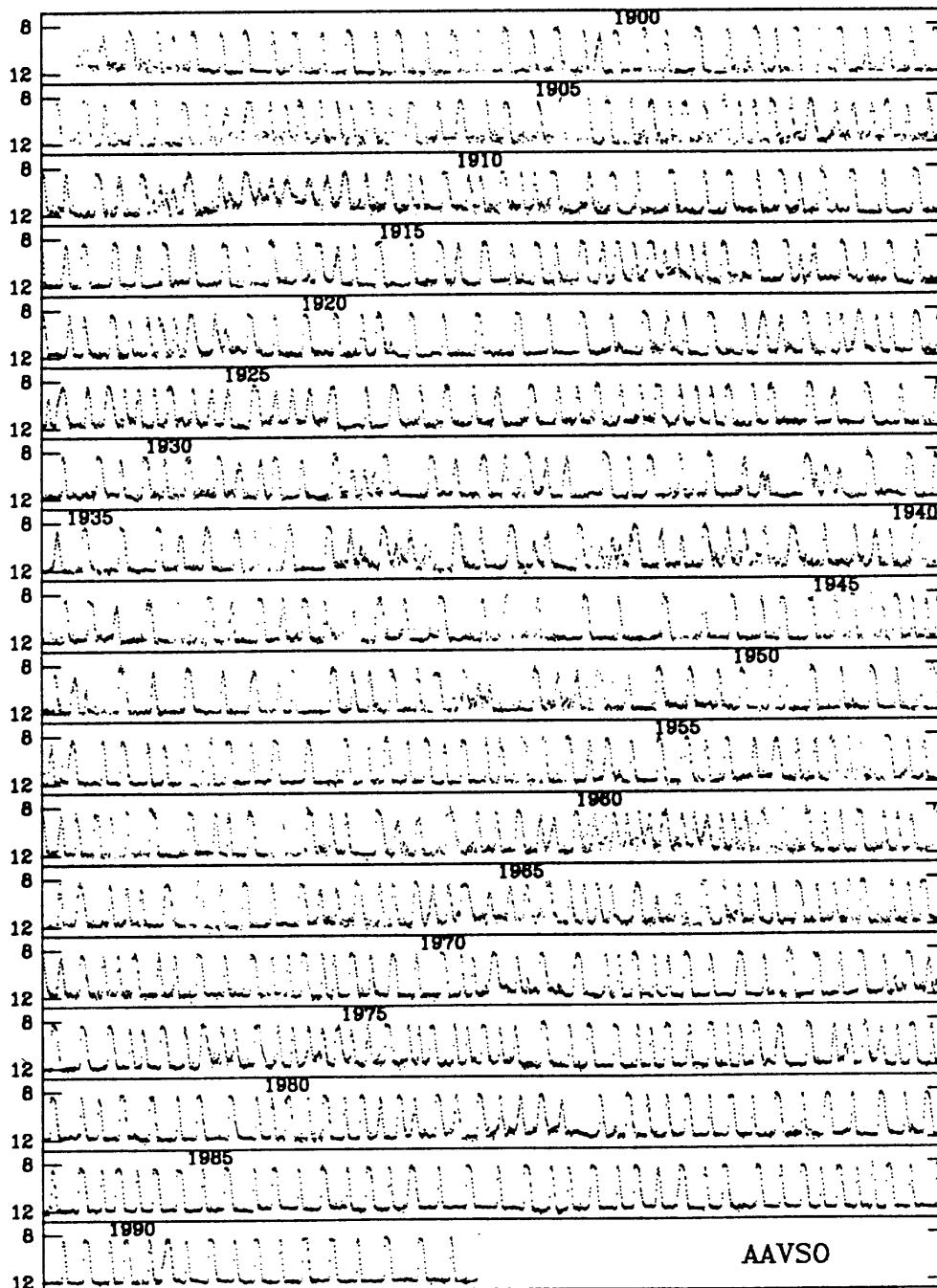
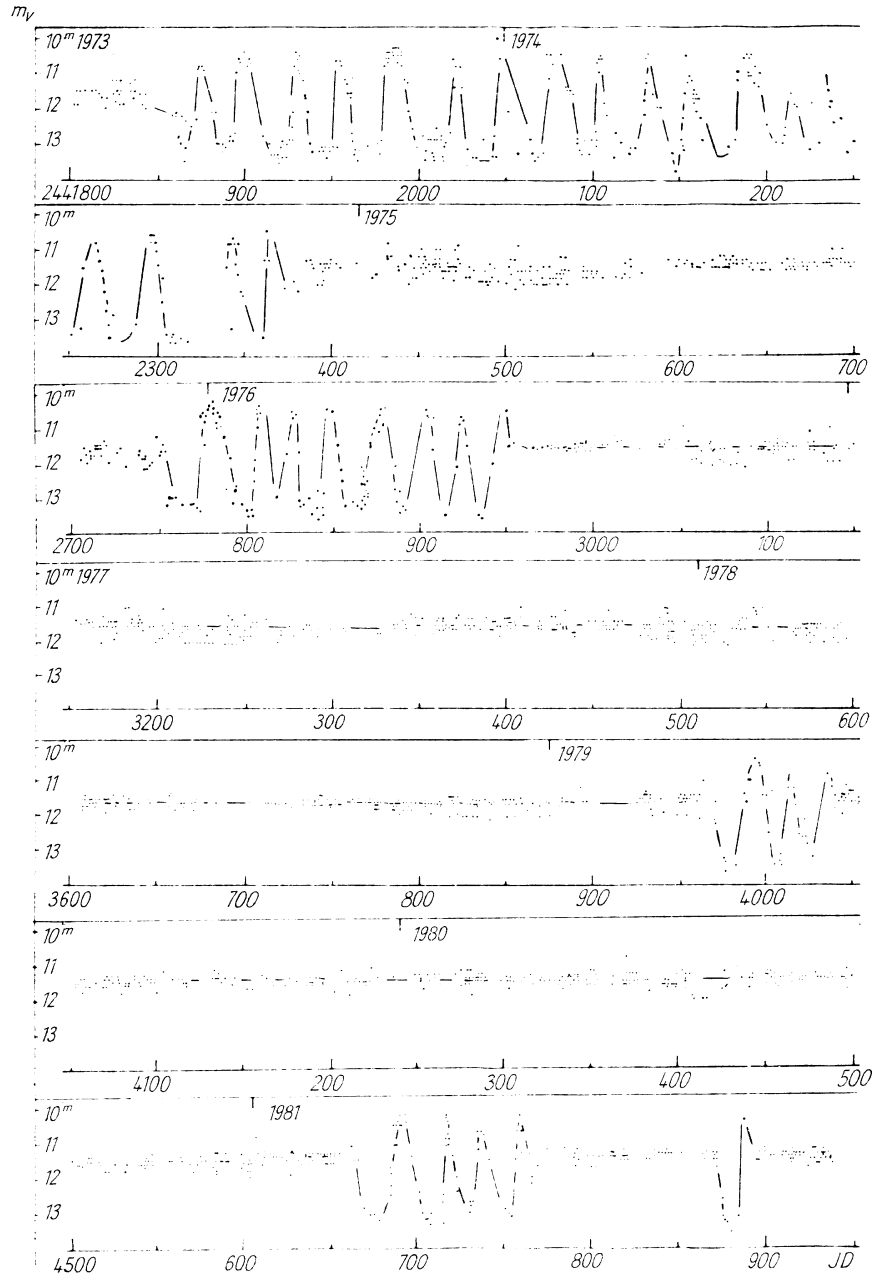


Abb. 5.1: Die Lichtkurve von SS Cygni von 1896 bis 1992. Aus Cannizzo und Mattei (1992). Meist befindet sich SS Cyg in einer Phase, in der sich lange und kurze Ausbrüche etwa gleicher maximaler Helligkeit abwechseln. Gelegentlich verfällt das System in einen Zustand erhöhter Ruhelihelligkeit und hat dann nur kurze, schwache Ausbrüche. Das kann mit wechselnden Massentransferraten zusammenhängen.

### 5.1.2 Z Cam-Sterne

Die Lichtkurve von Z Camelopardalis-Sternen sieht meist aus wie die von U Gem-Sternen, nur bleiben diese Systeme von Zeit zu Zeit bei einer mittleren

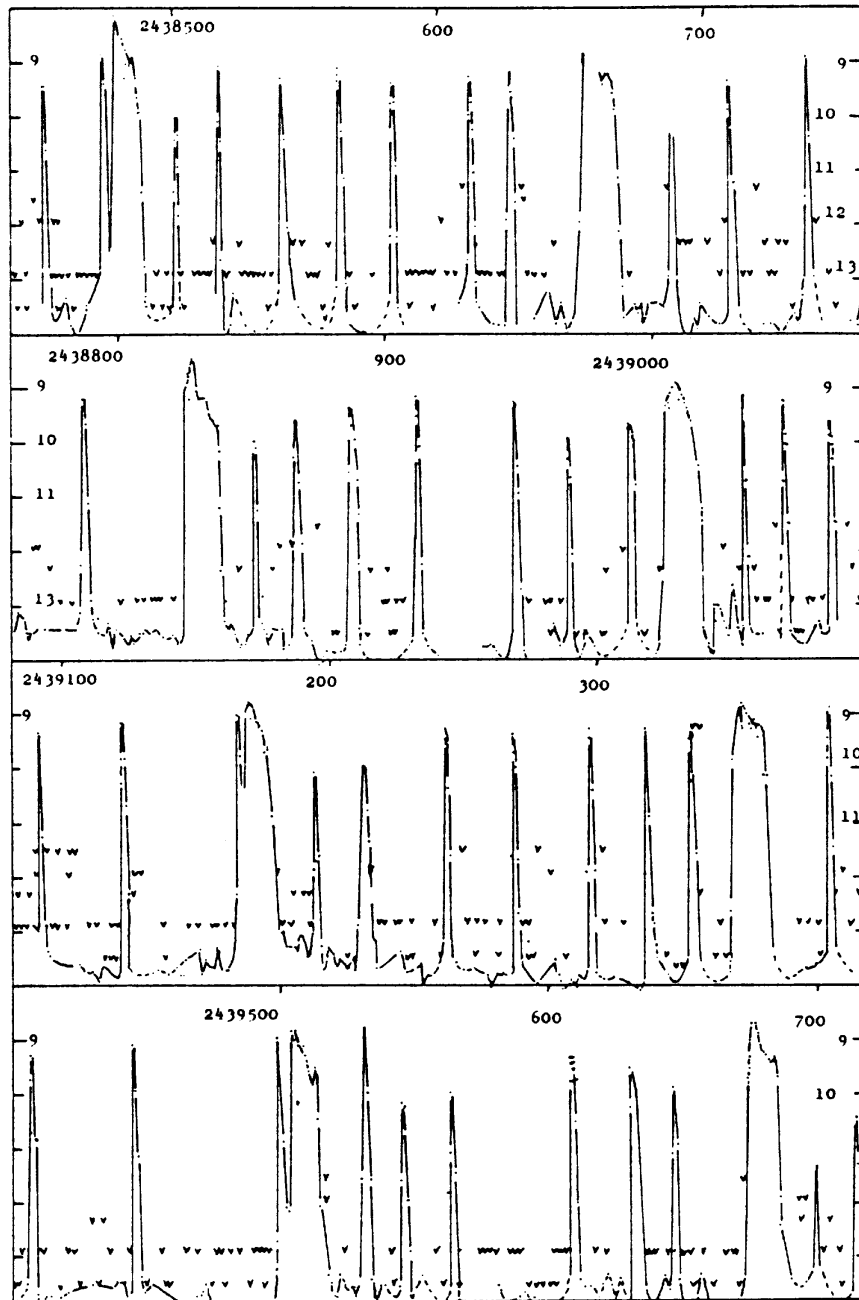


**Abb. 5.2:** Die Lichtkurve von Z Cam zwischen 1973 und 1981. Aus Hoffmeister, Richter & Wenzel (1985). Wie man sieht, können die Stillstände praktisch beliebig lang sein, auch die Phasen der Zwergnovaausbrüche schwanken stark in der Dauer. In 1981 dauerte ein Stillstand nur etwa 2 Monate, dann folgte ein einziger Ausbruch, danach verfiel Z Cam wieder in Stillstand.

Helligkeit stehen, meist beim Abklingen eines Ausbruchs, siehe Abbildung 5.2, wo die Lichtkurve von Z Cam dargestellt ist. Dieser „Stillstand“ kann 10 Tage oder einige Jahre dauern, danach zeigt die Scheibe wieder normale Zwergnovaausbrüche, als wäre nichts geschehen. Nach einem Stillstand fällt das System zunächst in Ruhe, mit nur einer beobachteten Ausnahme. Bei Z Cam selbst stieg 1959 die Helligkeit zu Ende des Stillstands an. Die 12 Z Cam-Sterne mit bekannter Bahnperiode haben alle eher lange Bahnperioden  $P_{\text{orb}} \geq 3.6 \text{ h}$ . Die Unterscheidung zwischen Z Cam-Sternen und U Gem-Sternen ist manchmal schwierig, da die Stillstände selten sein können. Alle Z Cam-Sterne haben während ihrer aktiven Phasen kurze mittlere Ausbruchintervalle von weniger als 30 Tagen, so daß alle U Gem-Sterne mit dieser Eigenschaft potentielle Z Cam-Sterne sind. Z Cam-Sterne gehören zu den hellsten Zwergnovae im Ruhezustand. Die kurze Wiederkehrzeit und die große Ruhehelligkeit lassen darauf schließen, daß die Massentransferrate eines Z Cam-Systems so groß ist, daß schon eine kleine Erhöhung ausreicht, um in einen Bereich zu kommen, wo die Scheibe thermisch stabil wird. Da die Massentransferraten von den Sekundärsternen Schwankungen unterliegen, kann das durchaus vorkommen.

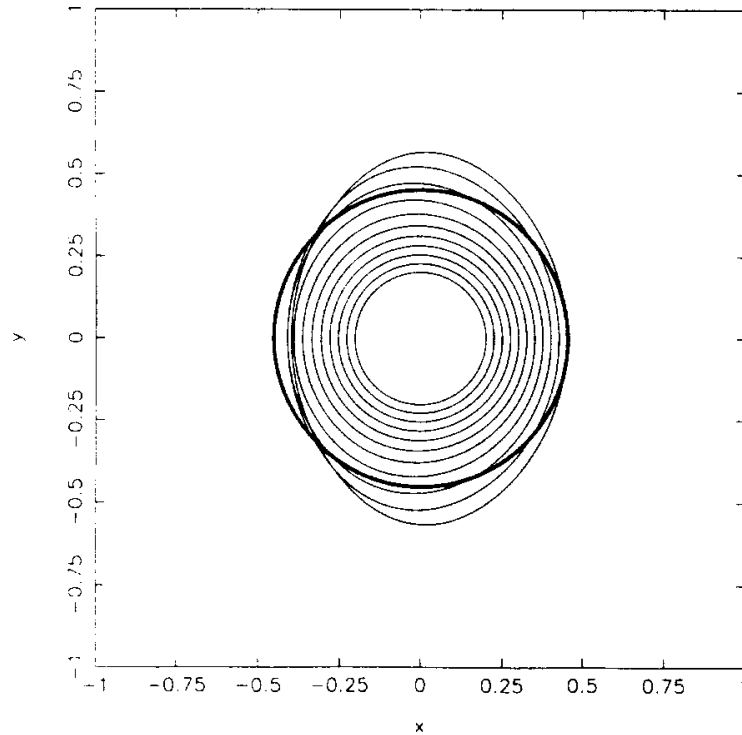
### 5.1.3 SU UMa-Sterne

SU Ursa Majoris-Sterne zeigen neben den normalen Ausbrüchen ab und zu sogenannte *Superausbrüche*, die etwa 1 mag heller sind. Außerdem entwickeln sich während des Superausbruchs die *Superhumps*, eine zusätzliche Modulation der Helligkeit mit einer Amplitude von etwa 30% und einer Periode, die um einige Prozent länger ist als die Bahnperiode. Alle SU UMa Sterne bis auf eine Ausnahme haben sehr kurze Bahnperioden von unter 2 Stunden und ein großes Massenverhältnis von mindestens 1:4. Nur TU Men liegt mit  $P_{\text{orb}} = 2.8 \text{ h}$  direkt in der Periodenlücke. Dieses System entstand vermutlich mit dieser Bahnperiode. Die Ursache für die Superhumps liegt bei den Gezeitenkräften, die der Sekundärstern auf den äußeren Bereich der Akkretionsscheibe ausübt. Erreicht die Akkretionsscheibe während eines Ausbruchs den kritischen Radius der 3:1 Resonanz, so setzt eine Gezeiteninstabilität ein. Der 3:1 Resonanzradius ist derjenige Radius, bei dem ein Teilchen auf einer Keplerbahn um den Primärstern während eines Bahnumlaufs des Sekundärsterns genau dreimal umläuft, so daß die Gezeitenkräfte des Sekundärsterns immer in die gleiche Richtung wirken. Das führt dazu, daß die Scheibe ihre fast runde Form verliert und stark exzentrisch wird. Die Scheibe präzediert dann schnell im mitrotierenden Koordinatensystem. Immer wenn der äußere



**Abb. 5.3:** Die Lichtkurve des SU UMa-Sterns VW Hyi. Aus Bateson (1977). Man kann die kurzen normalen Ausbrüche sehr schön von den langen, hellen Superausbrüchen unterscheiden. Superhumps sind in dieser Darstellung allerdings nicht erkennbar. Ebenfalls gut zu sehen ist, daß die Superausbrüche mit viel größerer Regelmäßigkeit erfolgen als die normalen. Manchmal entsteht ein Superausbruch nach einer langen Ruhephase, manchmal aber auch direkt nach einem normalen Ausbruch, noch bevor die minimale Helligkeit erreicht wurde.





**Abb. 5.4:** Einfach periodische Bahnen freier Teilchen im mitrotierenden Koordinatensystem für ein System mit Massenverhältnis  $q = 1:5$ . Bei diesem Bild befindet sich der Sekundärstern rechts. Die dicke Linie stellt die 3:1 Resonanz dar (bei diesem Radius ist die Keplerperiode  $1/3$  mal so groß wie die Bahnperiode). Die inneren Bahnen sind nahezu kreisförmig und überschneiden sich nicht. Nach außen hin werden die Bahnen senkrecht zur Verbindungslinie gestreckt und beginnen sich zu überschneiden. Aus Lubow (1991).

Teil der Scheibe am Sekundärstern vorbeizieht, wirken besonders starke Gezeitenkräfte auf das Gas. Dadurch wird Energie dissipiert und abgestrahlt. Diese zusätzliche Dissipation macht sich als Superhump in der Lichtkurve bemerkbar. Die Superhumpperiode ist für jedes System typisch, der Periodenexzeß, also der Unterschied zwischen Superhump- und Bahnperiode, liegt etwa zwischen 0.8% und 8%. Während eines Superausbruchs ändert sich sowohl die Form als auch die Periode der Superhumps.

Warum entstehen Superhumps gerade in Systemen mit kurzer Bahnperiode und hohem Massenverhältnis? Es gibt neben dem Radius der 3:1 Resonanz noch einen weiteren wichtigen Radius in diesem Zusammenhang, den Radius des letzten nichtüberschneidenden Orbits. Nahe am Weißen

Zwerg sind die Teilchenbahnen fast kreisförmig. In größerer Entfernung vom Weißen Zwerg führt der Einfluß des Sekundärsterns dazu, daß die Bahnen der Teilchen mehr und mehr elliptisch aussehen. Anders als bei Keplerbahnen steht hier jedoch der Weiße Zwerg im Mittelpunkt der Ellipse, die Achse senkrecht zur Systemachse ist verlängert. Ab einem bestimmten Radius beginnen sich die Bahnen benachbarter Teilchen zu überschneiden, siehe Abbildung 5.4. Dieser Radius stellt eine Grenze für die mögliche radiale Ausdehnung der Akkretionsscheibe dar. Das Gas in der Scheibe bewegt sich ja nicht wie unabhängige Testteilchen im Roche-Potential, sondern stellt ein hydrodynamisches Fluid dar. Bei Erreichen des kritischen Radius wird weiteres radiales Wachstum der Scheibe verhindert, da sich die Bahnen von Gasströmungen ja nicht durchdringen können. Es bildet sich dann nahe bei diesem Radius ein etwas dichter Rand, siehe auch Abbildung 6.6.

Ob die Akkretionsscheibe einer Kataklysmischen Variablen exzentrisch werden und somit Superhumps entwickeln kann, hängt vom Verhältnis der beiden obengenannten Radien ab. Ab einem Massenverhältnis von  $q \leq 0.25$  liegt der 3:1-Resonanzradius innerhalb des Radius des letzten nichtüberschneidenden Orbits und die Entwicklung von Superhumps ist somit prinzipiell möglich. In Wirklichkeit treten Superhumps auch schon bei Systemen mit weniger extremen Massenverhältnis auf, etwa ab  $q \leq 0.3$ . Das läßt sich dadurch erklären, daß der kritische Radius des letzten nichtüberschneidenden Orbits für nichtwechselwirkende Testteilchen gilt. In einer realen Akkretionsscheibe treiben Druckkräfte das radiale Wachstum etwas über den kritischen Radius hinaus an.

SPH-Simulationen von Superhumps in verschiedenen SU UMa-Systemen bestätigen das Modell einer exzentrischen, präzedierenden Scheibe sehr gut (Kunze 1996, Kunze, Speith & Riffert 1997).

#### 5.1.4 WZ Sge-Sterne (TOADs)

Man kann die SU UMa-Sterne noch weiter unterteilen. Manche Autoren führen als eigene Klasse die ER UMa-Sterne ein, das sind SU UMa-Sterne mit extrem kurzen Superzyklen. Sie haben alle 19 bis 46 Tage einen Superausbruch. Das läßt sich aber sehr schlüssig mit einer höheren Massentransferrate erklären. Mehr Sinn macht es, die WZ Sge-Sterne von den SU UMa-Sternen zu unterscheiden. Man nennt sie auch TOADs (Tremendous Outburst Amplitude Dwarf Novae, engl. toad = Kröte). Der prominenteste Vertreter dieser Klasse ist WZ Sge. Daneben gehören noch WX Cet, SW UMa und HV Vir in diese Gruppe. Sie gehören nicht nur durch das

Ausbruchsverhalten, sondern auch hinsichtlich der kürzesten Bahnperioden von nur ca. 75 bis 83.5 min zu den extremen Zwergnovae. WZ Sge bricht nur etwa alle 32 Jahre aus, dann aber immer als Superausbruch, die Ausbruchsamplitude beträgt 8 mag. Die TOADs sind jedoch im Superausbruch nicht heller als SU UMa-Sterne, ihre Helligkeit in der Ruhephase ist sehr gering. Die lange Ruhephase sowie das Fehlen normaler Ausbrüche deuten darauf hin, daß die Massentransferrate vom Sekundärstern sehr klein ist. Außerdem muß auch die Viskosität in der Ruhephase sehr viel kleiner sein als bei den anderen Zwergnovae, da sich sonst nicht so viel Masse in der Scheibe ansammeln kann, wie während des Ausbruchs akkretiert wird. Eine andere Erklärungsmöglichkeit der geringen Helligkeit ist der Einfluß des Magnetfelds des sehr schnell rotierenden Weißen Zwergs. Im Falle von WZ Sge beträgt die Spinperiode nur 28 Sekunden. Ein gegen die Rotationsachse gekipptes Dipolfeld des Weißen Zwerges kann möglicherweise einen Teil des überströmenden Gases aus dem System herausschleudern oder zumindest aus der Nähe des Weißen Zwerges fernhalten, so daß in der inneren Scheibe nie die nötige Dichte für das Einsetzen der thermischen Instabilität erreicht wird. Ein (Super)ausbruch entsteht durch eine Phase erhöhten Massentransfers, wobei der Akkretionsstrom die Magnetosphäre soweit zusammendrückt, daß die Scheibe die Sternoberfläche erreicht. Die nun einsetzende thermische Instabilität treibt den äußeren Scheibenrand nach außen, so daß die Gezeiteninstabilität einsetzt. Simulationen zu dieser Theorie werden in Kapitel 8 präsentiert.

## 5.2 Novae, Wiederkehrende Novae und Nova-Ähnliche

In diesem Abschnitt stelle ich noch die Charakteristika der anderen Klassen der nicht-magnetischen Kataklysmischen Variablen vor. Im Gegensatz zu den Zwergnovae, bei denen die Akkretionsscheibe der Ort des Ausbruchs ist, ist der Ursprung von Novaausbrüchen die Oberfläche des Weißen Zwerges. Wenn der im Laufe der Zeit akkretierte Wasserstoff eine kritische Dichte überschreitet, kommt es zu einer thermonuklearen Kettenreaktion, was als Ausbruch mit einer Helligkeitssteigerung von 6 bis 19 mag zu beobachten ist. Hierbei ist die maximale Helligkeit mit der Abklingrate des Ausbruchs korreliert. Die hellsten Novae sind die schnellsten, bei den weniger hellen, langsamen Novae können die Ausbrüche Jahre dauern. Definitionsgemäß werden Novae mit nur einem beobachteten Ausbruch als *Klassische Novae*

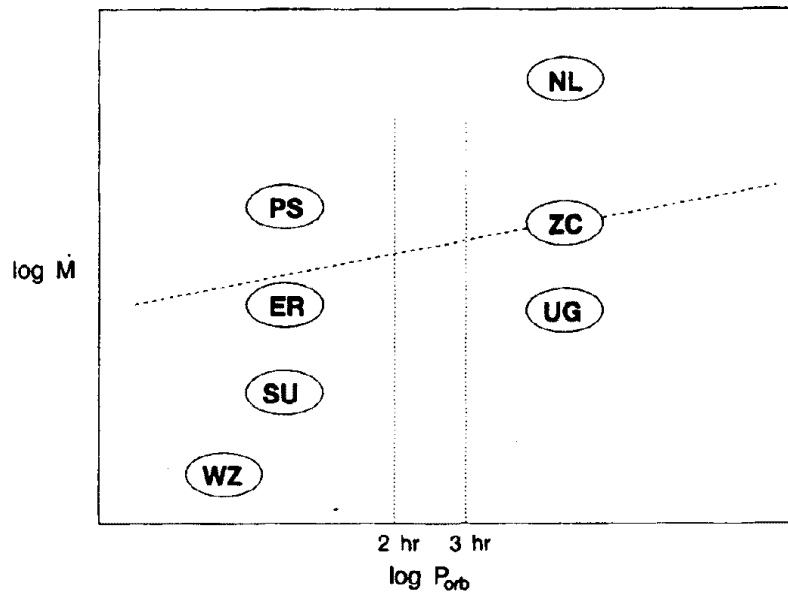
bezeichnet, solche mit mehreren beobachteten Ausbrüchen als *Wiederkehrende Novae*, wobei im ersteren Fall die Ausbrüche vermutlich im Abstand von einigen tausend Jahren erfolgen. Die Ausbrüche von Wiederkehrenden Novae kann man von Zwergnovaausbrüchen spektroskopisch dadurch unterscheiden, daß im ersteren Fall eine Hülle mit erheblicher Geschwindigkeit abgestoßen wird. Die meisten Kataklysmischen Variablen werden im Laufe der Zeit zu Novae. Nach dem Abklingen der thermonuklearen Reaktion ist der Weiße Zwerg so heiß, daß der von ihm angestrahlte Sekundärstern aus dem thermischen Gleichgewicht gebracht wird und die Massentransferrate teilweise über Jahrzehnte hin stark erhöht ist.

Nova-Ähnliche Systeme umfassen all diejenigen Kataklysmischen Variablen, die keine Ausbrüche zeigen (eigentlich ein Widerspruch in sich). Darunter fallen die eben erwähnten Post-Novae, wo die Massentransferrate so hoch ist, daß sie sozusagen ständig im Ausbruch sind, sowie die „Anti-Zwergnovae“ oder VY Scl-Sterne, die ebenfalls hohe Massentransferraten besitzen und nur gelegentlich kurz in der Helligkeit absinken, vermutlich durch eine plötzliche Verringerung des Massenstroms vom Sekundärstern.

Zu den Nova-Ähnlichen werden gewöhnlich auch die magnetischen Kataklysmischen Variablen gezählt. Bei ihnen geht die Akkretion auf den Weißen Zwerg nicht durch eine Scheibe vonstatten. Sie werden gesondert im übernächsten Abschnitt behandelt.

### 5.3 Nicht-magnetische CVs im $P_{\text{orb}}-\dot{M}$ -Diagramm

Die verschiedenen Klassen von nicht-magnetischen Kataklysmischen Variablen lassen sich in einer einheitlichen Theorie unterbringen (Osaki 1996). Danach entscheiden hauptsächlich zwei Parameter über die Zugehörigkeit zu einer bestimmten Klasse, die Bahnperiode und die Massentransferrate. Je nach deren Größe ist die Akkretionsscheibe eines Systems einer Gezeiten- bzw. einer thermischen Instabilität unterworfen. Eigentlich ist das Massenverhältnis und nicht die Bahnperiode der entscheidende Parameter, es ist aber mit der Bahnperiode korreliert. Trägt man die Daten der Kataklysmischen Variablen in ein  $P_{\text{orb}}-\dot{M}$ -Diagramm ein (Abbildung 5.5), so ergibt sich folgendes Schema. Systeme links der Periodenlücke, also mit  $P_{\text{orb}} \leq 2$  h, haben ein extremes Massenverhältnis  $q \leq 0.25$  und unterliegen somit der Gezeiteninstabilität, wohingegen Systeme rechts der Periodenlücke mit  $P_{\text{orb}} \geq 3$  h stabil gegenüber den Gezeitenkräften des Sekundärsterns sind. Bezüglich



**Abb. 5.5:** Nicht-magnetische Kataklysmische Variable im  $P_{\text{orb}}-\dot{M}$ -Diagramm. Aus Osaki (1996). Dieses schematische Diagramm versucht das unterschiedliche Ausbruchverhalten der nicht-magnetischen Kataklysmischen Variablen in einem einheitlichen Modell darzustellen. Systeme mit Bahnperioden  $P_{\text{orb}} \leq 2$  h haben alle ein hohes Massenverhältnis  $q \leq 0.25$  und unterliegen einer Gezeiteninstabilität, die zur Ausbildung von Superhumps führt. Systeme mit  $P_{\text{orb}} \geq 3$  h haben ein weniger extremes Massenverhältnis und sind stabil gegenüber Gezeitenwechselwirkungen. Es gibt fast keine Systeme mit Bahnperioden in der „Periodenlücke“ zwischen 2 und 3 h. Systeme oberhalb der schrägen gestrichelten Linie haben so große Massentransferraten, daß die Scheiben thermisch stabil sind (sie sind sozusagen immer im Ausbruch), die Systeme, die sich unterhalb der kritischen  $\dot{M}$ -Linie befinden, unterliegen der thermischen Instabilität des Scheibeninstabilitätsmodells. Die Z Cam-Sterne (ZC) liegen gerade bei der kritischen Massentransferrate, die U Gem-Sterne (UG) darunter. Nova-Ähnliche (NL), wie die VY Scl-Sterne sind sowohl thermisch als auch gezeitenstabil. Es gibt allerdings auch Beispiele von Nova-Ähnlichen mit Superhumps und Nova-Ähnliche, die während der Ruhephasen Zwergnovaausbrüche haben. Diese Gruppe ist also in Wirklichkeit etwas weiter gefaßt als in dieser Abbildung. Die „Permanenten Superhumper“ (PS) sind meist Novaüberreste mit sehr hoher Massentransferrate. Sie sind thermisch stabil, aber gezeiteninstabil. ER Uma-Sterne (ER) sind SU Uma-Sterne mit sehr kurzer Wiederkehrzeit, die SU Uma-Sterne (SU) haben eine kleinere Massentransferrate. Die WZ Sge-Sterne (WZ) liegen am unteren Ende der Massentransferraten und der Bahnperioden.

der Massentransferrate verläuft die Trennungslinie schräg ansteigend. Systeme mit einer Massentransferrate unterhalb dieser kritischen Linie sind thermisch instabil, haben also Zwergnovaausbrüche. Ist  $\dot{M}$  groß genug, so sind die Scheiben stabil und befinden sich immer auf dem oberen Ast der S-Kurve (Abschnitt 4.4). Die Zuordnung der einzelnen Klassen wird in der Bildunterschrift von Abbildung 5.5 besprochen. Dieses einheitliche Bild der verschiedenen Kataklysmischen Variablen ist ein großer Erfolg des Scheibeninstabilitätsmodells.

## 5.4 Magnetische Systeme

Vermutlich spielen Magnetfelder bei praktisch allen Kataklysmischen Variablen eine wichtige Rolle. So kann man davon ausgehen, daß die Sekundärsterne aufgrund ihres Magnetfelds Sternflecken haben, so daß der Massenstrom über den  $L_1$ -Punkt variiert, wenn sich ein gerade ein (kühler) Sternfleck darüber schiebt. Der Ursprung der turbulenten Viskosität in der Scheibe kann mit Magnetfeldern zusammenhängen. Balbus & Hawley (1991) entdeckten, daß eine schwach magnetisierte Scheibe einer Scherinstabilität unterliegt, die zu Turbulenz führt. Die Magnetfelder in der Scheibe, die dazu nötig sind, können mit dem Gasstrom durch die  $L_1$ -Region mitgerissen werden.

In manchen Kataklysmischen Variablen ist jedoch das Magnetfeld des Weißen Zwergs so stark, daß die Ausbildung einer Akkretionsscheibe ganz oder teilweise verhindert wird. Diese Systeme teilen sich in zwei Gruppen auf, Polare und Intermediäre Polare.

Bei den *Polaren*, auch AM Her-Sterne genannt, besitzt der Weiße Zwerg ein derart starkes Magnetfeld, daß er gebunden rotiert. Der Name „Polare“ stammt von dem zirkular und linear polarisierten Licht, dessen Grad an Polarisation mit der Bahnperiode variiert. Die aus der Polarisation abgeleitete Magnetfeldstärke ist im Falle von AM Her 40 MG. So ein starkes Feld kann nur der Primärstern besitzen. Daraus ergibt sich folgendes Modell für die Akkretion auf den Weißen Zwerg. Der Akkretionsstrom vom  $L_1$ -Punkt fällt auf einer ballistischen Bahn in das Roche-Volumen des Primärsterns, bis sich ein Gleichgewicht einstellt zwischen dem Staudruck (engl. ram pressure) des Gases  $p_{\text{ram}} = \rho v^2/2$  und dem magnetischen Druck  $p_{\text{mag}} = B^2/8\pi$ , den das Magnetfeld auf das Plasma ausübt. In dieser Stagnationsregion wird der ballistische Fall abgebremst, das Gas strömt dann entlang der Magnetfeldlinien zu einem oder beiden magnetischen Polen des Weißen Zwerges.

Die *Intermediären Polare* haben Primärsterne mit schwächeren Feldern, so daß der Weiße Zwerg nicht zu gebundener Rotation gezwungen ist. Auch ist die Magnetosphäre hier kleiner als der Zirkularisationsradius, so daß sich zumindest teilweise eine Akkretionsscheibe ausbilden kann. Jedoch ist das Magnetfeld des Weißen Zwerges stark genug, um ähnlich wie bei den Polen die Akkretion auf die Oberfläche entlang der Magnetfeldlinien auf die Magnetpole zu bündeln.

Abschließend sei nochmals bemerkt, daß alle Kataklysmischen Variablen früher oder später als Nova ausbrechen werden. Im Falle des AM Her-Sterns V1500 Cyg wurde dies tatsächlich als Nova Cygni 1975 beobachtet.

## 5.5 AM CVn-Sterne

Die AM Canum Venaticorum-Sterne bilden eine weitere Gruppe massetransferierender enger Doppelsterne. Manchmal werden sie als Extremfall zu den Kataklysmischen Variablen dazugerechnet, manchmal auch als eigene Art geführt, die Ähnlichkeiten zu den CVs zeigt.

Wie dem auch sei, in jedem Fall ist der Akkretor ein Weißer Zwerg. Die Sekundärsterne von Kataklysmischen Variablen sind Hauptreihensterne, bei den AM CVn-Sternen sind auch die Sekundärsterne entartet, zumindest die Kerne. Bisher sind 6 solche Systeme bekannt. Ihre charakteristischen Merkmale sind photometrische Variationen auf sehr kurzen Zeitskalen von 1000 bis 3000 Sekunden sowie reine Heliumspektren ohne Anzeichen von Wasserstoff. Die Natur der AM CVn-Sterne war lange ein Rätsel. Warner (1972) und Warner & Robinson (1972) fanden Flackern in AM CVn und CP Com, ein Zeichen von Materietransfer in engen Binärsystemen. Die AM CVn Sterne bestehen aus zwei Helium-Weißen Zwergen, wobei die leichtere Komponente ihr Roche-Volumen ausfüllt (Warner 1995b). Daher rühren die extrem kurzen Bahnperioden von teilweise unter 20 min. Wie bei normalen Kataklysmischen Variablen kommt es zu einem Materiestrom über den inneren Lagrange-Punkt, so daß sich eine Helium-Akkretionsscheibe um den Primärstern ausbildet. Tsugawa und Osaki (1997) haben gezeigt, daß solche Heliumscheiben einer thermischen Instabilität unterworfen sind, analog zu den Scheiben in Zwergnovae. Im Maximum zeigen die Spektren der Systeme breite HeI Linien in Absorption, im Minimum in Emission, was einer heißen, optisch dicken, bzw. einer kühlen, optisch dünnen Akkretionsscheibe entspricht.

Je nach Bahnperiode, Massenverhältnis und Massentransferrate bilden

die AM CVn-Sterne die Heliumvariante der entsprechenden Klasse der Kataklysmischen Variablen. AM CVn und HP Lib (EC 15330-1403) besitzen die kürzesten Bahnperioden und wurden immer in einem Zustand großer Helligkeit beobachtet. Sie entsprechen CVs mit hoher Massentransferrate, die ständig im Ausbruch sind, etwa Novaüberresten, wo der Sekundärstern durch Einstrahlung des heißen Weißen Zwergs stark aufgeheizt wird. Bei GP Com sind keine Ausbrüche beobachtet worden, die Massentransferrate scheint dafür zu klein zu sein. Die drei anderen Mitglieder dieser Gruppe, CR Boo, V803 Cen und CP Eri, zeigen große irreguläre Helligkeitsschwankungen. CR Boo zeigt Superhumps während der hellen Phasen und hat kurze Ausbrüche, wenn die Helligkeit klein ist. Dieses System ähnelt einem ER UMa-Stern. Die anderen beiden Sterne ähneln den VY Scl-Sternen (Anti-Zwergnovae), die gelegentlich ein Absinken der Helligkeit zeigen, wahrscheinlich verursacht durch eine verminderte Massentransferrate vom Sekundärstern.

Durch Hochgeschwindigkeitsphotometrie wurden vielfältige Periodizitäten entdeckt, besonders bei AM CVn selbst. Als Bahnperiode wurde das sehr stabile, wenn auch schwache Signal bei 1029 Sekunden identifiziert (Solheim et al. 1991). Das meist stärkste Signal bei 1051 Sekunden (Ostriker & Hesser 1968) wird als Superhumpperiode einer präzedierenden, exzentrischen Akkretionsscheibe interpretiert. Hinweise darauf sind das starke Auftreten mindestens der 2. bis 5. harmonischen Frequenzen dieses Signals, was typisch ist für Superhumper, sowie vor allem die Entdeckung einer Periodizität in der Lichtkurve bei 13.38 h (Patterson, Halpern & Shambrook 1993). Das entspricht genau der Periode der Schwebung der Superhumpperiode und der Bahnperiode und wurde auch bei SU UMa-Sternen im Superausbruch beobachtet. Anders als bei den SU UMa-Sternen ist hier die Massentransferrate hoch genug, um die Akkretionsscheibe ständig im Ausbruch zu halten. Das Äquivalent zu AM CVn unter den Kataklysmischen Variablen ist ein System wie CP Pup, der Überrest der Nova Pup 1942, wo die photometrische Periode 8% länger ist als die Bahnperiode. Auch hier ist das System aufgrund der hohen Massentransferrate sozusagen im Superausbruch gefangen. Simulationen der Helium-Akkretionsscheiben von AM CVn und CR Boo finden sich in Kapitel 7.



## 5.6 Systeme mit einem Neutronenstern

Eine weitere Klasse von Sternen ist mit den Kataklysmischen Variablen verwandt, die *Low Mass X-ray Binaries*, kurz LMXBs. Hier besitzt ein symbiotisches Doppelsternsystem statt eines Weißen Zwergs einen Neutronenstern als Primärstern. Wie der Name schon andeutet, treten diese Systeme vor allem als Röntgenquellen in Erscheinung. Genau wie bei den Kataklysmischen Variablen ist hier der Sekundärstern massearm und trägt wenig zur Helligkeit im Optischen bei. Bei den LMXBs ist es sogar eher ein Problem, den Sekundärstern überhaupt zu beobachten.

Naiv könnte man annehmen, daß auch bei den LMXBs im Optischen die Scheibe dominiert und die Struktur der Akkretionsscheibe ähnlich zu der bei den Kataklysmischen ist. Jedoch sind die LMXBs im Optischen etwa 100 mal heller, so daß sicherlich andere Effekte eine wesentliche Rolle spielen. Bei der Akkretion auf die Neutronensternoberfläche wird sehr viel harte Röntgenstrahlung frei, die in der Akkretionsscheibe reprozessiert wird und die Struktur der Scheibe stark beeinflusst. Für unsere Untersuchung ist jedoch nur ein Aspekt der LMXBs wesentlich, nämlich daß viele dieser Systeme, die wir unter einer hohen Inklination sehen, in ihren Röntgenspektren bei bestimmten Bahnphasen sog. Absorptionsdips (engl. dip = Senke) zeigen. Sie werden daher auch „X-ray dipper“ genannt. Auch manche Zwergnovae, etwa U Gem, zeigen solche Dips im UV. Die Inklination der Systeme, die solch ein Verhalten zeigen, läßt darauf schließen, daß sich absorbierendes Material einige Skalenhöhen über der Scheibenoberfläche befinden muß. Da die Absorptionsdips etwa bei Bahnphase 0.7 auftreten, also etwas Stromabwärts vom Bright Spot aus gesehen, könnte es sich um Material aus dem Akkretionsstrom handeln, das durch die Wechselwirkung mit dem Scheibenrand vertikal abgelenkt wurde. Dieses Phänomen ist der Ausgangspunkt der Simulationen der Strom-Scheibe-Wechselwirkung, die im nächsten Kapitel präsentiert werden.



## Kapitel 6

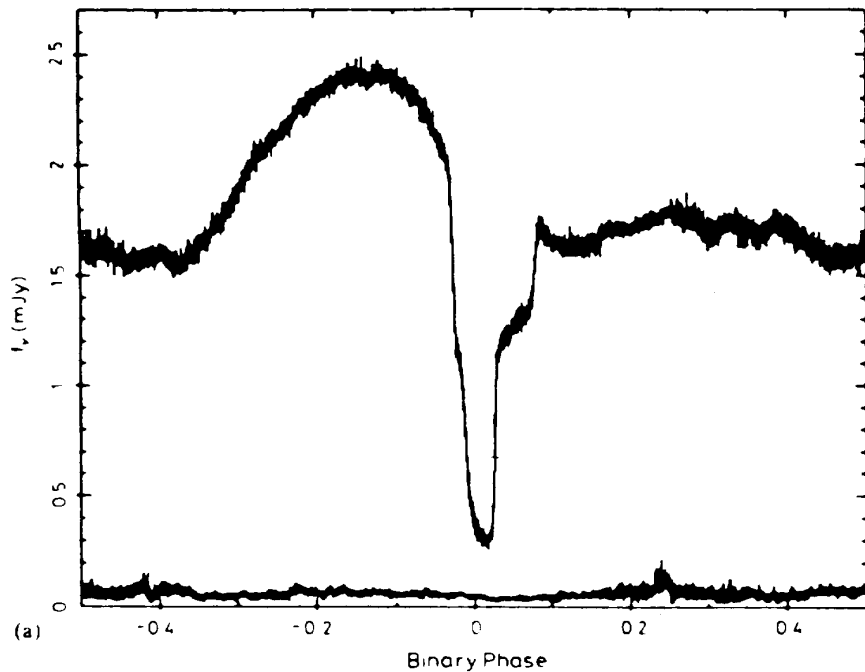
# Simulationen der Strom- Scheibe-Wechselwirkung

Bei den Zwergnovae dominiert oft die Akkretionsscheibe die optische Lichtkurve. Bei manchen Systemen ist die Region, in der der einfallende Gasstrom vom Sekundärstern auf den Rand der Scheibe trifft, sogar heller als die Scheibe, zumindest im Ruhezustand. Sowohl der Akkretionsstrom als auch der Rand der Scheibe stellen hochgradige Überschallströmungen dar, daher erwartet man, daß sich zwei Schockfronten in der Auftreffzone bilden.

Bei vielen Zwergnovae hoher Inklination kann diese Region, die „Bright Spot“ genannt wird (früher war die Bezeichnung „Hot Spot“ gebräuchlich, die Region ist aber im Vergleich zum Inneren der Scheibe nicht heiß), als „Bahnhump“ (dt. Höcker) kurz vor der Bedeckung des Weißen Zwerges in der Lichtkurve beobachtet werden, siehe Abbildung 6.1.

Mittels Bedeckungsanalyse und Eclipse Mapping-Methoden wurden der Ort und die Größe des Bright Spot für verschiedene Systeme gefunden, siehe Warner (1995a, Kapitel 2.6.5). Im allgemeinen stellt sich der Bright Spot als eine längliche Region entlang des Scheibenrandes dar. Seine Winkelausdehnung beträgt zwischen  $7^\circ$  und  $40^\circ$ , je nach System und augenblicklichem Zustand. Cook & Warner (1984) schlossen aus Bedeckungsprofilen von Z Cha, daß der Bright Spot bis ins Innere der Scheibe reicht und daher durch einen Scheibenüberstrom verursacht werden muß.

Aus dem großen Bereich, in dem die Größe, der Ort und die Intensität des Bright Spot variieren, kann man bereits schließen, daß die zugrundeliegende Physik recht komplex sein wird und nur durch numerische Simulationen



**Abb. 6.1:** Die Bahnlichtkurve der doppelbedeckenden Zwergnova Z Cha. Die Bedeckung ist zweistufig, sowohl der Weiße Zwerg als auch der Bright Spot sowie zumindest die inneren Teile der Akkretionsscheibe verschwinden während des Bahnumlafs hinter dem Sekundärstern. Besonders schön ausgeprägt ist in diesem System der Bahnhump kurz vor der Bedeckung. Dieses Licht stammt vom Bright Spot. Aus Wood et al. (1986).

angegangen werden kann. In direktem Zusammenhang mit dem Bright Spot steht die Frage, wie viel des einfallenden Gasstroms am Rand der Scheibe gestoppt wird und im äußeren Bereich der Scheibe verbleibt, und ob und wieviel Materie des Stroms über und unter der Scheibenebene direkt zu inneren Bereichen der Scheibe fließen kann.

Von Beobachterseite her gibt es mehrere Hinweise, daß der Scheibenüberstrom in Kataklysmischen Variablen und Low Mass X-ray Binaries tatsächlich eine Rolle spielt.

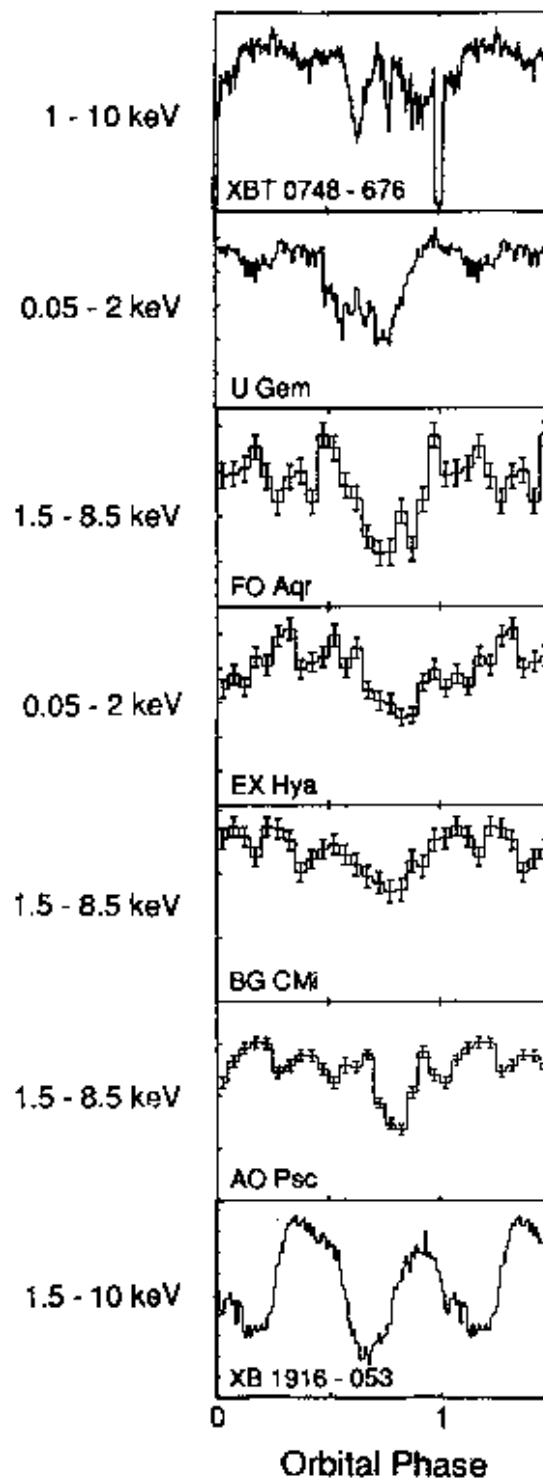
In Kataklysmischen Variablen zeigt sich der Akkretionsstrom direkt durch seine Geschwindigkeit in Dopplerkarten und phasenaufgelösten Spektren. Beispiele finden sich in Lubow (1989), Shafter, Hessman & Zhang (1988) oder Hellier & Robinson (1994). Außerdem kann man in vielen Kataklysmischen Variablen und LMXBs sogenannte Absorptionsdips bei Bahnphase 0.7 im Röntgen- und UV Bereich beobachten. Manche Systeme zeigen noch einen weiteren, flacheren Dip bei Bahnphase 0.2. Die Dips bei 0.7 können durch

überströmendes Gas aus dem Akkretionsstrom verursacht werden, falls das Material eine Höhe von einigen Skalenhöhen über der Scheibenoberfläche erreicht, nachdem es den Schock am Bright Spot durchlaufen hat. Für den zweiten Dip bei Phase 0.2 gibt es bisher kein überzeugendes Modell. In Abbildung 6.2 sieht man Beispiele von Absorptionsdips in einigen LMXBs, Intermediären Polaren und Zwergnovae.

Die Hydrodynamik des einfallenden Gasstroms wurde von Lubow & Shu (1975, 1976) sehr detailliert beschrieben. Sobald die Massentransferrate vom Sekundärstern bekannt ist, kann man zusammen mit den Sternmassen und der Bahnperiode die Trajektorie des Gasstroms bestimmen, ebenso die Zentraldichte des Stroms sowie die horizontale und die vertikale Skalenhöhe. Lubow & Shu (1976) waren die ersten, die auf die Möglichkeit eines Strom-Scheibe-Überstroms hingewiesen haben. Livio et al. (1986) führten dreidimensionale Simulationen des Strom-Scheibe-Überstroms mittels einer Particle-In-Cell-Methode mit eher geringer räumlicher Auflösung und stark vereinfachter Physik durch. Sie fanden, daß ein Überstrom in Abhängigkeit von der Scherviskosität auftritt.

Armitage & Livio (1996, 1998) machten hydrodynamische Simulationen der Strom-Scheibe-Wechselwirkung sowohl mit einem SPH-Code als auch mit einem gitterbasierten Code. Die SPH-Simulationen, die mit einer isothermen Zustandsgleichung durchgeführt wurden, liefern einen starken Überstrom von einfallendem Material über die Scheibe. Dieser Überstrom könnte die Absorptionsdips bei Bahnphase 0.7 erklären. Sie finden jedoch keinerlei Absorption bei Bahnphase 0.2. Die späteren gitterbasierten Simulationen sind auf eine kleine Region um den Bright Spot herum beschränkt. Die Überstromrate hängt stark von der Effizienz der Kühlung des schockgeheizten Gases ab. Bei effizienter Kühlung kann ein Teil des Stroms auf ballistischen Bahnen zum Inneren der Scheibe fließen, wohingegen bei ineffizienter Kühlung ein mehr explosionsartiges Verhalten des Stroms am Auftreffpunkt mit der Scheibe beobachtet wird, so daß sich danach kein eindeutiger Strahl mehr ausmachen läßt. Das Gas expandiert vielmehr in alle Richtungen nach dem Aufprall.

Hessman (1999) benutzte vertikale Scheibenstrukturen aus  $\alpha$ -Scheibencodes und Stromstrukturen nach Lubow & Shu (1976), um die relativen Skalenhöhen von Strom und Scheibe in verschiedenen Systemen abzuschätzen. Er fand, daß der Anteil des überströmenden Materials stark vom thermischen Zustand der Scheibe abhängt, mehr als von der Bahnperiode oder der Viskosität. Kalte, optisch dicke Scheiben im Ruhezustand können Überstromraten von bis zu 10 Prozent haben.



**Abb. 6.2:** Über die Bahnphase gefaltete Röntgenlichtkurven der Low-Mass X-ray Binaries XBT 0748-676 und XB 1916-053, der Zwergnova U Gem sowie der Intermediären Polare FO Aqr, EX Hya, BG CMi und AO Psc. Man sieht die Röntgenabsorptionsdips um Bahnphase 0.7 sowie einen zweiten Dip um Phase 0.1 . . . 0.2 in FO Aqr und XB 1916-053. Aus Hellier, Garlick & Mason (1993).

Was bisher noch nicht gemacht wurde, sind numerische Simulationen der Strom-Scheibe-Wechselwirkung mit einer großen räumlichen Auflösung, sowie Simulationen, die das weitere Schicksal des geschockten Gases nach dem Aufprall untersuchen. Dazu ist es nötig, im vollen Roche-Potential zu simulieren. Was ebenfalls noch nicht gemacht wurde, sind Simulationen, die einen großen Bereich an Bahnperioden, Massenverhältnissen und Massenüberstromraten abdecken. Diese Lücke soll hiermit geschlossen werden.

## 6.1 Der Überstrom über den inneren Lagrange-Punkt

Leider ist es nicht möglich, den durch den inneren Lagrange-Punkt tretenden Akkretionsstrom selbstkonsistent zu modellieren. Um den Massenverlust des Sekundärsterns richtig zu simulieren, wäre es nötig, den gesamten Sekundärstern aus SPH-Teilchen unter Berücksichtigung der Eigengravitation sowie der Gezeitenkräfte des Primärsterns aufzubauen. Die hierbei für eine genügend große Auflösung nötige Teilchenzahl ist sehr hoch.

Stattdessen benutze ich die theoretischen Ergebnisse von Lubow & Shu (1975, 1976). In ihrem ersten Artikel stellen sie ein semianalytisches Modell des Massenverlustmechanismus des Sekundärsterns vor. Dabei wird eine isotherme Strömung vorausgesetzt. Im zweiten Artikel wird die vertikale Struktur des Stroms untersucht. Lubow & Shu finden, daß der Strom aufgrund der Trägheit des Gases nicht schnell genug auf die Veränderung der Gravitation reagieren kann, während das Gas in das Roche-Volumen des Primärsterns fällt. Es herrscht daher kein hydrostatisches Gleichgewicht im Strom, sowohl die Skalenhöhe als auch die Skalenbreite des Stroms übertreffen ihre hydrostatischen Werte. Hessman (1999) stellt analytische Näherungen an die Ergebnisse von Lubow & Shu vor, die ich benutze, um den Akkretionsstrom in den Simulationen nachzubilden.

Die grundlegenden Parameter für den Akkretionsstrom sind das Massenverhältnis des Systems<sup>1</sup>,  $q = M_2/M_1$ , und der Skalenparameter

$$\varepsilon = \frac{c_s(T_2)}{a\Omega}. \quad (6.1)$$

Die Größe  $\varepsilon$  ist das Verhältnis der isothermen Schallgeschwindigkeit an der Oberfläche des Sekundärsterns und der Bahngeschwindigkeit  $a\Omega$  des Systems, wobei  $a$  der Sternabstand und  $\Omega$  die Winkelgeschwindigkeit ist.

---

<sup>1</sup>In der Literatur wird das Massenverhältnis genausooft andersherum definiert.

Ich benutze die folgenden Näherungen (Hessman 1999) für die vertikale ( $H_s$ ) und horizontale ( $W_s$ ) Skalenhöhe des Stroms:

$$H_s(R, q, a) \approx h_1(R/a) \cdot h_2(q) \cdot a\varepsilon \quad (6.2)$$

$$W_s(R, q, a) \approx w_1(R/a) \cdot w_2(q) \cdot a\varepsilon \quad (6.3)$$

mit den Polynomnäherungen

$$h_1(R/a) = 0.06 + 3.17 \frac{R}{a} - 2.90 \left( \frac{R}{a} \right)^2 \quad (6.4)$$

$$w_1(R/a) = 0.084 + 3.09 \frac{R}{a} - 3.08 \left( \frac{R}{a} \right)^2 \quad (6.5)$$

für  $h_1$  und  $w_1$ , und den Exponentialnäherungen

$$h_2 = q^{-0.11} \quad (6.6)$$

$$w_2 = q^{-0.15}, \quad (6.7)$$

wobei  $R$  den Abstand zum Weißen Zwerg darstellt. Diese Näherungen gelten für  $0.05 \leq q \leq 0.5$ . Die Massenverhältnisse der Systeme, die ich für die Simulationen benutze, passen gut in diesen Bereich.

Der Akkretionsstrom wird folgendermaßen aufgesetzt: Die Massentransferrate und die Zahl der eingefütterten Teilchen je Umlauf sind Eingabeparameter, die Teilchenmasse wird daraus bestimmt. Wenn man naiv die Teilchen mit zufälliger thermischer Geschwindigkeit am  $L_1$ -Punkt einsetzt, so fällt etwa die Hälfte zurück zum Sekundärstern. In Wirklichkeit stellt der  $L_1$ -Punkt eine Art Düse dar, so daß der Gasstrom beim Übertritt Überschallgeschwindigkeit erreicht. Man kann die Teilchen also mit entsprechender Geschwindigkeit in Richtung des Primärsterns einsetzen. Hier werden sie erst ein bißchen stromabwärts eingesetzt, und zwar so daß die Mitte des Stroms auf der berechneten Einteilcentrajektorie liegt. Die Geschwindigkeit wird entsprechend der Geschwindigkeit eines freifallenden Teilchens bestimmt, die vertikalen und horizontalen Dichteprofile des Stroms sind gaußförmig, in Übereinstimmung mit den Gleichungen 6.2 und 6.3.

## 6.2 Der Aufbau der Akkretionsscheibe

Um eine vernünftige räumliche Auflösung zu erhalten, sollte die Scheibe aus mindestens 50 000 Teilchen bestehen. Wenn man die Simulation einfach



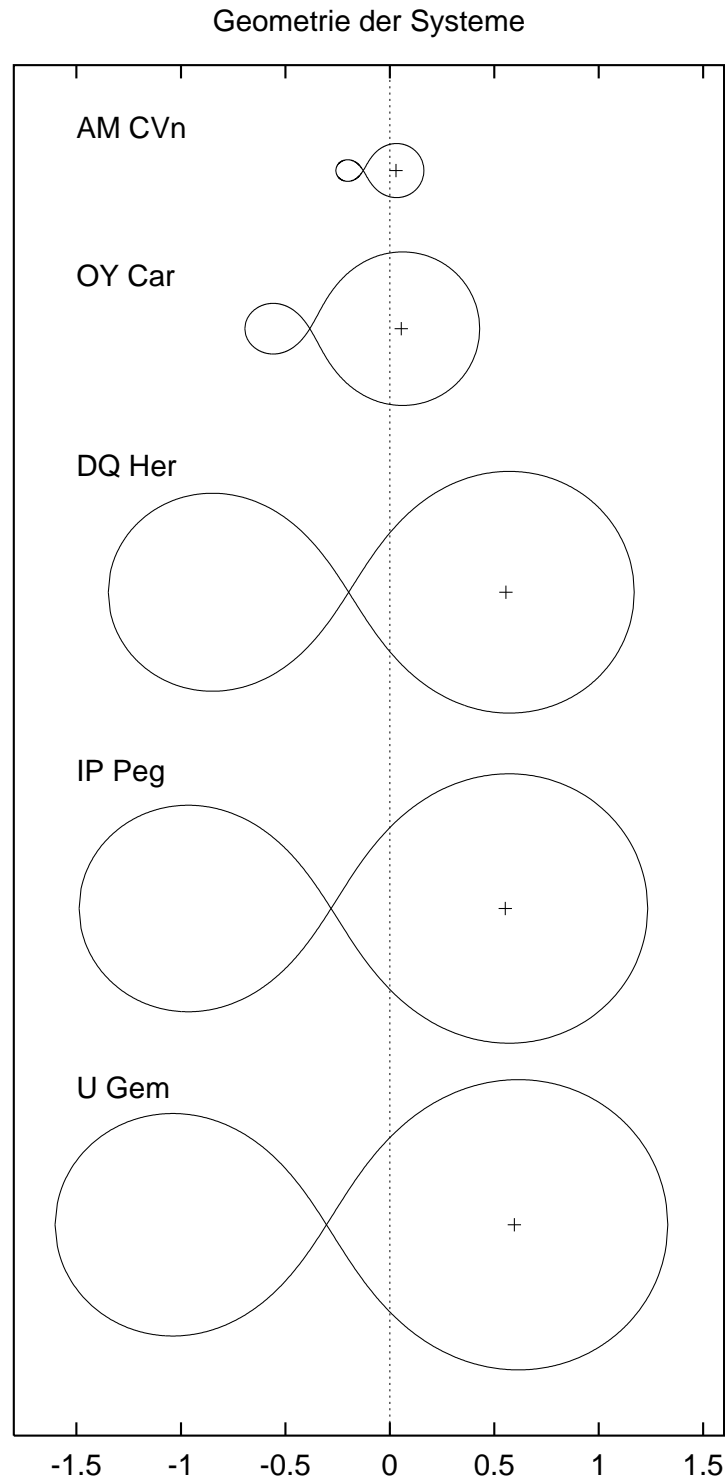
mit einer leeren Scheibe beginnt und dann wartet, bis sich eine Art quasi-stationärer Zustand einstellt, braucht die Simulation viel zu lange, als daß man irgendwelche Parameterstudien durchführen könnte.

Dieses Problem kann umgangen werden, indem man eine Eigenschaft der SPH-Methode ausnutzt. Man muß sich vor Augen halten, daß die SPH-Teilchen ja tatsächlich Integrationspunkte des numerischen Verfahrens darstellen und nicht direkt als Fluidteilchen zu interpretieren sind. Daher hat man die Freiheit, eine gegebene SPH-Teilchenverteilung durch eine andere, äquivalente zu ersetzen, die die gleiche physikalische Situation beschreibt – immer in der Genauigkeit der Ordnung des Verfahrens, versteht sich. Ich nutze diese Eigenschaft, indem die Simulation mit nur wenigen Teilchen mit relativ großer Smoothing Length gestartet wird. Nach etwa 100 Bahnperioden stellt sich ein quasi-stationärer Zustand ein, in dem die Akkretionsrate auf den Primärstern ungefähr der Massentransferrate vom Sekundärstern entspricht. Mit den von mir verwendeten Parametern enthält die Scheibe dann typischerweise etwa 5 000 Teilchen. Auf einer schnellen Workstation dauert es nur ein paar Tage, bis dieser Zustand erreicht ist.

Der Trick ist jetzt, daß einfach eine bestimmte Anzahl von Datensätzen von verschiedenen Zeitpunkten zu einem neuen Datensatz verschmolzen werden. Die einzelnen Datensätze sollen zeitlich so eng beisammen liegen, daß sie den gleichen Zustand der Scheibe beschreiben, jedoch soweit voneinander entfernt, daß die einzelnen Teilchenpositionen von Datensatz zu Datensatz nicht mehr korreliert sind. Da die Strömung in der Scheibe durch die Keplerbewegung des Gases um den Weißen Zwerg dominiert wird, ist ein schneller Verlust von Teilchenkorrelationen sichergestellt. In der Praxis stellt sich heraus, daß Datensätze im Abstand von  $1/10$  Bahnperiode die Bedingungen sehr gut erfüllen. Natürlich muß man die Massen der einzelnen Teilchen entsprechend vermindern, so daß die Gesamtmasse der Scheibe gleich bleibt. Die Smoothing Length wird derart verkleinert, daß die mittlere Anzahl der Wechselwirkungspartner der Teilchen konstant bleibt, z. B. wird bei einer Verzehnfachung der Teilchenzahl die Smoothing Length um den Faktor  $\sqrt[3]{10}$  (bei einer 3D-Simulation) verkleinert.

## 6.3 Die simulierten Systeme

Um einen großen Bereich an Bahnperioden und Massenverhältnissen abzudecken habe ich die Parameter verschiedener Systeme für die Simulationen verwendet. In Tabelle 6.1 sind die Massen und Bahnperioden der Systeme



**Abb. 6.3:** Die Geometrie der Sternsysteme, deren Parameter für die Simulationen benutzt wurden. Gezeichnet sind die Roche-Volumina der Systeme, alle im gleichen Maßstab. Die Sekundärsterne, die ihr Roche-Volumen ausfüllen, sind links. Die Schwerpunkte der Systeme liegen alle auf der gestrichelten Linie. Die Parameter der einzelnen Systeme sind in Tabelle 6.1 aufgeführt.

**Tabelle 6.1:** Die physikalischen Parameter der in den Simulationen benutzten Sterne.  $M_1$  und  $M_2$ : Massen in Sonnenmassen.  $q$ : Massenverhältnis  $M_2/M_1$ .  $P_{\text{orb}}$ : Bahnperiode in Sekunden.  $a$ : Abstand der Mittelpunkte der Sterne voneinander in Sonnenradien. Siehe auch Abbildung 6.3.

	$M_1$	$M_2$	$q$	$P_{\text{orb}}$	$a$
AM CVn	1.0	0.15	0.15	1029	0.2298
OY Car	0.696	0.069	0.099	5454	0.6099
DQ Her	0.60	0.40	0.667	16 416	1.39
IP Peg	1.15	0.67	0.583	13 700	1.5024
U Gem	1.15	0.67	0.583	15 280	1.68524

me aufgeführt, in Abbildung 6.3 kann man sich ein Bild von der Größe der Roche-Volumina der Systeme machen.

Der doppelt entartete, ultrakurzperiodische Stern AM Canum Venaticorum wird noch in Kapitel 7 ausführlich behandelt. OY Carinae gehört zur Klasse der SU UMa-Systeme, seine Bahnperiode liegt unterhalb der Periodenlücke zwischen zwei und drei Stunden. Aufgrund der hohen Inklination von etwa  $83^\circ$  werden sowohl der Bright Spot als auch der Weiße Zwerg während des Bahnumlaufs bedeckt, so daß sich die Geometrie und die Parameter dieses Systems sehr eng eingrenzen lassen. Sein Massenverhältnis ist 1:10, was auch die Existenz von Superhumps während der langen Ausbrüche erklärt. DQ Herculis ist ein Intermediärer Polar mit einem Massenverhältnis von 2:3 und einer Bahnperiode von 4 h 39 min. Sein Magnetfeld ist nicht stark genug, um die Bildung einer Akkretionsscheibe vollständig zu verhindern. IP Pegasi und U Geminorum sind gewöhnliche Zwergnovae mit relativ langer Bahnperiode und einem Massenverhältnis von etwa 1:2. Sie haben höhere Massentransferraten als das kurzperiodische System OY Car.

## 6.4 Numerische Tests mit Teilchen unterschiedlicher Masse

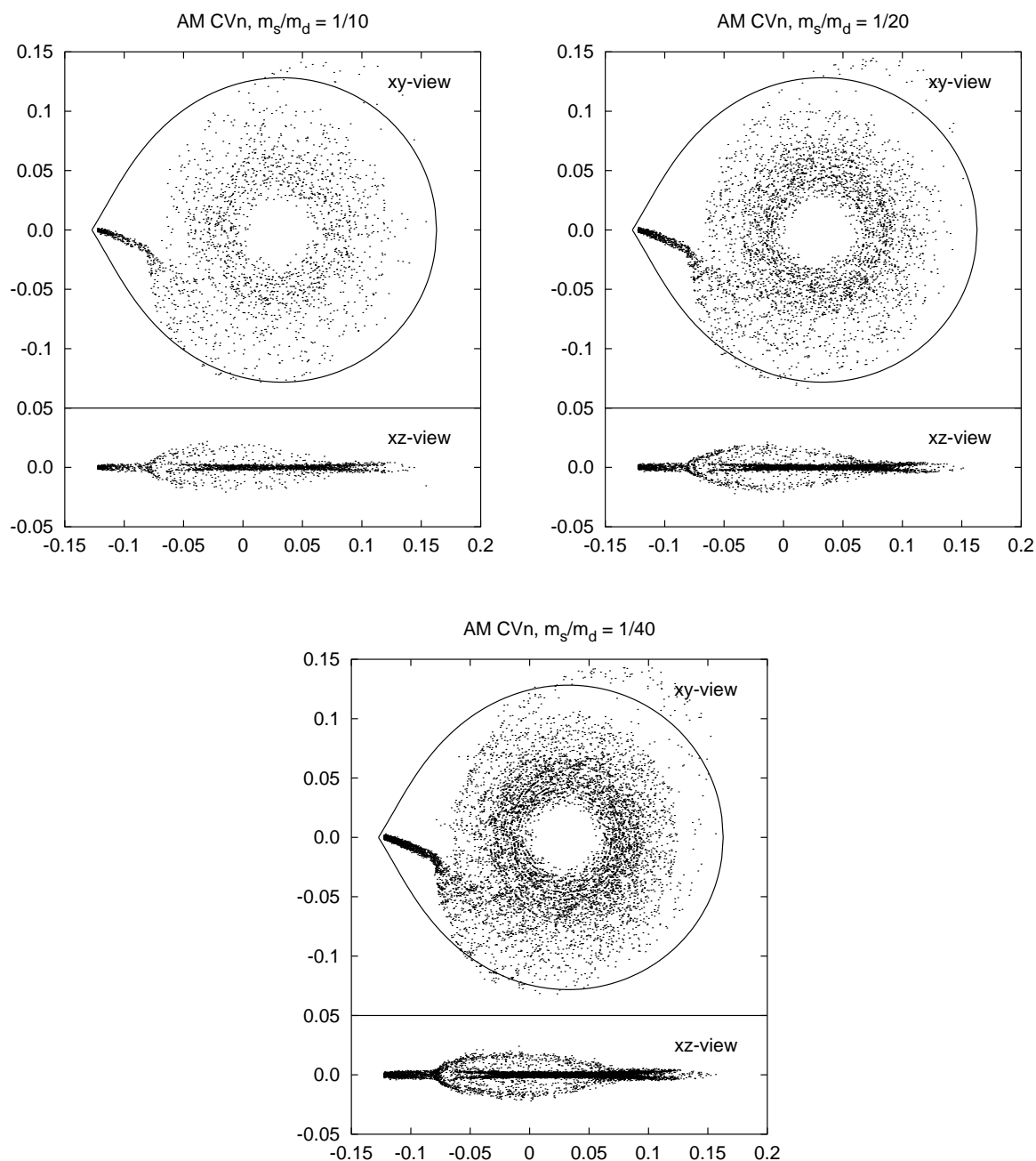
Mit der hier vorgestellten Methode erhält man schnell eine Akkretionsscheibe mit praktisch beliebiger Teilchenzahl, die eine viskose Entwicklung von 100 Bahnperioden durchgemacht hat. Um die räumliche Auflösung am Ort des Bright Spot weiter zu erhöhen, und auch um den Scheibenüberstrom

zu einem gewissen Teil aufzulösen, werden in den Simulationen den Stromteilchen geringere Massen zugewiesen als den Scheibenteilchen, es werden also bei gleicher Massentransferrate mehr Teilchen eingefüttert. Natürlich werden die „Stromteilchen“ nach einiger Zeit ein Teil der Akkretionsscheibe. Der Begriff „Stromteilchen“ soll hier und im folgenden diese Teilchen geringer Masse bezeichnen. Es wurden Massenverhältnisse von 1:10, 1:20 und 1:40 gegen Simulationen mit identischer Masse aller Teilchen getestet. Obwohl die Auflösung des Scheibenüberstroms im letzteren Fall nur sehr gering ist, kann man durch die Mittelung mehrerer Zeitschritte zeigen, daß die Menge und die Verteilung der überströmenden Materie in allen Fällen übereinstimmt. Ein Vergleich der Simulationen mit unterschiedlichen Massenverhältnissen der Strom- zu den Scheibenteilchen wird in Abbildung 6.4 gezeigt.

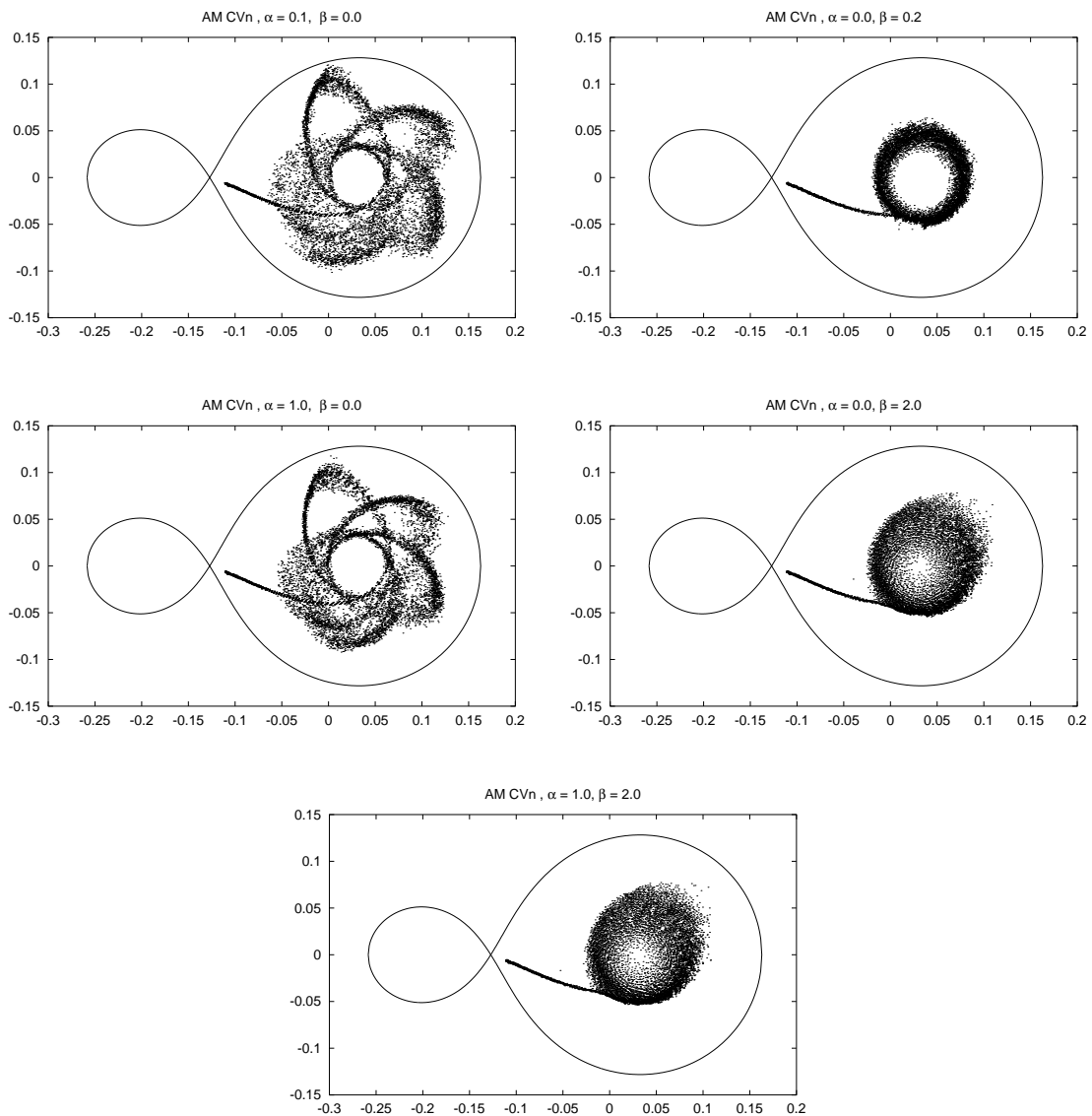
## 6.5 Künstliche und physikalische Viskosität

Die meisten SPH-Codes nutzen die eine oder andere Form der künstlichen Viskosität, wie sie von Monaghan & Gingold (1983) eingeführt wurde, um bei eindimensionalen Stoßrohrsimulationen zu verhindern, daß sich Teilchen gegenseitig überholen. Später wurde diese Viskosität auf zwei und drei Dimensionen erweitert und auch zur Simulation von Scherviskosität herangezogen. Die künstliche Viskosität wirkt sich als zusätzlicher Druckterm in der Bewegungsgleichung aus. Die künstliche Viskosität wirkt nur auf Teilchen, die sich einander annähern. Sie besteht aus zwei Anteilen, wobei der eine linear und der andere quadratisch in den Relativgeschwindigkeiten der Teilchen ist. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in Abschnitt 3.4. Die Stärke der künstlichen Viskosität wird durch zwei Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  für den linearen bzw. den quadratischen Term beschrieben. Normalerweise wird  $\alpha = 1.0$  und  $\beta = 2.0$  gewählt.

Tests mit verschiedenen Werten der Parameter haben gezeigt, daß für unsere Zwecke  $\alpha = 0$  und  $\beta = 2.0$  geeignete Werte darstellen, siehe Abbildung 6.5. Die meisten der folgenden Simulationen wurden mit diesen Werten durchgeführt. Die „Standardwerte“  $\alpha = 1.0$  und  $\beta = 2.0$  liefern praktisch die gleichen Ergebnisse. Es hat sich gezeigt, daß  $\alpha$  keinen Einfluß darauf hat, ob sich der Akkretionsstrom und der Scheibenrand gegenseitig durchdringen oder nicht.



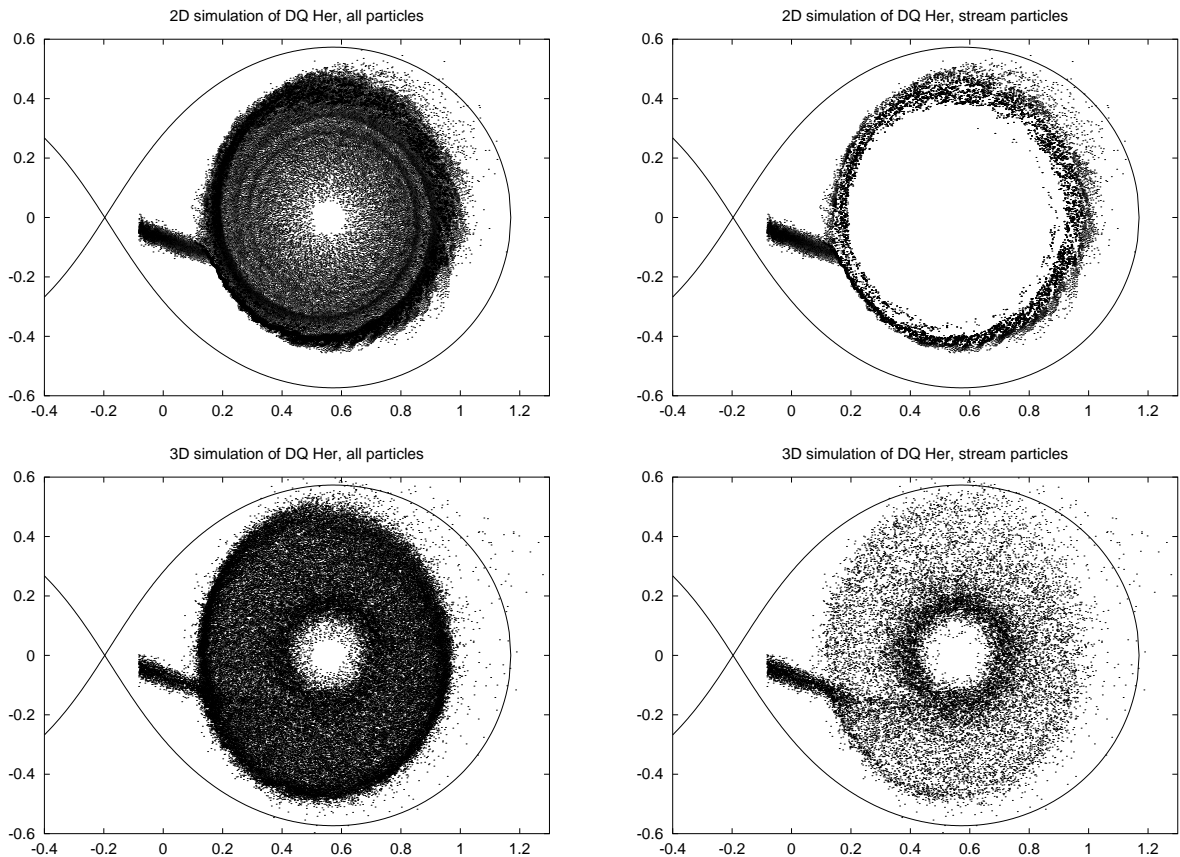
**Abb. 6.4:** Simulationen mit verschiedenen Massenverhältnissen der Strom- zu den Scheibenteilchen. Hierfür wurde das System AM Canum Venaticorum verwandt. Oben:  $m_s/m_d = 1:10$  und  $1:20$ , unten:  $1:40$ . Zur besseren Darstellung wurden nur Teilchen eingezeichnet, die während der letzten Bahnperiode eingesetzt wurden. Der obere Teil der Bilder zeigt die Projektion der Teilchenverteilung in die  $x$ - $y$ -Ebene, der untere Teil die Projektion in die  $x$ - $z$ -Ebene. Die Form der Strömung und die relative Verteilung der Teilchen sind in allen drei Simulationen praktisch identisch. Das zeigt, daß diese SPH-Simulationen mit doch recht großen Massenunterschieden der Teilchen übereinstimmende Ergebnisse liefern.



**Abb. 6.5:** Testsimulationen mit unterschiedlichen Werten der Koeffizienten der künstlichen Viskosität. Die „Standardwerte“ sind  $\alpha = 1.0$  und  $\beta = 2.0$ , so wie im untersten Bild. In den Bildern auf der linken Seite ist  $\beta = 0$  gesetzt und  $\alpha = 0.1$  (Oben) bzw.  $\alpha = 1.0$  (Mitte). In den Bildern rechts ist  $\alpha = 0$  und  $\beta = 0.2$  (Oben) bzw.  $\beta = 2.0$  (Mitte). Offensichtlich hat der  $\alpha$ -Term keinen Einfluß darauf, ob sich die Teilchenströme durchdringen oder nicht. Der entscheidende Parameter ist der des quadratischen Terms,  $\beta$ . Hier reicht bereits  $\beta = 0.2$  aus, um ein gegenseitiges Durchdringen der Teilchenströme fast zu unterbinden, bessere Ergebnisse werden jedoch mit  $\beta = 2.0$  erzielt. Die meisten der folgenden Simulationen wurden mit  $\alpha = 0$  und  $\beta = 2.0$  durchgeführt.

## 6.6 Eine Bemerkung zu 2D-Simulationen

Natürlich ist es nicht möglich, den Strom-Scheibe-Überstrom in zweidimensionalen Simulationen zu untersuchen. Da es jedoch viele zweidimensionale numerische Simulationen von Akkretionsscheiben in der Literatur gibt, die sich nicht direkt mit dem Überstrom beschäftigen, ist es sehr instruktiv, den prinzipiellen Unterschied zwischen 2D und 3D einmal näher zu betrachten. In Abbildung 6.6 stelle ich die Ergebnisse einer solchen Simulation dar, unter Verwendung der Systemparameter von DQ Herculis. Die Unterschiede treten sehr deutlich zu Tage. Erstens fällt auf, daß die 3D-Scheibe etwas größer ist. Außerdem erscheint sie senkrecht zur Systemachse etwas gestreckt. Das ist ein Zeichen der Gezeitenwirkung des Sekundärsterns. Beide Akkretionsscheiben zeigen dichte Strukturen am äußeren Rand, aber sie sind von unterschiedlicher Natur. Bei der 2D-Simulation wird Materie mit relativ kleinem spezifischem Drehimpuls am Rand der Scheibe gestoppt und verbleibt dort, was ein weiteres radiales Wachstum der Akkretionsscheibe wirksam verhindert. Die Dichte wächst dort so stark an, daß spiralförmige Dichtewellen nach innen laufen. Bei der 3D-Scheibe hingegen wird das Wachstum der Scheibe nicht durch den einfallenden Akkretionsstrom beschränkt, sondern durch den Gezeiteneinfluß des Sekundärsterns, der die dichte Struktur am Scheibenrand verursacht. Daß das tatsächlich so ist, kann man sehen, wenn man die Bilder auf der rechten Seite von Abbildung 6.6 betrachtet. Bei der 2D-Simulation werden die Teilchen aus dem Strom am Scheibenrand gefangen. Das ist nicht weiter überraschend, da sie keine Möglichkeit haben, über oder durch die Scheibe zu fließen. Das Verhalten der Stromteilchen bei der 3D-Simulation ist völlig anders. Der Strom trifft auf den Rand der Scheibe, erfährt einen Schock und wird vertikal und horizontal abgelenkt. Es lassen sich drei unterschiedliche Bereiche des abgelenkten Stroms unterscheiden. Ein Teil der Materie wird vom Rand der Scheibe mitgeführt, so wie im 2D-Fall. Aber hier ist es nur ein kleiner Teil des gesamten Stroms. Der größte Teil scheint frei bis zum Inneren der Scheibe zu fließen, wo er sich schließlich um den Zirkularisationsradius herum setzt und ab da die Keplerbewegung der Scheibe mitmacht. Das ist natürlich nur ein Projektionseffekt, in Wirklichkeit fließt der Strom über und unter der Scheibe, wie man auf Bildern sieht, in denen man auf die Kante der Scheibe blickt, z. B. Abbildung 6.11 oder 6.15. Der Strom wird beim Bright Spot vertikal abgelenkt und trifft die Scheibenoberfläche wieder etwa bei Bahnphase 0.5, wo sich der Strom mit der Scheibe zu vermischen beginnt. Schließlich kann man noch einen dritten Bereich des abgelenkten Stroms erkennen, ein diffuses Spray, das weder am



**Abb. 6.6:** Vergleich von 2D- und 3D-Simulationen von DQ Herculis, einem Intermediären Polar mit einem Massenverhältnis von  $q = 2:3$ . Obere Reihe: 2D-Simulationen, untere Reihe: 3D-Simulationen. Auf der linken Seite ist die Projektion aller Teilchenpositionen in die Bahnebene dargestellt, während rechts nur diejenigen Teilchen eingezeichnet sind, die während des letzten Bahnumlaufs überströmten. Wegen der unterschiedlichen Massen der Strom- und der Scheibenteilchen ( $m_s:m_d = 1:20$ ) ist die Teilchenverteilung hier *kein* Maß für die Dichteverteilung in der Scheibe. Die 2D-Scheibe ist fast kreisrund, das einfallende Gas wird am Scheibenrand gestoppt und mit dem Scheibenrand mitgeführt. Da dieses Material einen niedrigen spezifischen Drehimpuls besitzt, wird dadurch das Wachstum der Akkretions-scheibe begrenzt. Die 3D-Scheibe ist weiter entwickelt, da hier der größte Teil des Akkretionsstroms über die Scheibe zu kleineren Radien hin fließt und somit das radiale Wachstum der Scheibe im wesentlichen nur durch die Gezeitenkräfte des Sekundärsterns begrenzt wird. Man sieht hier auch keine Spiralstrukturen, im Gegensatz zum 2D-Fall. Tatsächlich wurden auch in Zwergnovae noch nie Spiralstrukturen in einer Scheibe im Ruhezustand beobachtet.



Rand gestoppt wurde noch zum Überstrom gehört. Auch dieses Gas durchmischt sich schließlich mit der Scheibe, relativ gleichmäßig über die ganze Oberfläche.

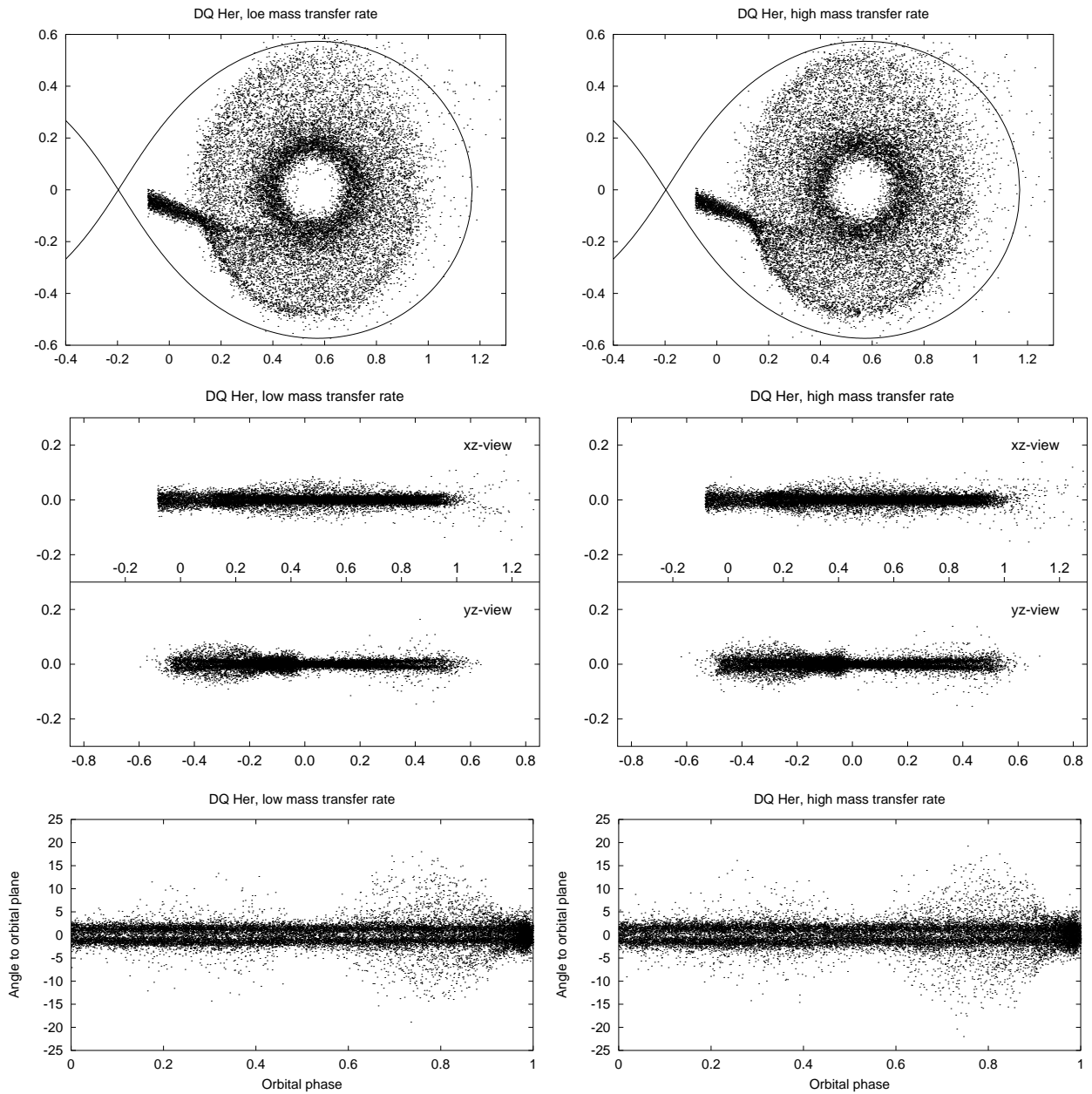
## 6.7 Der Einfluß der Massentransferrate

Die Massentransferrate vom Sekundärstern zu bestimmen ist keine einfache Aufgabe. Die Unsicherheit aus Abschätzungen aus Beobachtungen kann leicht eine Größenordnung und mehr umfassen. Außerdem weiß man aus Beobachtungen von Polaren, wo der Akkretionsstrom direkt auf die Magnetpole des Weißen Zwerges fließt, daß die Massentransferrate vom Sekundärstern stark variabel ist.

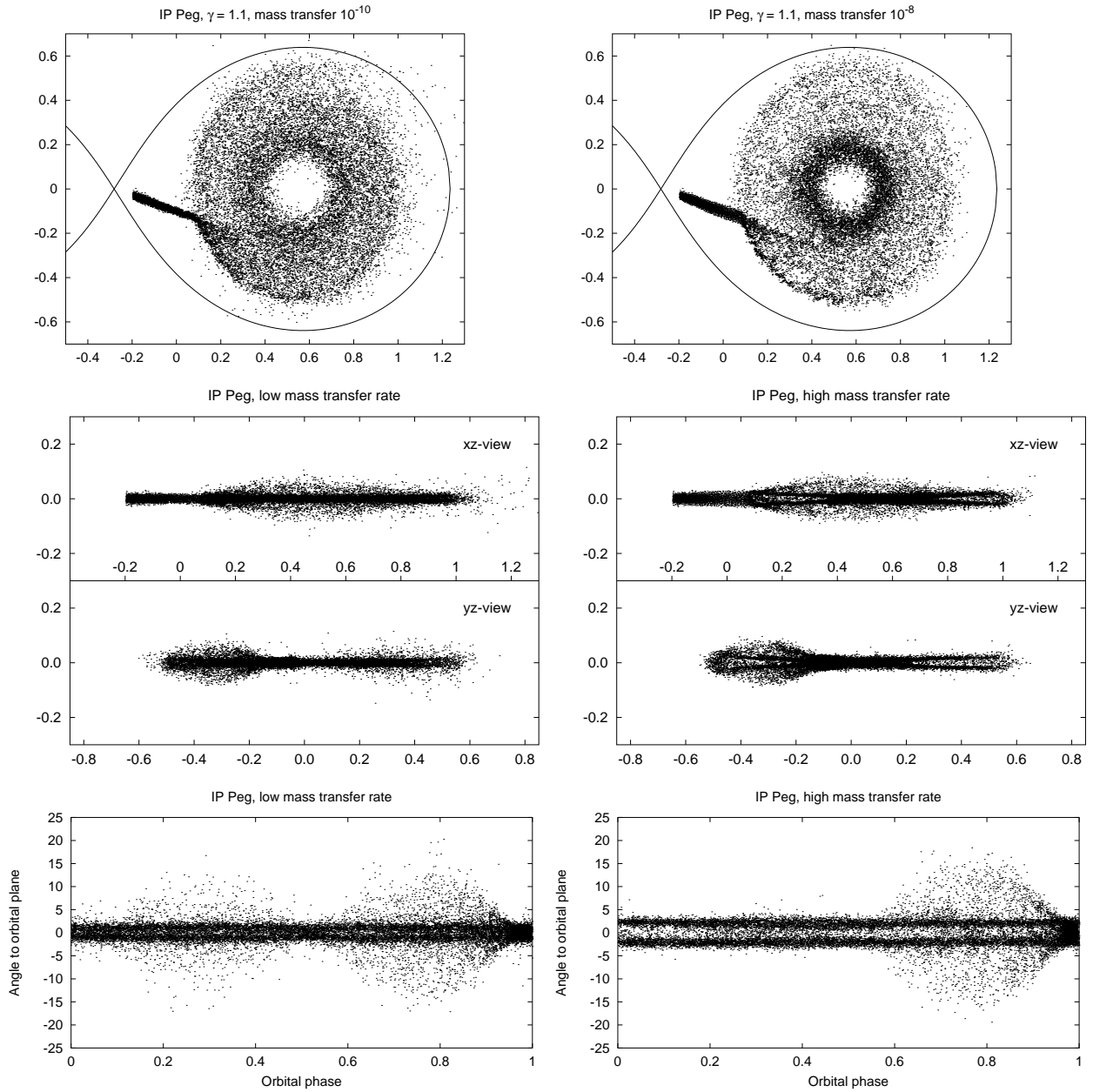
Auf der anderen Seite ist das theoretische Verständnis des Massentransfers auch alles andere als perfekt. Es gibt eine untere Grenze für den Massentransfer, da die Bahn des Systems aufgrund von Gravitationswellenabstrahlung und magnetischem Bremsen enger wird und man weiß, wie der Sekundärstern auf längere Frist auf eine Verkleinerung seines Roche-Volumens reagiert. Andererseits ist das ein längerfristiger Prozeß und man weiß aus Beobachtungen, daß die Massentransferrate sich auf Zeitskalen von Tagen und Wochen merklich ändern kann. Das heißt, daß sich die tatsächliche Massentransferrate stark von dem Wert, der sich aus der Gravitationswellenabstrahlung ergibt, unterscheiden kann. Sie ist auf längere Sicht sicherlich größer.

Falls die Stärke des Massentransfers einen starken Einfluß auf dem Stromscheiben-Überstrom hat, ist es unter Umständen möglich, aus der Beobachtung des Überstroms zusätzliche Informationen über die Massentransferrate zu gewinnen. Um den Einfluß der Massentransferrate zu untersuchen, habe ich Simulationen mit Massentransferraten von  $10^{-10}$ ,  $10^{-9}$  und  $10^{-8}$  Sonnenmassen pro Jahr durchgeführt. Hierfür wurden die Parameter der Systeme DQ Her und IP Peg mit einer polytropen Zustandsgleichung mit Polytropenindex  $\gamma = 1.01$ , also fast isotherm, bzw.  $\gamma = 1.1$  verwendet.

Wenn man die simulierten Akkretionsscheiben von oben, also in der Bahnebene, betrachtet, sehen sie sehr ähnlich aus. Der größte Teil des einfallenden Gases kann über die Scheibe strömen. Das Bild ändert sich etwas, wenn man die Scheiben von der Kante aus betrachtet. Im Falle von DQ Her mit fast isothermer Zustandsgleichung ist die radiale und die azimutale Verteilung des überströmenden Gases für beide Massentransferraten praktisch identisch (Abbildung 6.7). Da die Teilchen bei der Simulation mit hoher



**Abb. 6.7:** DQ Her: Simulationen mit unterschiedlicher Massentransferrate. Links:  $-\dot{M}_2 = 10^{-9} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ . Rechts:  $-\dot{M}_2 = 10^{-8} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ . In der oberen Reihe sind die Projektionen der Stromteilchenpositionen in die Bahnebene dargestellt, in der mittleren Reihe die Projektionen der Stromteilchenpositionen in die  $x$ - $z$ - sowie die  $y$ - $z$ -Ebene. In der unteren Reihe ist die Verteilung der Stromteilchen, wie man sie vom Weißen Zwerg aus sehen würde, dargestellt. Die beiden Simulationen sind praktisch nicht zu unterscheiden. Da die Teilchen bei der Simulation mit höherer Massentransferrate massiver sind, sind jedoch tiefere Röntgenabsorptionsdips zu erwarten.



**Abb. 6.8:** IP Peg: Simulationen mit unterschiedlicher Massentransferrate. Links:  $-\dot{M}_2 = 10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}$ . Rechts:  $-\dot{M}_2 = 10^{-8} M_\odot \text{yr}^{-1}$ . Anordnung wie in Abbildung 6.7. Hier sind schon mehr Unterschiede zwischen den Simulationen auszumachen. Die dickere Scheibe rechts entzieht dem Akkretionsstrom soviel kinetische Energie, daß keine zweite gasreiche Region bei Bahnphase 0.2 entsteht. Das überströmende Material verbleibt vielmehr nach dem Wiederaufprall auf die Scheibenoberfläche in der Region um den Zirkularisationsradius, daher die starke Ringbildung.

Massenstromrate eine höhere Masse besitzen, wird bei gleicher Teilchenverteilung die Dichte des Gases über der Bahnebene entsprechend größer sein und somit auch sein Absorptionsvermögen. Die Absorptionsdips sollten daher bei großen Massentransferraten tiefer sein als bei kleinen. Wenn die Scheibe so groß ist – die radiale Ausdehnung der Scheibe in der Bright Spot Region ist etwa 55% des Abstands vom Weißen Zwerg zum  $L_1$ -Punkt – und in einem dünnen, kalten Zustand, so erwarten wir Absorptionsdips nur für Systeme mit einer Inklination von mehr als  $\approx 65^\circ$  bei Bahnphasen zwischen 0.7 und 0.8. Wenn man sich vor Augen hält, daß sich die Massentransferraten bei diesen Simulationen um eine Größenordnung unterscheiden, so ist die Ähnlichkeit im Verhalten des Stroms ein starker Indikator dafür, daß der Scheibenüberstrom in vielen verschiedenen Systemen eine große Rolle spielt.

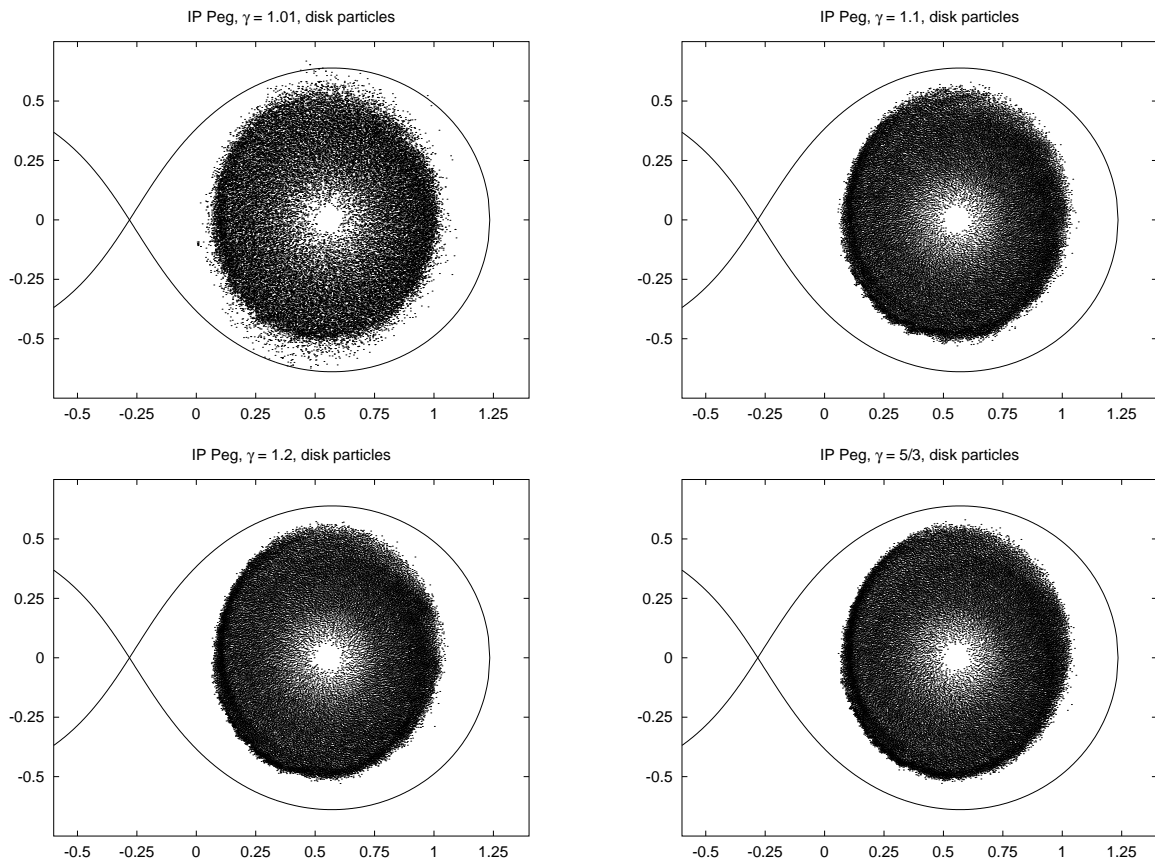
Die Unterschiede im Verhalten des Scheibenüberstroms sind bei den Simulationen von IP Peg dramatischer (Abbildung 6.8). Das ist auch zu erwarten, da hier die Massentransferraten um zwei Größenordnungen auseinanderliegen. Die Scheiben sehen von oben betrachtet sehr ähnlich aus. Die Scheibe bei der Simulation mit hoher Massentransferrate ist deutlich dicker als die Scheibe mit niedriger. Das schlägt sich auch im Überstrom nieder. Im Falle der niedrigen Massentransferrate wird der Teil des Stroms, der über die Scheibe strömt, nicht so stark vertikal abgelenkt wie im Falle hoher Massentransferrate. Wir erwarten in so einem Fall Absorptionsdips nur für Systeme mit einer Inklination von mindestens  $75^\circ$ . Das überströmende Gas prallt nochmals von der Scheibenoberfläche ab, nachdem es etwa bei Bahnphase 0.5 nahe dem Zirkularisationsradius auftrifft. Auf diese Weise entsteht eine zweite gasreiche Region oberhalb der Scheibe, die möglicherweise die Röntgenabsorptionsdips bei Bahnphase 0.2 erklären kann, wie sie in manchen Systemen beobachtet werden, z. B. in dem LMXB XB 1916-053 (Hellier, Garlick & Mason 1993). Das passiert jedoch nicht bei der Simulation mit  $\dot{M} = 10^{-8} M_\odot \text{yr}^{-1}$ . Anscheinend entzieht die stärkere Schockwechselwirkung mit der dichteren Scheibe am Auftreffpunkt dem Strom so viel kinetische Energie, daß das überströmende Gas nach dem Auftreffen auf die Scheibenoberfläche bei Phase 0.5 in der Scheibe gefangen bleibt und sich mit dem Scheibenmaterial aufgrund der ungeordneten Bewegung der Teilchen in der Scheibe schnell vermischt. Andererseits erreicht das überströmende Gas hier eine größere Höhe über der Scheibenoberfläche, so daß man Röntgenabsorptionsdips um Bahnphase 0.7 schon bei Systemen mit Inklinationen ab  $70^\circ$  erwartet. Daraus kann man schließen, daß das Auftreten von starken Röntgenabsorptionsdips bei Phase 0.7 zusammen mit der Abwesenheit eines solchen Merkmals bei Phase 0.2 ein Zeichen einer hohen Massentransferrate

sein kann.

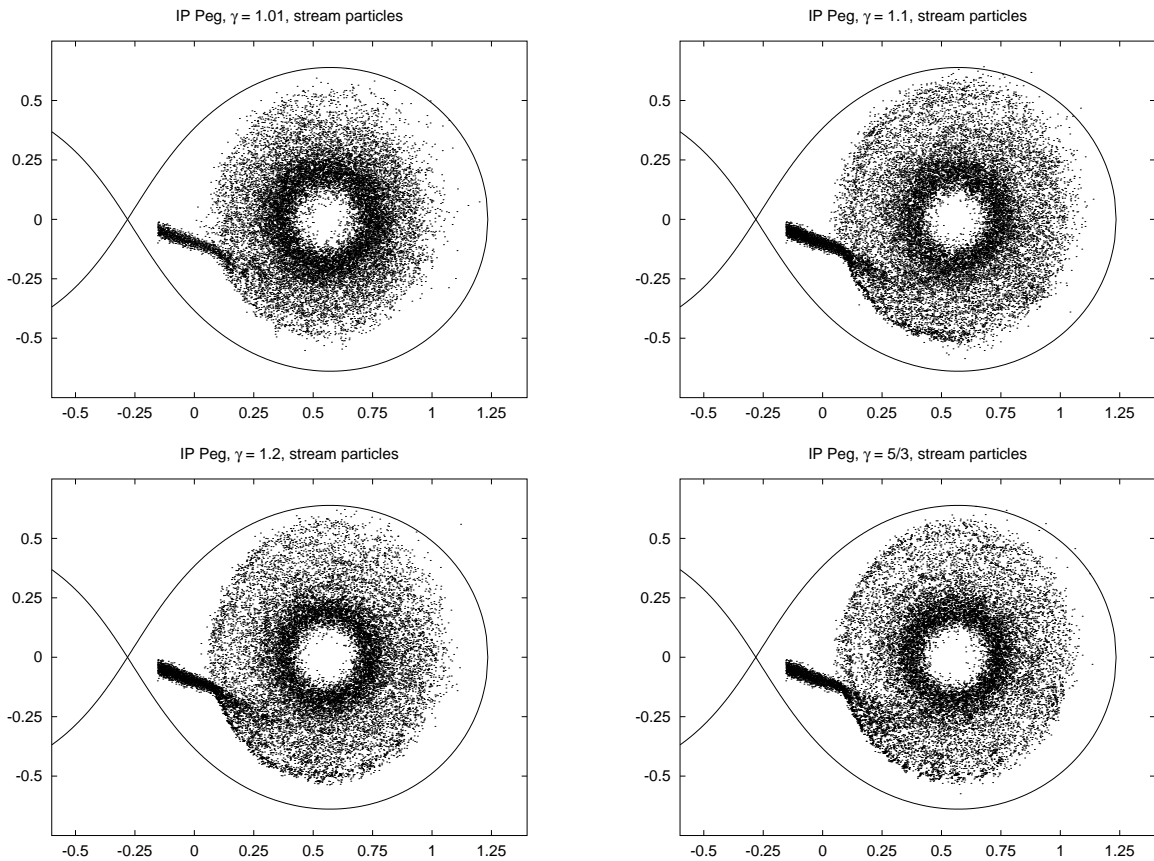
## 6.8 Verschiedene thermische Zustände der Scheibe

Wie bereits erwähnt, wird in diesen Simulationen eine polytrope Zustandsgleichung  $p \propto \rho^\gamma$  verwendet. Ein Polytropenindex von  $\gamma = 1.0$  stellt ein isothermes Gas dar, wobei die gesamte produzierte Wärme sofort abgestrahlt wird und nicht in die innere Energie des Gases eingeht. Ein Polytropenindex von  $\gamma = 5/3$  hingegen (für ein einatomiges Gas) stellt den adiabatischen Fall dar, bei dem alle dissipierte Energie in innere Energie des Gases umgewandelt wird. In meinen Simulationen benutze ich Polytropenindizes von  $\gamma = 1.01, 1.1, 1.2$  und  $5/3$ , in der Hoffnung, durch dieses Parameterspektrum einen genügend großen Bereich von thermischen Zuständen von Akkretionsscheiben in Binärsystemen abzudecken. Mit diesen Polytropenindizes wurden Simulationen mit dem System IP Pegasi durchgeführt. Die Akkretionsscheiben wurden 100 Bahnperioden lang simuliert, so daß sie viskos weit entwickelt sind und ihre maximale Größe praktisch erreicht haben, siehe Abbildung 6.9. Ein Zeichen für den „reifen“ Entwicklungszustand der Scheiben ist das Auftreten der zwei dichten Strukturen am Scheibenrand, die daher rühren, daß die Gezeitenkräfte vom Sekundärstern das weitere radiale Wachstum verhindern. Da diese Strukturen auch für die Wechselwirkung von Strom und Scheibe eine bedeutende Rolle spielen – sie bestimmen die Form des Scheibenrandes – ist es tatsächlich notwendig, diese Simulationen im Roche-Potential durchzuführen (was den Aufwand nicht unbeträchtlich erhöht).

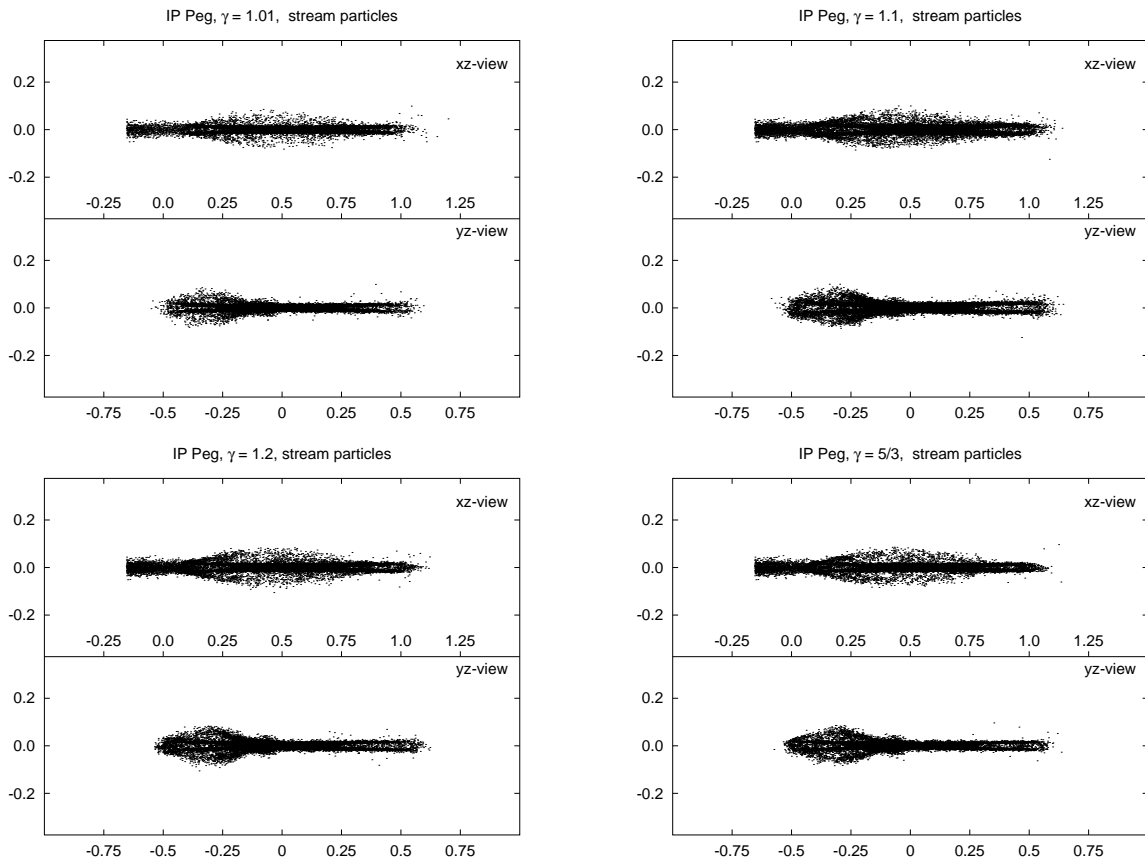
Diese Gezeitenstrukturen des Scheibenrandes werden mit steigendem Polytropenindex  $\gamma$  stärker (Abbildung 6.9). Das rührt daher, daß die viskose Entwicklung bei größerem  $\gamma$  etwas schneller geht. Die Scheibe aus der fast isothermen Simulation ( $\gamma = 1.01$ ) hat nach 100 Bahnperioden gerade erst ihre maximale Größe erreicht, wohingegen die Scheiben aus den anderen Simulationen diesen Punkt schon früher erreichten, so daß der Sekundärstern seinen Gezeiteneinfluß auf den Scheibenrand länger ausüben konnte. Die unterschiedliche Stärke der Randstrukturen hat einen Einfluß auf die Strom-Scheibe-Wechselwirkung und den Anteil des Strom-Scheiben-Überstroms, siehe Abbildungen 6.10 und 6.11. Je größer der Polytropenindex, desto größer ist der Anteil des Akkretionsstroms, der am Scheibenrand gestoppt wird. Dementsprechend fließt bei kleinerem  $\gamma$  relativ mehr Materie



**Abb. 6.9:** Simulationen von IP Pegasi mit unterschiedlichem Polytropenindex  $\gamma$ . Oben links:  $\gamma = 1.01$ , oben rechts:  $\gamma = 1.1$ , unten links:  $\gamma = 1.2$ , unten rechts:  $\gamma = 5/3$ . Dargestellt ist jeweils die Projektion der Positionen der Scheibenteilchen in die Bahnebene ( $x$ - $y$ -Ebene). Ebenfalls eingezeichnet sind der Roche-Lobe des Primärsterns sowie ein Teil des Roche-Lobes des Sekundärsterns. Die Akkretionsscheiben hier sind viskos voll entwickelt, ein weiteres radiales Wachstum wird durch die Gezeitenkräfte des Sekundärsterns unterbunden. Die dichten Strukturen am Rand von allen vier Scheiben werden durch die Gezeitenkräfte hervorgerufen, nicht durch den Akkretionsstrom. Ein Vergleich mit Abbildung 6.13 zeigt, daß diese Strukturen, wenn auch weniger ausgeprägt, schon in einem früheren Stadium des Scheibenwachstums auftreten.

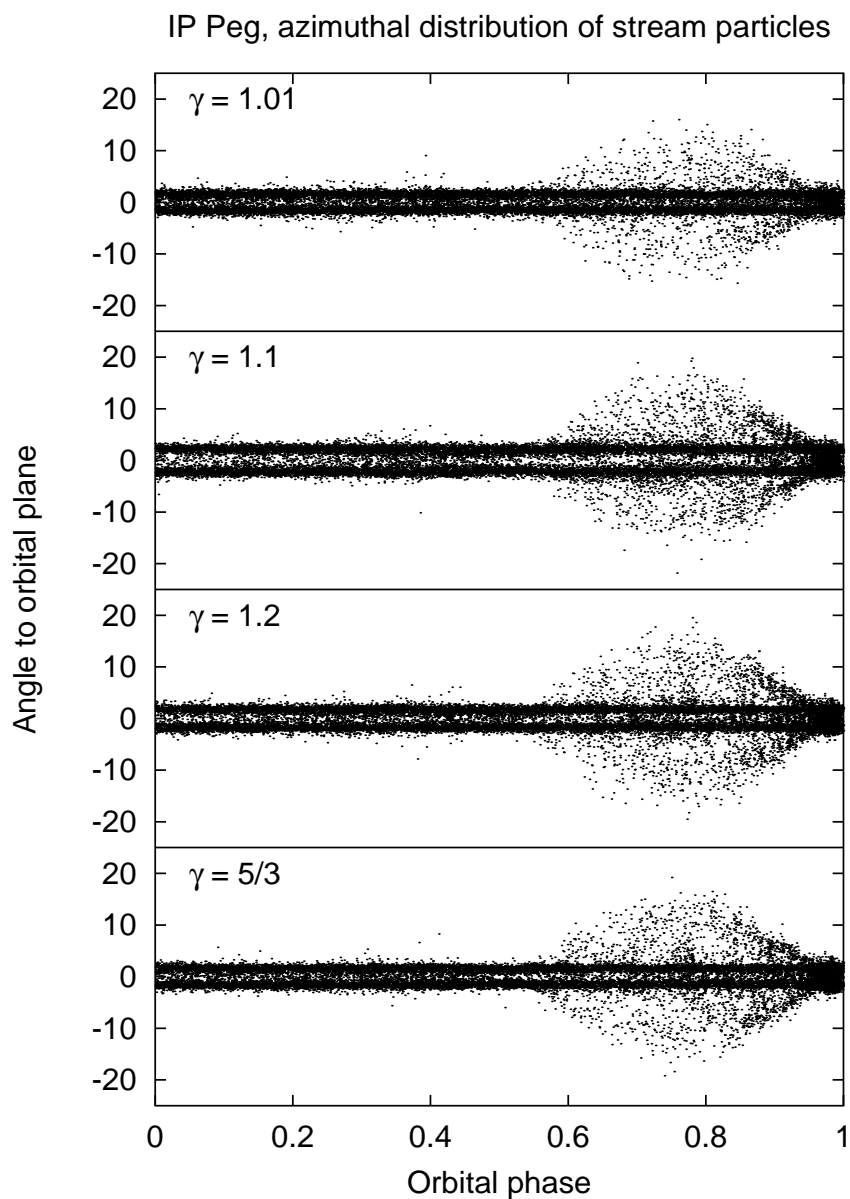


**Abb. 6.10:** Simulationen von IP Pegasi mit unterschiedlichem Polytropenindex  $\gamma$ . Oben links:  $\gamma = 1.01$ , oben rechts:  $\gamma = 1.1$ , unten links:  $\gamma = 1.2$ , unten rechts:  $\gamma = 5/3$ . Dargestellt ist die Projektion der Positionen der Stromteilchen, die während der letzten Bahnperiode durch den  $L_1$ -Punkt geströmt sind, in die Bahnebene des Systems ( $x$ - $y$ -Ebene). Man kann deutlich erkennen, daß ein Großteil des Akkretionsstroms nicht am Scheibenrand gestoppt wird, sondern direkt zu kleineren Scheibenradien hin fließt. Es bildet sich ein Ring von Teilchen um den Zirkularisationsradius herum. Da die Stromteilchen eine kleinere Masse als die Scheibenteilchen haben, macht sich diese Ringbildung in Wirklichkeit nicht so stark bemerkbar, wie es hier den Anschein hat. Während die dünne Scheibe der isothermen Simulation fast gar keine Teilchen am Scheibenrand stoppen kann, so steigt der Anteil der gestoppten Teilchen mit zunehmendem  $\gamma$  an, umgekehrt sinkt entsprechend der Anteil der Teilchen, der sich um den Zirkularisationsradius herum niederläßt. Doch auch im Rest der Scheibe befinden sich Teilchen aus dem Akkretionsstrom. Zum Teil stammen sie aus einem diffusen Spray, der aus Teilchen besteht, die in der Bright Spot-Region nur ein bißchen abgelenkt werden und dann auf die Scheibenoberfläche regnen, und zum Teil aus Gas aus dem Überstrom, das nach dem Aufprall auf die Scheibenoberfläche bei Bahnphase 0.5 nochmals abprallt und sich dann recht gleichmäßig verteilt.



**Abb. 6.11:** Simulationen von IP Pegasi mit unterschiedlichem Polytropenindex  $\gamma$ . Oben links:  $\gamma = 1.01$ , oben rechts:  $\gamma = 1.1$ , unten links:  $\gamma = 1.2$ , unten rechts:  $\gamma = 5/3$ . Dargestellt sind die Projektionen der Positionen der Stromteilchen in die Ebenen senkrecht zur Bahnebene. In jedem Bild ist in der oberen Hälfte die Projektion in die  $x$ - $z$ -Ebene, die parallel zur Systemachse verläuft, dargestellt, und in der unteren Hälfte die Projektion in die  $y$ - $z$ -Ebene. Die Maßstäbe sind in alle Richtungen gleich gewählt, so daß man die Höhe, die der Scheibenüberstrom über der Scheibenoberfläche erreicht, gut abschätzen kann (siehe dazu auch Abbildung 6.12). Die Überströme der verschiedenen Simulationen unterscheiden sich nicht wesentlich voneinander, egal, welcher Polytropenindex verwendet wird.



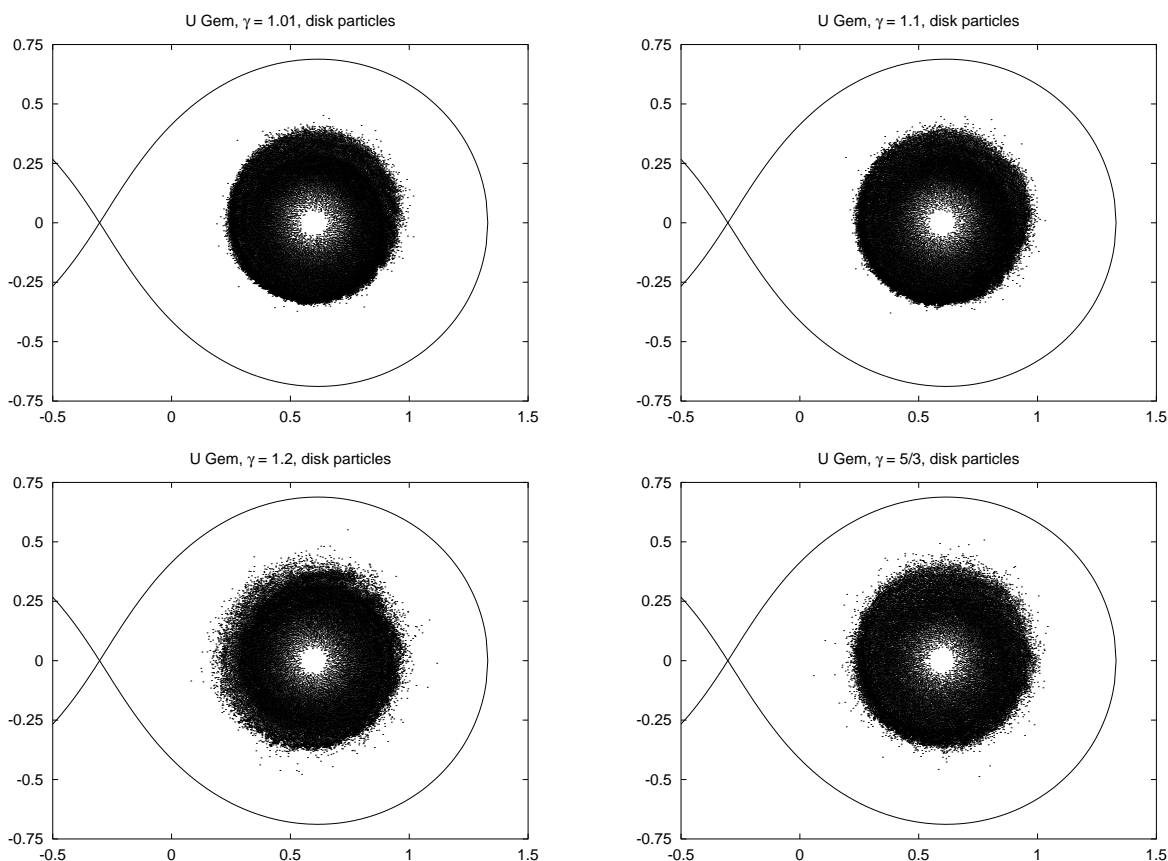


**Abb. 6.12:** Simulation von IP Pegasi. Von oben nach unten:  $\gamma = 1.01, 1.1, 1.2$  und  $5/3$ . Dargestellt ist die Verteilung der Teilchen aus dem Akkretionsstrom, wie man sie vom Weißen Zwerg aus sehen würde. Die vertikale Achse gibt den Winkel jedes Teilchens in Bezug auf die Bahnebene an, die horizontale Achse die Bahnphase. Daraus kann man direkt ableiten, welche Inklination ein System mindestens haben muß, damit bei einer bestimmten Bahnphase ein Röntgenabsorptionsdip, der durch den Überstrom verursacht wird, vorhanden sein kann.

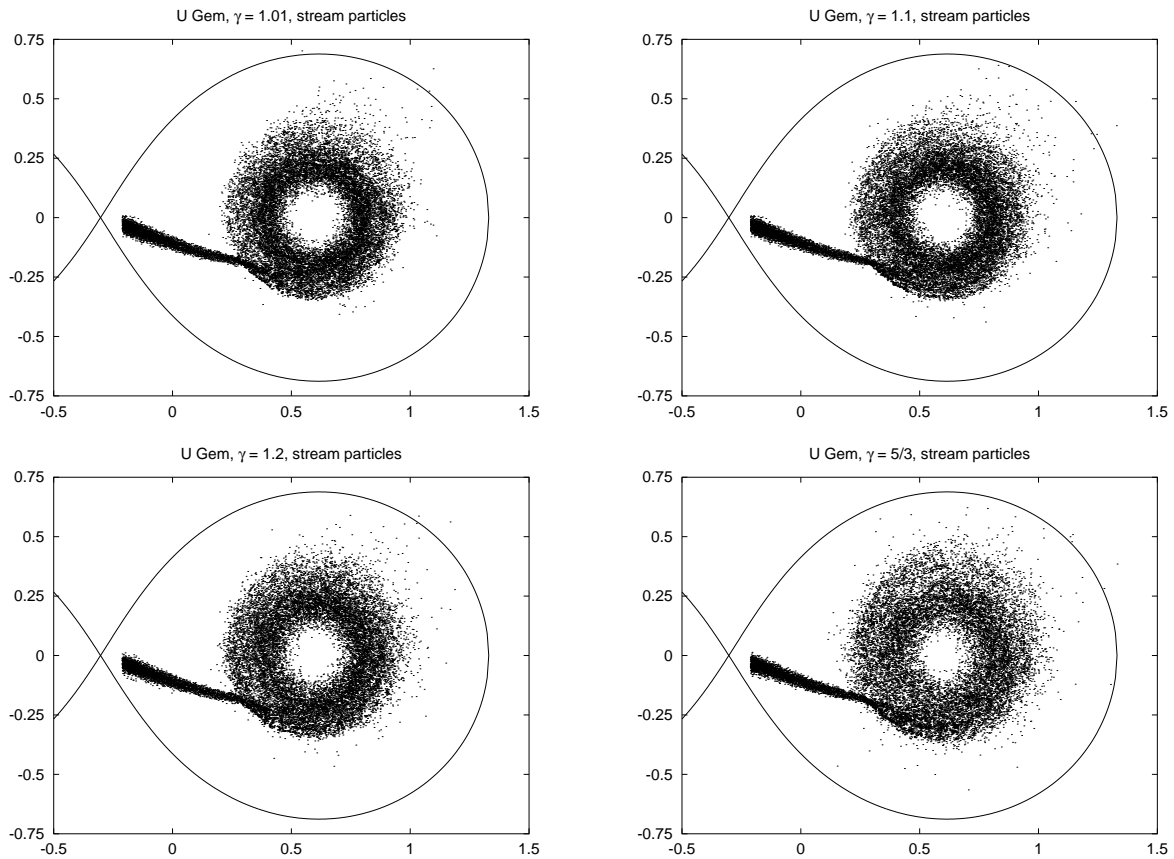
zu kleineren Scheibenradien. Aber in jedem Fall fließt der größte Teil des einfallenden Gasstroms über und unter der Scheibe zu kleinen Radien. In Abbildung 6.12 ist die azimuthale Verteilung der Stromteilchen dargestellt, so wie man sie vom Weißen Zwerg aus sehen würde. Man erkennt, daß die Höhe, die der Scheibenüberstrom über der Oberfläche erreicht, in allen Fällen ungefähr gleich ist. Vom Weißen Zwerg aus gesehen erreicht der Strom etwa  $20^\circ$ , also werden Röntgenabsorptionsdips ab etwa  $70^\circ$  Inklination auftreten. Eine zweite Absorptionsregion ist in keinem Fall erkennbar. Das liegt daran, daß bei einer solch großen Scheibe der Akkretionsstrom beim Aufprall auf den Scheibenrand noch so langsam ist, daß er einen großen Anteil der kinetischen Energie in der Bright Spot-Region verliert. Der Überstrom ist dann eher diffus, sprayartig und der Wiederaufprall auf die Scheibenoberfläche geschieht früh (d. h. zu einer späteren Bahnphase) und ist nicht sehr heftig. Das Gas aus dem Überstrom regnet eher auf die Oberfläche, als daß es aufprallt. Es vermischt sich dann schnell mit dem Scheibenmaterial.

## 6.9 Der Einfluß der Scheibengröße

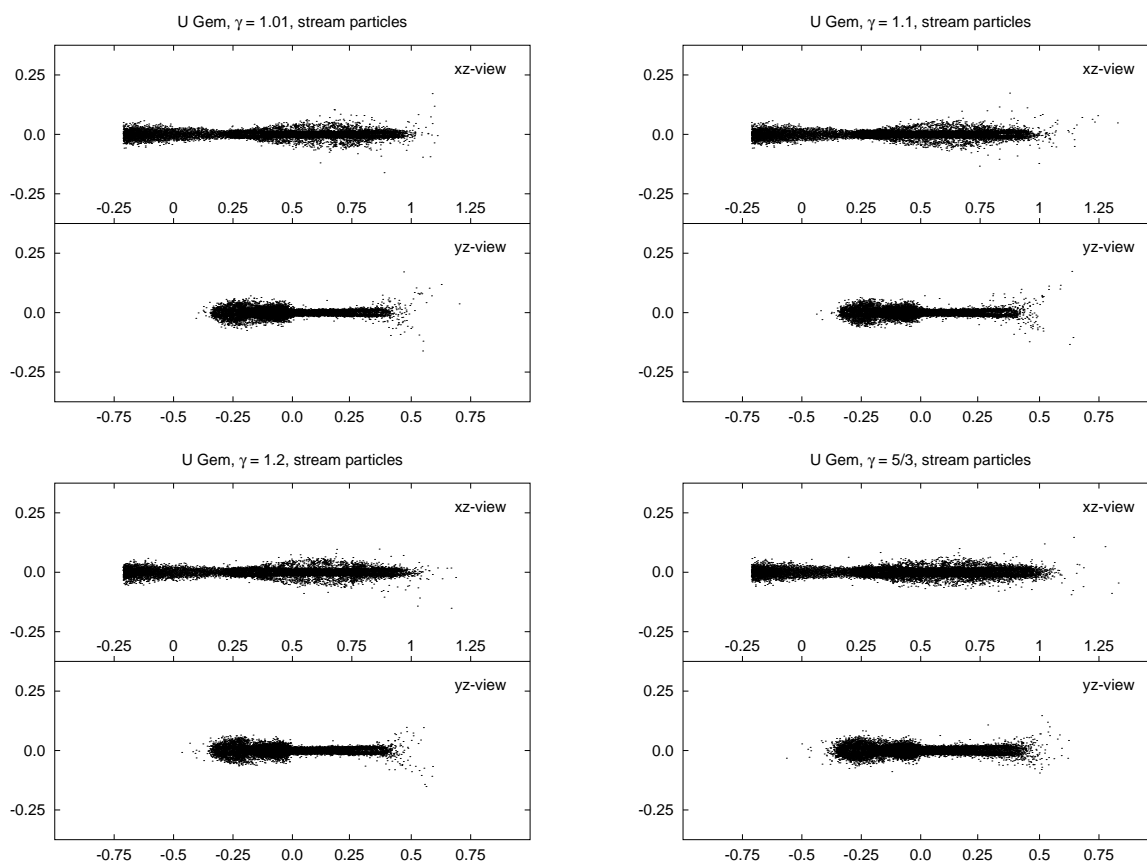
Im vorigen Abschnitt habe ich Simulationen des Scheibenüberstroms bei einer großen Akkretionsscheibe vorgestellt. Zum Beispiel nach einem Ausbruch oder nach einer Phase kleineren Massentransfers gibt es bei symbiotischen Doppelsternen sicherlich Situationen, wo die Akkretionsscheibe nicht voll entwickelt ist und daher eine geringe radiale Ausdehnung hat. Hier gewinnt dann der Akkretionsstrom sehr viel an kinetischer Energie, bis er auf den Rand der Scheibe auftrifft. Um zu sehen, wie sich die Strom-Scheibe-Wechselwirkung in solch einer Situation darstellt, habe ich Simulationen mit einer kleinen Scheibe durchgeführt, wiederum für verschiedene Werte des Polytropenindex,  $\gamma = 1.01, 1.1, 1.2$  und  $5/3$ . Bei diesen Simulationen wurden die Systemparameter der Zwergnova U Geminorum zugrunde gelegt, die sehr ähnlich zu IP Peg ist. Auch hier ist das Massenverhältnis etwa 2:3, die Bahnperiode ist etwas länger. In Abbildung 6.13 sind die Projektionen der Teilchenpositionen in die Bahnebene für die vier Simulationen mit unterschiedlichem  $\gamma$  dargestellt. Es ist zu beobachten, daß sich bereits hier in diesem frühen Stadium der Scheibenentwicklung, nach etwa 20 Bahnperioden, eine etwas dichtere Struktur am Scheibenrand ausbildet. Das ist höchstwahrscheinlich ein kombinierter Effekt des beginnenden Gezeiteneinflusses des Sekundärsterns und des Akkretionsstroms. Abbildung 6.14 stellt die Projektionen der Stromteilchenpositionen in die Bahnebene dar. Man



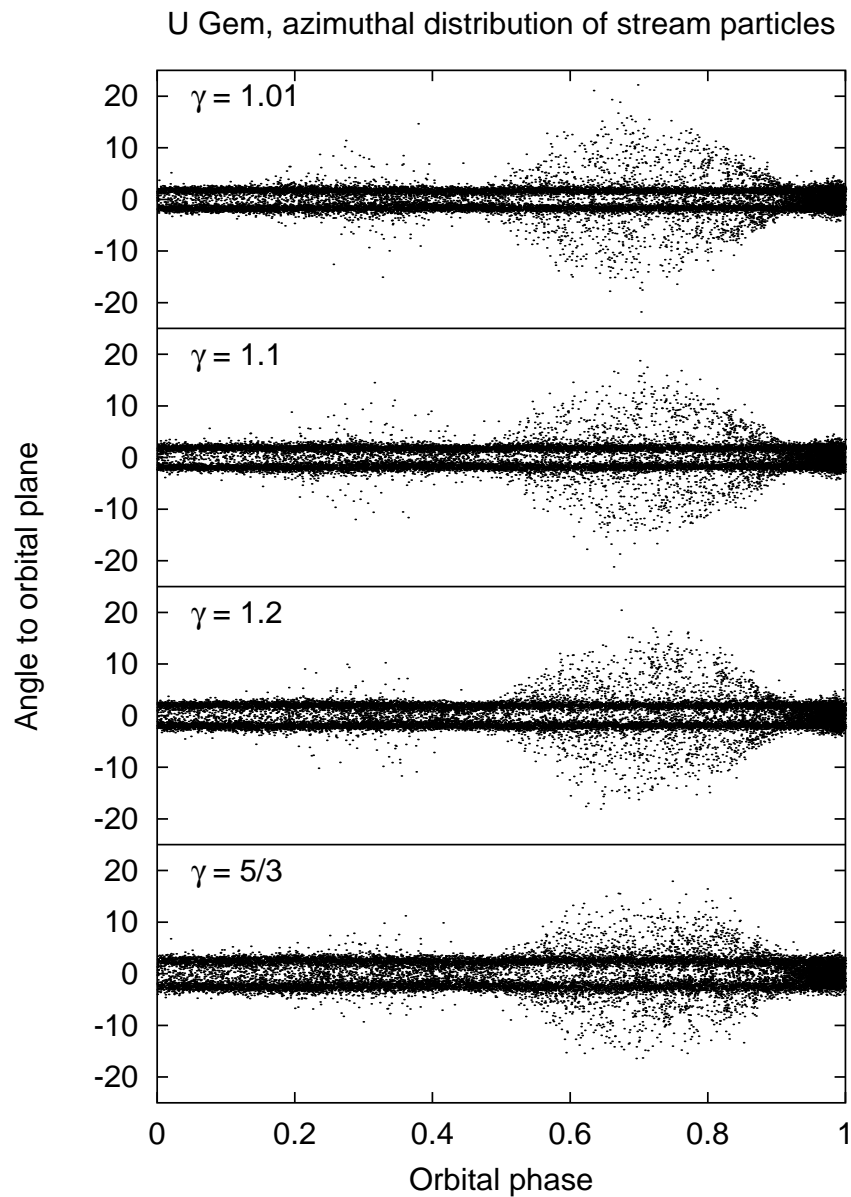
**Abb. 6.13:** Simulationen von U Geminorum mit unterschiedlichem Polytropenindex  $\gamma$ . Oben links:  $\gamma = 1.01$ , oben rechts:  $\gamma = 1.1$ , unten links:  $\gamma = 1.2$ , unten rechts:  $\gamma = 5/3$ . Dargestellt ist jeweils die Projektion der Positionen der Scheibenteilchen in die Bahnebene ( $x-y$ -Ebene). Ebenfalls eingezeichnet sind der Roche-Lobe des Primärsterns sowie ein Teil des Roche-Lobes des Sekundärsterns. U Gem hat sehr ähnliche Systemparameter wie IP Peg, so daß Unterschiede in der Strom-Scheibe-Wechselwirkung und dem Scheibenüberstrom mit Sicherheit auf die Scheibengröße zurückzuführen sind, und nicht auf die unterschiedlichen Systemparameter. Die Akkretionsscheiben hier sind nicht voll entwickelt, doch bereits in diesem frühen Stadium macht sich der Einfluß der Gezeitenkräfte des Sekundärsterns durch die Ausbildung einer Randverdickung bemerkbar. Dieser Effekt unterstreicht nochmals die Wichtigkeit, solche Simulationen im Roche-Potential durchzuführen.



**Abb. 6.14:** Simulationen von U Geminorum mit unterschiedlichem Polytropenindex  $\gamma$ . Oben links:  $\gamma = 1.01$ , oben rechts:  $\gamma = 1.1$ , unten links:  $\gamma = 1.2$ , unten rechts:  $\gamma = 5/3$ . Dargestellt ist die Projektion der Positionen der Stromteilchen, die während der letzten Bahnperiode durch den  $L_1$ -Punkt geströmt sind, in die Bahnebene des Systems ( $x$ - $y$ -Ebene). Auch hier kann man erkennen, daß ein Großteil des Akkretionsstroms nicht am Scheibenrand gestoppt wird, sondern direkt zu kleineren Scheibenradien hin fließt. Es bildet sich ein Ring von Teilchen um den Zirkularisationsradius herum, allerdings ist diese Tendenz weniger stark ausgeprägt als bei einer großen Akkretionsscheibe wie in Abbildung 6.10. Auch hier können die Scheiben mit größerem Polytropenindex aufgrund ihrer Dicke einen größeren Anteil des Akkretionsstroms in der Bright Spot Region stoppen. Weiterhin fällt auf, daß sich Teilchen jenseits des Scheibenradius etwa bei Bahnphase 0.25 bis 0.3 befinden. Ein Vergleich mit Abbildung 6.15 zeigt, daß sich die Teilchen ober- und unterhalb der Scheibenebene befinden. Siehe dort für eine weitere Diskussion.

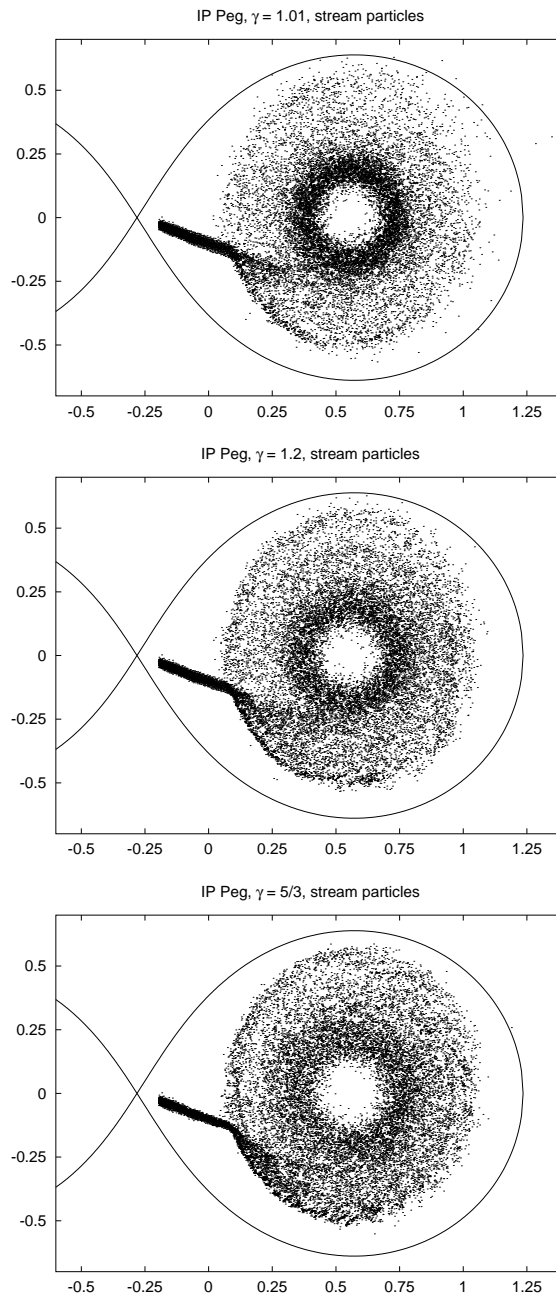


**Abb. 6.15:** Simulationen von U Geminorum mit unterschiedlichem Polytropenindex  $\gamma$ . Oben links:  $\gamma = 1.01$ , oben rechts:  $\gamma = 1.1$ , unten links:  $\gamma = 1.2$ , unten rechts:  $\gamma = 5/3$ . Dargestellt sind die Projektionen der Positionen der Stromteilchen in die Ebenen senkrecht zur Bahnebene. In jedem Bild ist in der oberen Hälfte die Projektion in die  $x$ - $z$ -Ebene, die parallel zur Systemachse verläuft, dargestellt, und in der unteren Hälfte die Projektion in die  $y$ - $z$ -Ebene. Die Maßstäbe sind in alle Richtungen gleich gewählt. Wie man in Abbildung 6.14 sehen kann, befinden sich Teilchen außerhalb des Scheibenradius etwa bei Bahnphase 0.25 bis 0.3. Sie stammen aus dem Überstrom, von dem beim Aufprall auf die Scheibenoberfläche bei Bahnphase 0.5 ein Teil nochmals abprallt. Diese Teilchen verteilen sich schließlich ziemlich gleichmäßig über alle Scheibenradien, was die geringe Ringbildung um den Zirkularisationsradius herum erklärt. Außerdem verursacht dieser Teil des Überstroms einen zusätzlichen Absorptionsdip bei Phase 0.3 bis 0.25, wenn die Inklination des Systems genügend groß ist, siehe Abbildung 6.16.



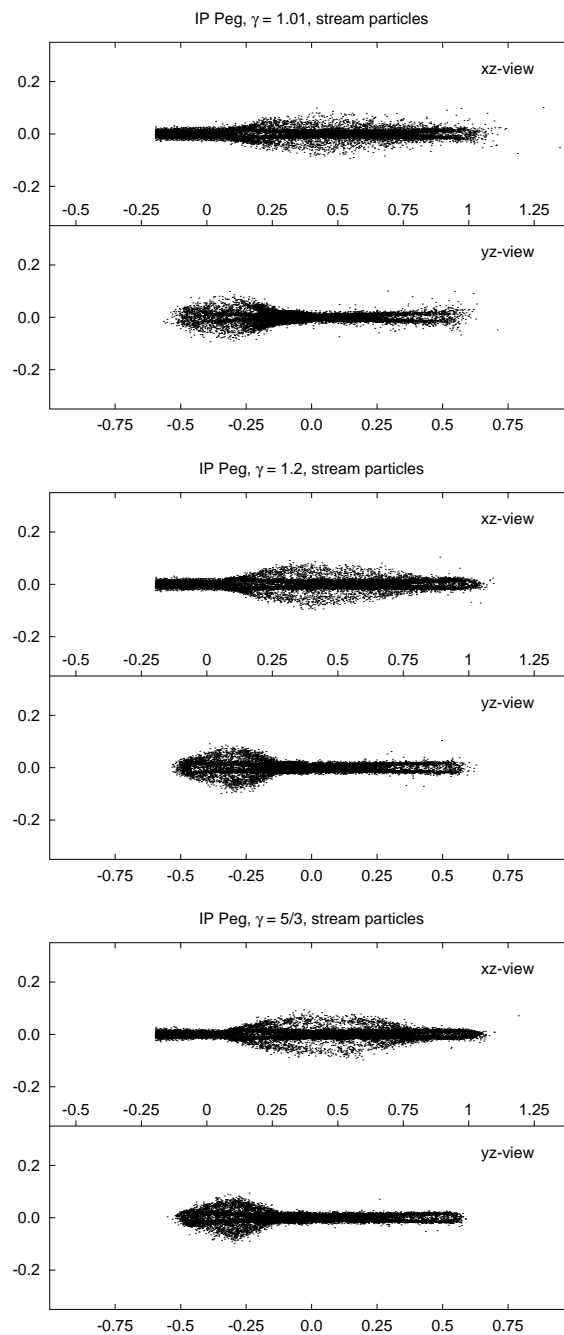
**Abb. 6.16:** Simulation von U Geminorum, vom Weißen Zwerg aus gesehen. Von oben nach unten:  $\gamma = 1.01, 1.1, 1.2$  und  $5/3$ . Die vertikale Achse gibt den Winkel jedes Teilchens in Bezug auf die Bahnebene an, die horizontale Achse die Bahnphase. Der Überstrom erreicht eine etwas größere Höhe als bei den Simulationen mit der großen Scheibe. Das rührt daher, daß der Abstand zum Weißen Zwerg kleiner ist und der Überstrom daher unter einem größeren Winkel erscheint. Auch die azimuthale Ausdehnung ist größer. Eine schwache zweite Region erscheint oberhalb der Scheibe bei Bahnphase 0.3 bis 0.25.

erkennt, daß mit steigendem Polytropenindex ein größerer Anteil des Akkretionsstroms am Bright Spot gestoppt und dann mit dem Scheibenrand mitgeführt wird, wohingegen die Anhäufung des überströmenden Materials um den Zirkularisationsradius herum für kleines  $\gamma$  am ausgeprägtesten ist. Das läßt sich auf die steigende Dicke der Scheibe mit steigendem  $\gamma$  zurückführen. Aber wiederum läßt sich feststellen, daß der größte Teil des Akkretionsstroms am Bright Spot vertikal abgelenkt wird und über die Scheibenoberfläche zu kleineren Radien fließt. Die verschiedenen Scheibendicken und die sich am Bright Spot ausbildende bogenförmige Schockfront kann man in Abbildung 6.15 sehen, wo die Projektionen der Stromteilchenpositionen in die  $x$ - $z$ - sowie in die  $y$ - $z$ -Ebene dargestellt sind. Die Maßstäbe der horizontalen und vertikalen Achsen sind übrigens gleich, so daß man einen realistischen Eindruck der Scheiben- und Stromdicken im Vergleich zur radialen Ausdehnung der Scheibe hat. Obwohl der Strom in der Bright Spot-Region dünner als oder allenfalls gleich dick wie der Rand der Scheibe ist, wird ein Großteil des Stroms in der bogenförmigen Schockfront vertikal abgelenkt und strömt zu kleineren Radien. Im Gegensatz zu den Simulationen von IP Peg mit einer voll entwickelten Scheibe prallt hier ein Teil des überströmenden Gases nach dem Auftreffen auf die Scheibenoberfläche nochmals ab und gelangt so bei Bahnphase 0.3 in eine Region oberhalb und jenseits der Scheibe. Dieser Effekt ist bei allen  $\gamma$  etwa gleich und scheint daher nur vom Scheibenradius abzuhängen. In Abbildung 6.16 ist die azimutale Verteilung der Stromteilchenpositionen für die unterschiedlichen Werte von  $\gamma$  dargestellt. Hier sieht man auch die zweite gasreiche Region oberhalb der Scheibenebene. Im Vergleich zu Abbildung 6.12, wo das gleiche für die Simulation von IP Peg dargestellt ist, fällt auf, daß die erste gasreiche Region, die für die Röntgenabsorptionsdips bei Bahnphase 0.7 verantwortlich ist, in allen Fällen gleich stark ist, die zweite Region hingegen bei einer voll ausgebildeten Scheibe fehlt. Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß der thermische Zustand der Scheibe keinen wesentlichen Einfluß auf das Auftreten des Scheibenüberstroms zu haben scheint, die Größe der Scheibe jedoch für die Existenz einer zweiten gasreichen Region über der Scheibe bei einer kleineren Bahnphase entscheidend sein kann.

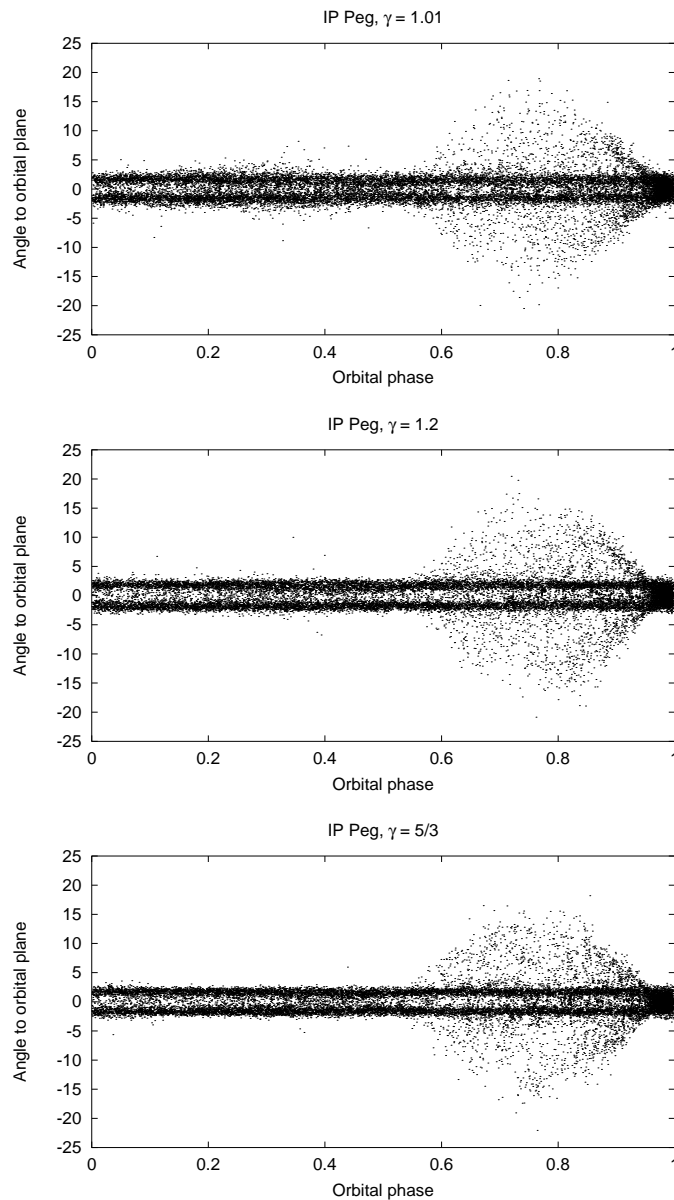


**Abb. 6.17:** Simulationen von IP Pegasi mit relativ dünnem Akkretionsstrom mit unterschiedlichem Polytropenindex  $\gamma$ . Oben:  $\gamma = 1.01$ , Mitte:  $\gamma = 1.2$ , Unten:  $\gamma = 5/3$ . Dargestellt sind die Projektionen der Stromteilchenpositionen in die Bahnebene. Es wird ein etwas höherer Anteil des Akkretionsstroms in der Bright Spot-Region gestoppt als in den vorigen Simulationen (siehe Abbildung 6.10), jedoch fließt immer noch ein Großteil des Stroms direkt zu kleineren Radien hin.





**Abb. 6.18:** Simulationen von IP Pegasi mit relativ dünnem Akkretionsstrom mit unterschiedlichem Polytropenindex  $\gamma$ . Oben:  $\gamma = 1.01$ , Mitte  $\gamma = 1.2$ , Unten:  $\gamma = 5/3$ . Dargestellt sind die Projektionen der Positionen der Stromteilchen in die Ebenen senkrecht zur Bahnebene. In jedem Bild ist in der oberen Hälfte die Projektion in die  $x$ - $z$ -Ebene, die parallel zur Systemachse verläuft, dargestellt, und in der unteren Hälfte die Projektion in die  $y$ - $z$ -Ebene. Obwohl die Scheibe relativ zum Strom dicker ist, fließt das meiste Material aus dem Akkretionsstrom über und unter der Scheibe zu kleinen Radien.



**Abb. 6.19:** Simulationen von IP Pegasi mit relativ dünnem Akkretionsstrom mit unterschiedlichem Polytropenindex  $\gamma$ . Oben:  $\gamma = 1.01$ , Mitte:  $\gamma = 1.2$ , Unten:  $\gamma = 5/3$ . Dargestellt ist die Verteilung der Teilchen aus dem Akkretionsstrom, wie man sie vom Weißen Zwerg aus sehen würde. Die vertikale Achse gibt den Winkel jedes Teilchens in Bezug auf die Bahnebene an, die horizontale Achse die Bahnphase. Die dünnste Scheibe  $\gamma = 1.01$  erzeugt den höchsten Überstrom, allerdings sind die Unterschiede recht klein. Die isotherme Simulation ist auch die einzige, bei der eine kleine zweite Region mit Gas bei Bahnphase 0.3 zu erkennen ist. Das Gas erreicht aber nur eine so geringe Höhe über der Scheibe, daß man keine Absorptionsdips erwarten kann. Die relative Dicke von Scheibe und Strom ist also nicht so wichtig für das Auftreten des Überstroms, wie von anderen Autoren angenommen wurde.

## 6.10 Das Verhältnis von Strom- und Scheibendicke

Die Strombreite und -höhe sind proportional zur Schallgeschwindigkeit des Gases am inneren Lagrange-Punkt und hängen daher von der Oberflächentemperatur ab. Es ist sehr wahrscheinlich, daß die Sekundärsterne Sternflecken haben, analog zu den Sonnenflecken unserer Sonne. Wenn solch ein Sternfleck über den  $L_1$ -Punkt wandert, so fällt dort die lokale Temperatur und die Stromhöhe wird kleiner sein als normal (ebenso die Massentransferate). Wird die  $L_1$ -Region andererseits durch Röntgenstrahlung vom Weißen Zwerg oder aus der Grenzschicht aufgeheizt, so kann die lokale Temperatur hier deutlich höher sein als die durchschnittliche Oberflächentemperatur eines einzelnen K- oder M-Sterns.

Um den Einfluß der Stromdicke auf die Strom-Scheiben-Wechselwirkung sowie den Scheibenüberstrom zu untersuchen, habe ich Simulationen mit einem Akkretionsstrom durchgeführt, dessen Skalenhöhe um den Faktor 2.5 kleiner ist als bei den vorigen Simulationen. Die Systemparameter von IP Peg dienten wiederum als Vorlage für die Simulationen. Diesmal habe ich jedoch nur drei verschiedene Werte für den Polytropenindex  $\gamma$  benutzt, und zwar  $\gamma = 1.01$ , 1.2 und  $5/3$ . Die Ergebnisse dieser Simulationen für die unterschiedlichen  $\gamma$  sind in den Abbildungen 6.17 (Projektionen der Stromteilchenorte in die Bahnebene), 6.18 (Projektionen der Stromteilchenpositionen in die  $x$ - $z$ - und die  $y$ - $z$ -Ebenen) sowie 6.19 (Stromteilchenpositionen vom Weißen Zwerg aus gesehen) dargestellt.

Obwohl hier der Strom dünner als der Scheibenrand ist, unterscheidet sich das Strömungsbild nicht wesentlich von dem aus den Simulationen mit einem dickeren Strom. Wiederum ist das Hauptmerkmal, daß der größte Teil des Akkretionsstroms über der Scheibenoberfläche zu kleineren Radien fließt. Jedoch ergeben sich bei näherer Betrachtung zwischen den Simulationen mit unterschiedlichem Polytropenindex  $\gamma$  sowie im Vergleich zu den Simulationen mit einem dickeren Strom schon Unterschiede.

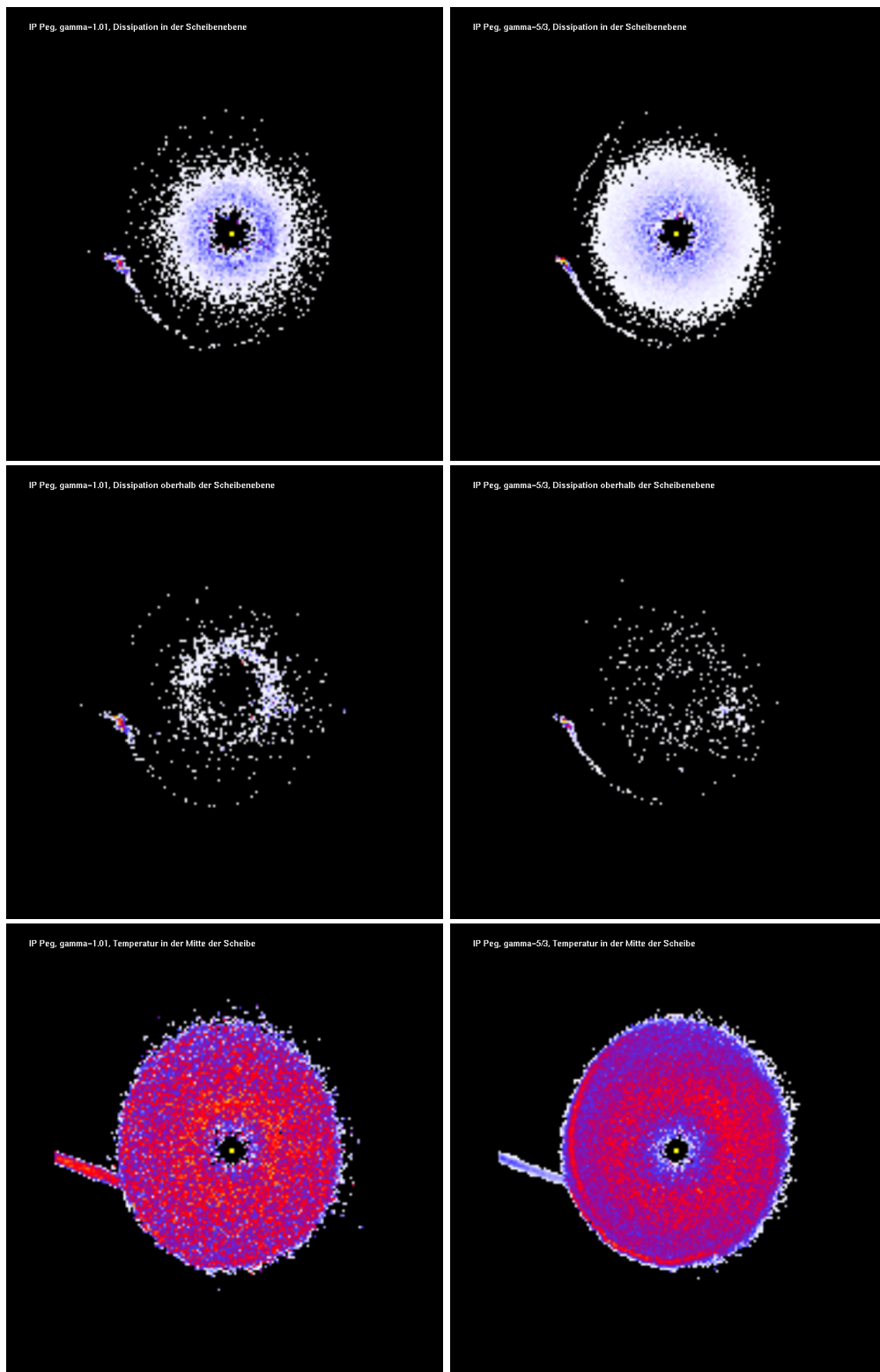
Betrachten wir zunächst Abbildung 6.17, die die Verteilung der Stromteilchen von oben zeigt. Hier fällt auf, daß die Tendenz der überströmenden Teilchen, sich um den Zirkularisationsradius herum niederzulassen, bei der isothermen Scheibe am stärksten ausgeprägt ist. Die Wechselwirkung des Stroms mit der Scheibe kann nur einen sehr geringen Anteil des einfallenden Gasstroms am Außenrand der Scheibe binden. Der Überstrom über der Scheibe sieht sehr gebündelt aus. Es ist tatsächlich noch ein enger Strom.

Hingegen ist bei  $\gamma = 1.2$  und besonders bei  $\gamma = 5/3$  kein solcher gebündelter Strom über der Scheibe zu erkennen. Auch ist hier die endgültige Verteilung der Stromteilchen in der Scheibe viel homogener als im isothermen Fall. Besonders bei der adiabatischen Scheibe wird ein größerer Anteil des einfallenden Gasstroms in der Bright Spot-Region gestoppt und dann mit dem Scheibenrand mitgeführt.

In Abbildung 6.18 kann man die Ausbildung eines bogenförmigen Schocks gut erkennen. Dieser Schock sorgt für die vertikale Ablenkung eines großen Teils der Materie. Wenn man sich die Verteilung der Stromteilchen von der Kante der Scheibe aus gesehen betrachtet, so treten die Unterschiede zwischen den Simulationen nicht so deutlich zu Tage.

Auch die Verteilung der Teilchen vom Weißen Zwerg aus gesehen (Abbildung 6.19) zeigt nur marginale Unterschiede zwischen den einzelnen Simulationen. Obwohl der Überstrom mit zunehmendem  $\gamma$  immer diffuser wird, hat das offenbar keinen Einfluß auf die bahnphasenabhängige Verteilung des Überstroms. Der Überstrom erreicht in allen Fällen eine Höhe von etwa  $20^\circ$  bei Phase 0.7. Keine zweite Absorptionsregion ist erkennbar.

In Abbildung 6.20 werden nochmals die Simulationen dargestellt, allerdings nicht die Teilchenpositionen, sondern die viskose Dissipation in der Mitte der Scheibe und oberhalb der Scheibenebene, sowie die zentrale Temperaturverteilung in der Scheibenebene, jeweils für die Simulationen mit  $\gamma = 1.01$  und mit  $\gamma = 5/3$ . In der Scheibenebene wird in der Bright Spot-Region viel Energie viskos dissipiert, der Bright Spot selbst ist als längliche Zone am Scheibenrand erkennbar. Das entspricht ganz den Beobachtungen (Warner 1995a, Kapitel 2.6.5). Auch oberhalb der Scheibenebene ist die Bright Spot Region noch gut erkennbar, sie ist dicker als der Rest der Scheibe, was ebenfalls den Beobachtungen entspricht. In der Scheibenebene wird die meiste Energie in der inneren Region der Scheibe nahe dem Weißen Zwerg dissipiert, da hier die Differenz in der Rotation zwischen zwei benachbarten Keplerbahnen immer größer wird und somit auch die Scherkräfte zunehmen. Oberhalb der Bahnebene dominiert jedoch der Bright Spot die Dissipation. Eine Aussage zu treffen, wie sich die relativen Helligkeiten dieser Regionen zueinander verhalten, ist jedoch schwierig. Dazu müßte man tatsächlich den Strahlungstransport in den Simulationen berücksichtigen, was momentan leider nicht möglich ist. Die zentrale Temperaturverteilung in der Scheibe bietet keine Überraschungen, da sie aufgrund der Zustandsgleichung mit der Dichte verknüpft ist. Die Temperatur nimmt daher nach innen bis etwa zum Zirkularisationsradius zu und dann wieder ab, die dichten Randstrukturen schlagen sich auch hier nieder.



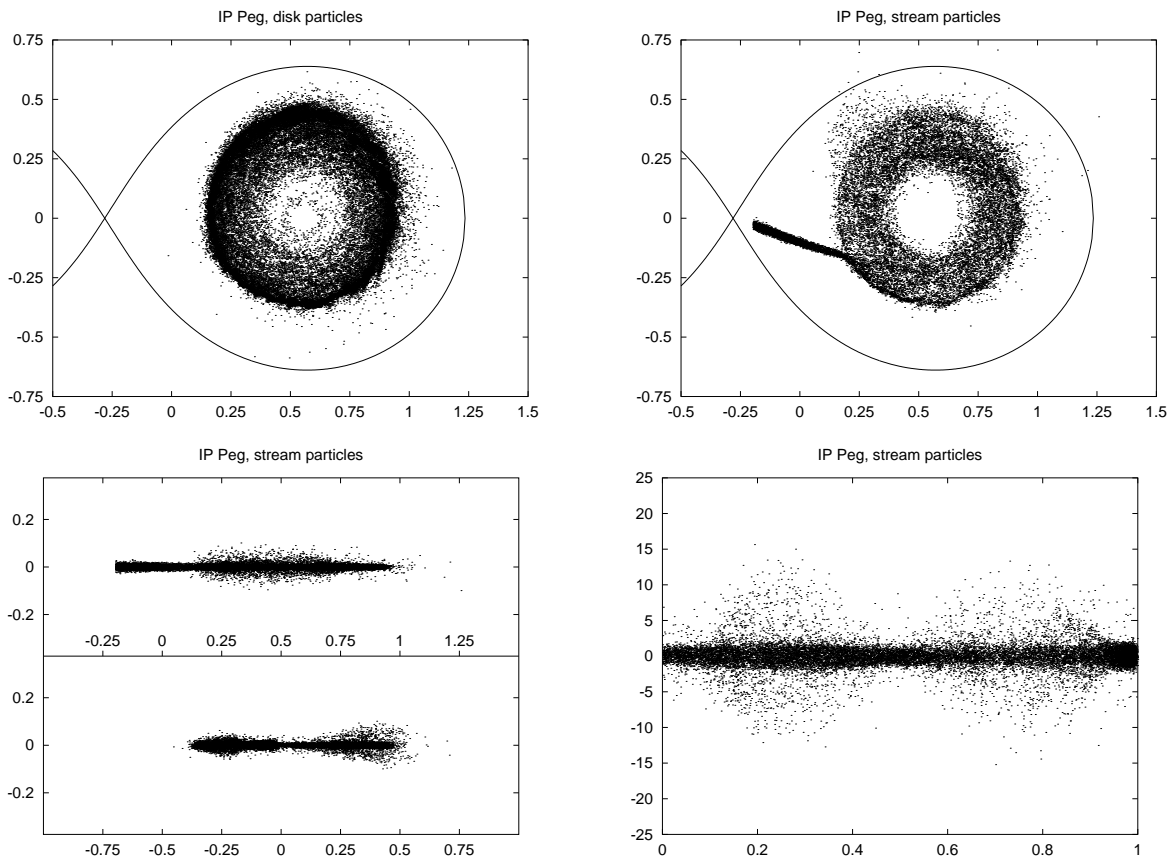
**Abb. 6.20:** Dissipation und Temperaturverteilung in der Akkretionsscheibe von IP Peg bei Simulationen mit einem dünnen Akkretionsstrom. Links: Simulation mit  $\gamma = 1.01$ . Rechts: Simulation mit  $\gamma = 5/3$ . Obere Reihe: Die Dissipation in der Mitte der Scheibe. Mittlere Reihe: Dissipation oberhalb der Scheibenebene. Unten: Temperaturverteilung in der Scheibenmitte.

Es läßt sich also feststellen, daß die Bright Spot-Region deutlich zu erkennen ist und sich ihre Position und Ausdehnung sehr gut mit der Beobachtung verträgt, *obwohl* ein Großteil des einfallenden Gases hier vertikal abgelenkt wird und über und unter der Scheibenebene zu kleineren Radien hin fließt.

## 6.11 Eine Phase erhöhten Massentransfers

Wie bereits erwähnt ist der Massentransfer vom Sekundärstern auf längere Zeiten gesehen nicht konstant. Speziell bei den VY Scl Sternen, auch „Anti-Zwergnovae“ genannt, hängt der gelegentliche Abfall von der hellen zur Ruhephase wahrscheinlich direkt mit einer Änderung der Massentransferrate vom Sekundärstern zusammen, die während der hellen Phasen durch Einstrahlung vom Weißen Zwerg recht hoch ist.

Dies wirft z. B. die Frage auf, wie eine Akkretionsscheibe im Ruhezustand auf eine plötzlich auftretende starke Erhöhung der Massentransferrate reagiert, speziell wie dann die Strom-Scheibe-Wechselwirkung aussieht. Um diesen Fall zu untersuchen habe ich Simulationen durchgeführt, bei denen eine Akkretionsscheibe, die sich mit einer Massentransferrate von  $-\dot{M}_2 = 10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}$  entwickelt hatte, einem Akkretionsstrom mit einer Massentransferrate von  $-\dot{M}_2 = 10^{-9} M_\odot \text{yr}^{-1}$  ausgesetzt wurde. Wiederum dienten die Parameter der Zwergnova IP Peg als Grundlage, es wurde ein Polytropenindex von  $\gamma = 1.1$  verwendet. Die Ergebnisse der Simulation sind in Abbildung 6.21 dargestellt. Der Aufprall des einfallenden Gasstroms führt dazu, daß der Rand der Scheibe schrumpft. Dieser Vorgang ist in seiner Entwicklung in Abbildung 6.22 dargestellt. Es bildet sich ein dichter Rand. Die radiale Verteilung der einfallenden Materie ist nach einiger Zeit sehr gleichmäßig, die Tendenz, einen Ring um den Zirkularisationsradius zu bilden wie in den anderen Fällen, ist hier wenig ausgeprägt. Die Höhe, die das überströmende Gas über der Scheibenoberfläche erreicht, ist kleiner als bei allen anderen Simulationen, da der Scheibenrand den doch relativ dichten Strom nicht effektiv vertikal ablenken kann. Andererseits verliert der Strom auch weniger kinetische Energie beim Schockdurchgang in der Bright Spot-Region. Das Gas hat daher auch beim Wiederaufprall auf die Scheibenoberfläche bei Bahnphase 0.5 so viel Energie, daß es wieder abprallt und sich eine zweite gasreiche Region oberhalb der Scheibenebene bei Bahnphase 0.25 bildet, die in Höhe, Ausdehnung und Dichte mit der ersten Region vergleichbar ist. Da der Überstrom sehr flach verläuft, erwartet man Absorptionsdips nur für Systeme mit einer sehr großen Inklination von mehr



**Abb. 6.21:** Simulation von IP Pegasi während einer Phase stark erhöhten Massenüberstroms vom Sekundärstern. Oben links sieht man die Projektion der Positionen der Scheibenteilchen in die Bahnebene, oben rechts das gleiche für die Stromteilchen, unten links sind Projektionen der Positionen der Stromteilchen in die Ebenen senkrecht zur Bahnebene dargestellt (oben in die  $x$ - $z$ -, unten in die  $y$ - $z$ -Ebene). Unten rechts ist die Verteilung der Stromteilchen, wie man sie vom Weißen Zwerg aus sehen würde, dargestellt. Man kann klar erkennen, wie der massive Akkretionsstrom den Scheibenrand zusammensprengt, siehe dazu auch Abbildung 6.22, wo die zeitliche Entwicklung dieses Vorgangs dargestellt wird. Im Gegensatz zu den anderen Simulationen setzen sich die Stromteilchen hier nicht um den Zirkularisationsradius herum ab, sondern sehr gleichmäßig über die ganze Scheibenoberfläche verteilt. Das liegt daran, daß der massive Akkretionsstrom durch die Wechselwirkung mit der Scheibe in der Bright Spot-Region nicht viel kinetische Energie verliert und daher beim Wiederaufprall auf die Scheibenoberfläche bei Bahnphase 0.5 nochmals abprallt, so daß sich eine starke zweite gasreiche Region über der Scheibenebene um die Bahnphase 0.25 herum bildet, die die gleiche Stärke, Höhe und Ausdehnung wie die erste bei Phase 0.7 erreicht. Danach regnet dieses Gas auf die Scheibe herunter und verteilt sich gleichmäßig.

als  $80^\circ$ , dann aber zwei etwa gleich starke um die Bahnphasen 0.75 und 0.25. Es wäre interessant, eine Anti-Zwergnova so hoher Inklination direkt vor bzw. beim Anstieg zum hellen Zustand im Röntgenlicht zu beobachten, um diese Voraussagen zu überprüfen.

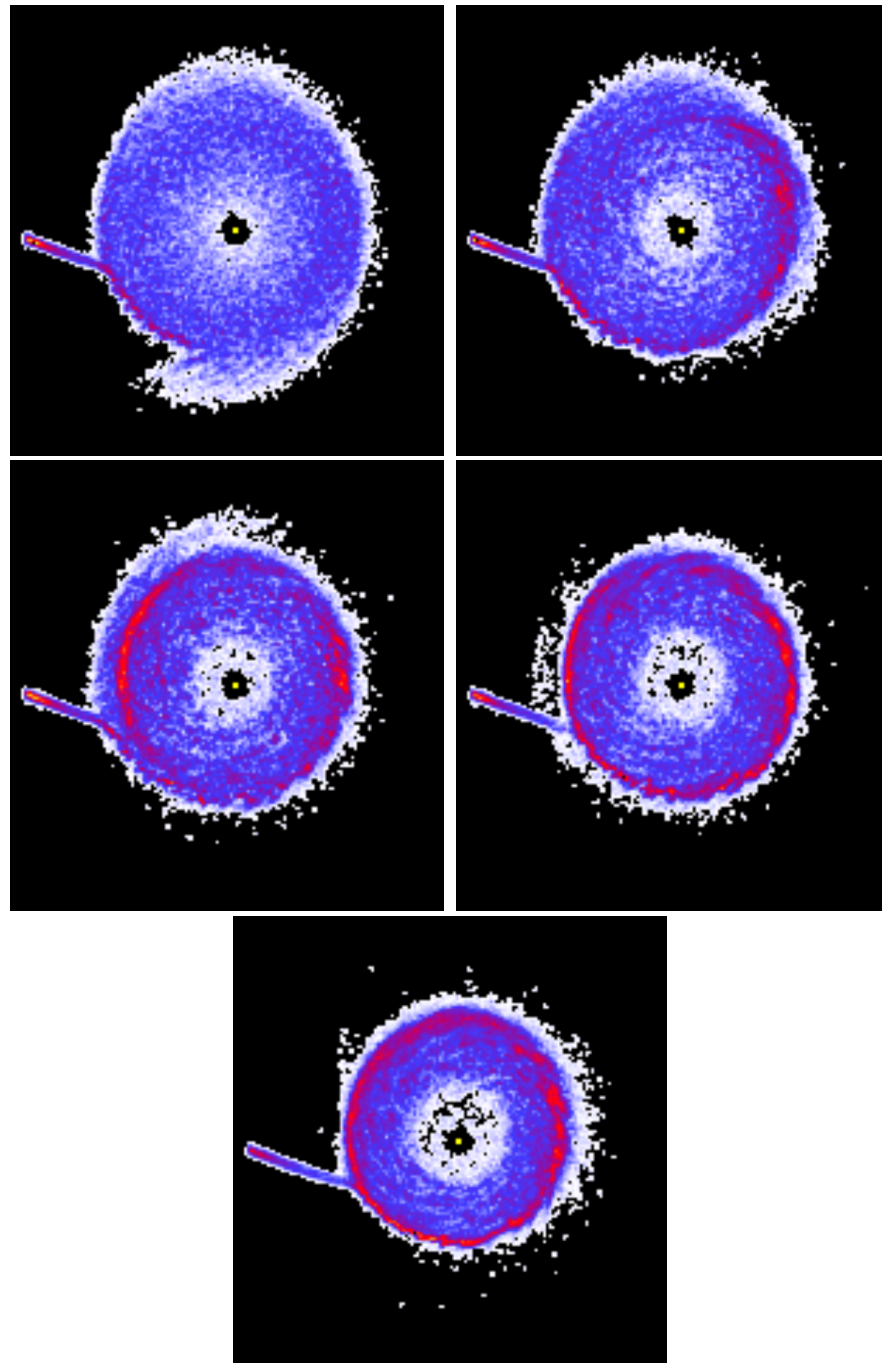
## 6.12 Die Verteilung des überströmenden Materials

Nachdem in den vorigen Abschnitten die Simulationen vorgestellt und beschrieben wurden, sind dieser und die nachfolgenden Abschnitte der Diskussion der Ergebnisse gewidmet.

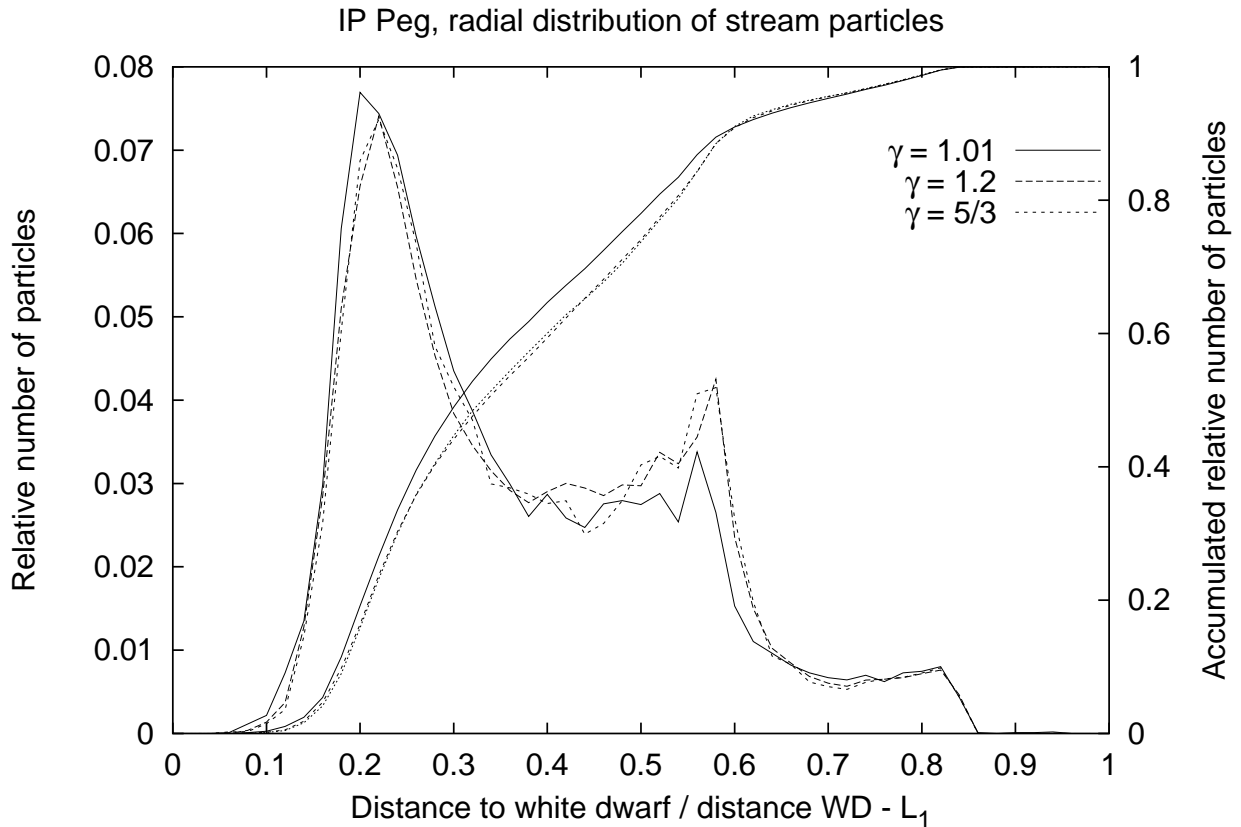
Wie wir in den vorhergegangenen Abschnitten gesehen haben, ist ein Scheibenüberstrom in allen simulierten Systemen vorhanden, unabhängig vom thermischen Zustand der Scheibe, bei unterschiedlichen Massentransferraten vom Sekundärstern und für verschiedene Strom- und Scheibenhöhen. Diese Aussage bleibt auch für Systeme mit allen möglichen Bahnperioden und Massenverhältnissen gültig. So bleibt die Frage, wo in der Scheibe sich das überströmende Gas schließlich mit dem Gas aus der Akkretionsscheibe vermischt. In Abbildung 6.23 ist die radiale Verteilung der überströmenden Teilchen aus den Simulationen mit der großen, vollständig entwickelten Akkretionsscheibe von IP Peg dargestellt, in Abbildung 6.24 entsprechend für die Simulationen mit der kleineren, noch nicht voll entwickelten Scheibe von U Gem, in den Abbildungen 6.25–6.26 die radialen Teilchenverteilungen der Simulationen von DQ Her und IP Peg mit unterschiedlichen Massentransferraten, und schließlich in Abbildung 6.27 die Verteilung bei einer Phase sprunghaft erhöhten Massentransfers. Von allen nicht-axialsymmetrischen Effekten wurde hierbei abgesehen. Um die Verteilungen der verschiedenen großen Systeme besser vergleichen zu können wurden alle radialen Abstände auf den Abstand vom Weißen Zwerg zum inneren Lagrange-Punkt des jeweiligen Systems normiert und die Teilchen anhand ihrer Radialkoordinate in 50 äquidistante Bins einsortiert. Von jeder Simulation sind zwei Kurven in der entsprechenden Abbildung zu sehen, die relative Anzahl der überströmenden Teilchen sowie eine nach rechts monoton ansteigende Kurve, die die von innen akkumulierte relative Teilchenanzahl angibt.

Diese Abbildungen zeigen, daß der Scheibenüberstrom in allen Systemen, wo eine Akkretionsscheibe durch Roche-Lobe-Überfluß gebildet wird, als ein wichtiges Merkmal angesehen werden muß. Im Falle von U Gem, wo die Akkretionsscheibe noch nicht voll entwickelt war, setzen sich 60%



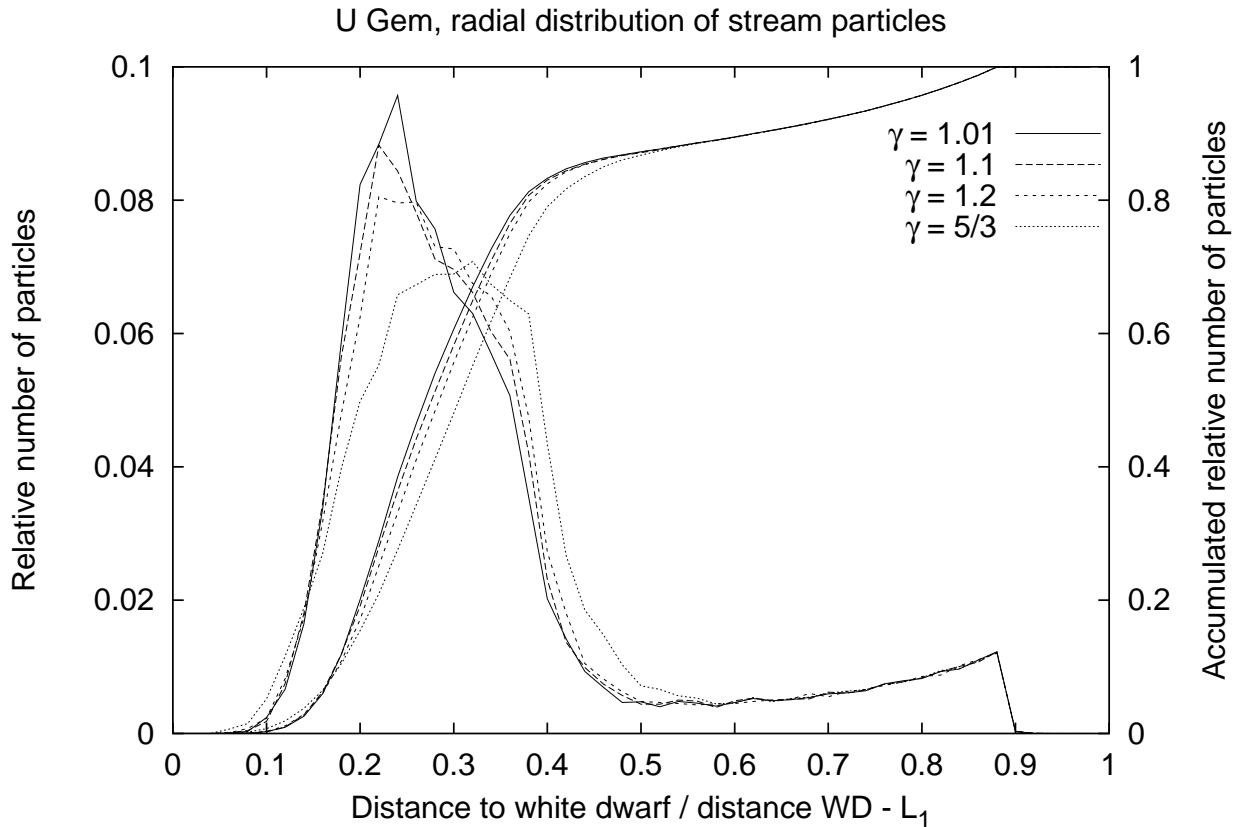


**Abb. 6.22:** Die Entwicklung der Akkretionsscheibe bei einer sprunghaft erhöhten Massentransferrate. Dargestellt ist die Dichte in der Mitte der Scheibe. Die Bilder haben einen Abstand von  $1/10$  Bahnperiode, die Reihenfolge geht von links nach rechts. Der massive Akkretionsstrom drückt den Rand der Akkretionsscheibe stark zusammen, ein dichter Randbereich entsteht. Diese Situation entspricht dem Wiederanstieg eines VY Scl-Sterns aus der Ruhephase zum hellen Zustand.



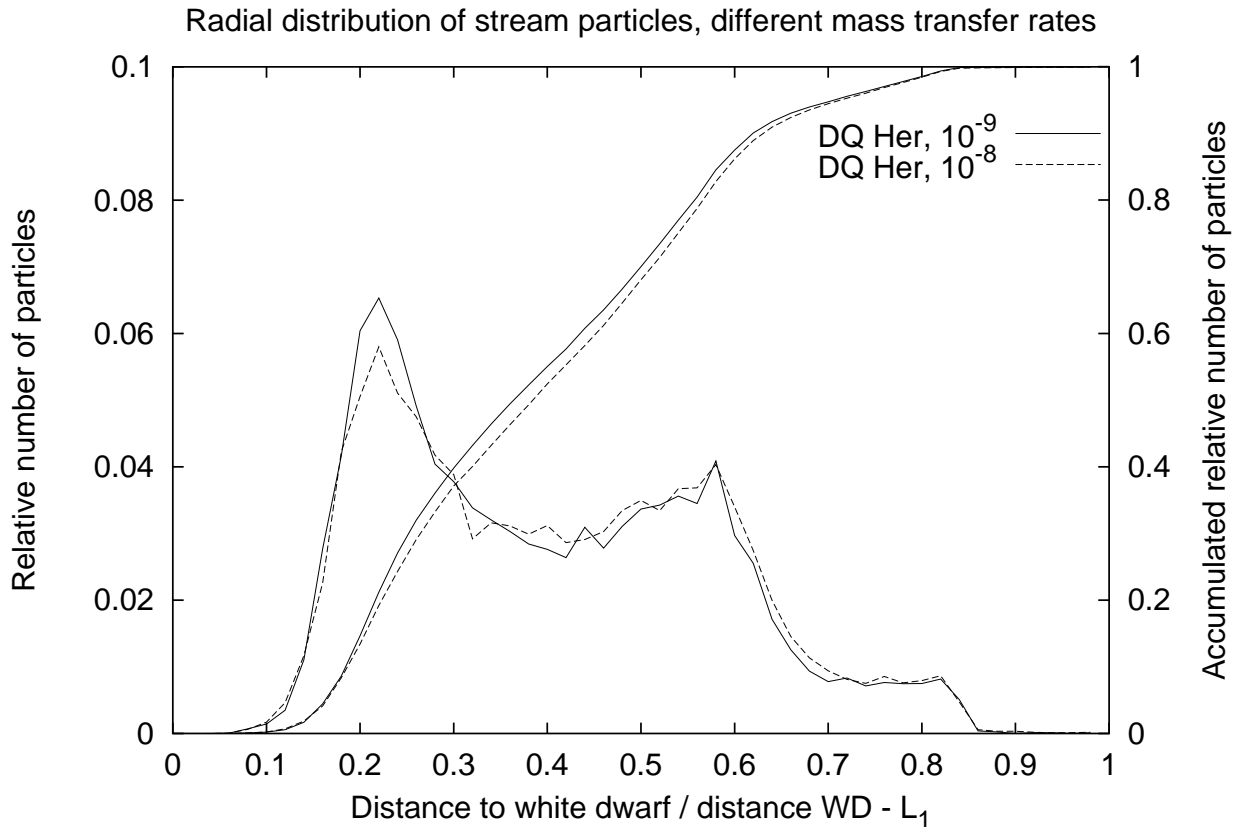
**Abb. 6.23:** Simulationen von IP Pegasi mit einer großen, voll entwickelten Akkretionsscheibe. Radiale Verteilung der überströmenden Teilchen nach einer halben Bahnperiode. Der radiale Abstand der Teilchen zum Weißen Zwerg wurde auf den Abstand Weißer Zwerg – innerer Lagrange-Punkt normiert und die Teilchen in 50 äquidistante Bins sortiert. Die Skala auf der linken Seite gibt die relative Teilchenzahl in den einzelnen Bins an, die Skala auf der rechten Seite die von innen her akkumulierte relative Teilchenzahl (die rechte Skala gehört also zu den monoton steigenden Kurven). Die Tendenz der Stromteilchen, sich um den Zirkularisationsradius herum niederzulassen, ist für kleine  $\gamma$  noch etwas ausgeprägter. Nicht einmal die dickste Scheibe mit  $\gamma = 5/3$  ist in der Lage, einen nenneswerten Anteil am Scheibenrand zu stoppen.

des einfallenden Gases direkt innerhalb von 30% des Abstands zum inneren Lagrange-Punkt ab. Nur die dickere Scheibe der adiabatischen Simulation hatte das Vermögen, den größeren Teil des einfallenden Gases bei größeren Scheibenradien zu halten, aber auch in diesem Fall wurden nur 10% der Materie direkt am Außenrand der Scheibe gestoppt. Das Bild ändert sich etwas



**Abb. 6.24:** Simulationen von U Geminorum mit einer kleinen, nicht voll entwickelten Akkretionsscheibe. Radiale Verteilung der überströmenden Teilchen nach einer halben Bahnperiode. Zur Erklärung siehe Bildunterschrift von Abbildung 6.23. Bei dieser Simulation mit einer kleineren Scheibe ergeben sich etwas stärkere Unterschiede zwischen den einzelnen Simulationen. Während die Ringbildung um den Zirkularisationsradius bei den Simulationen mit  $\gamma = 1.01, 1.1$  und  $1.2$  stark ausgeprägt ist, ist die radiale Verteilung des überströmenden Materials bei der adiabatischen Simulation gleichmäßiger.

für die große entwickelte Akkretionsscheibe bei den Simulationen von IP Peg, wo sich nur 40% der Materie innerhalb der inneren 30% niederließ und etwa 20% am äußeren Rand verblieben. Hier ist der Unterschied zwischen den Simulationen mit verschiedenem  $\gamma$  nur marginal im Hinblick auf die radiale Verteilung des überströmenden Gases. Bei den Simulationen mit verschiedenen Massentransferraten fällt auf, daß sich bei den Simulationen von DQ Her sowie der von IP Peg mit hoher Massentransferrate das meiste Material aus dem Akkretionsstrom um den Zirkularisationsradius herum ansammelt,

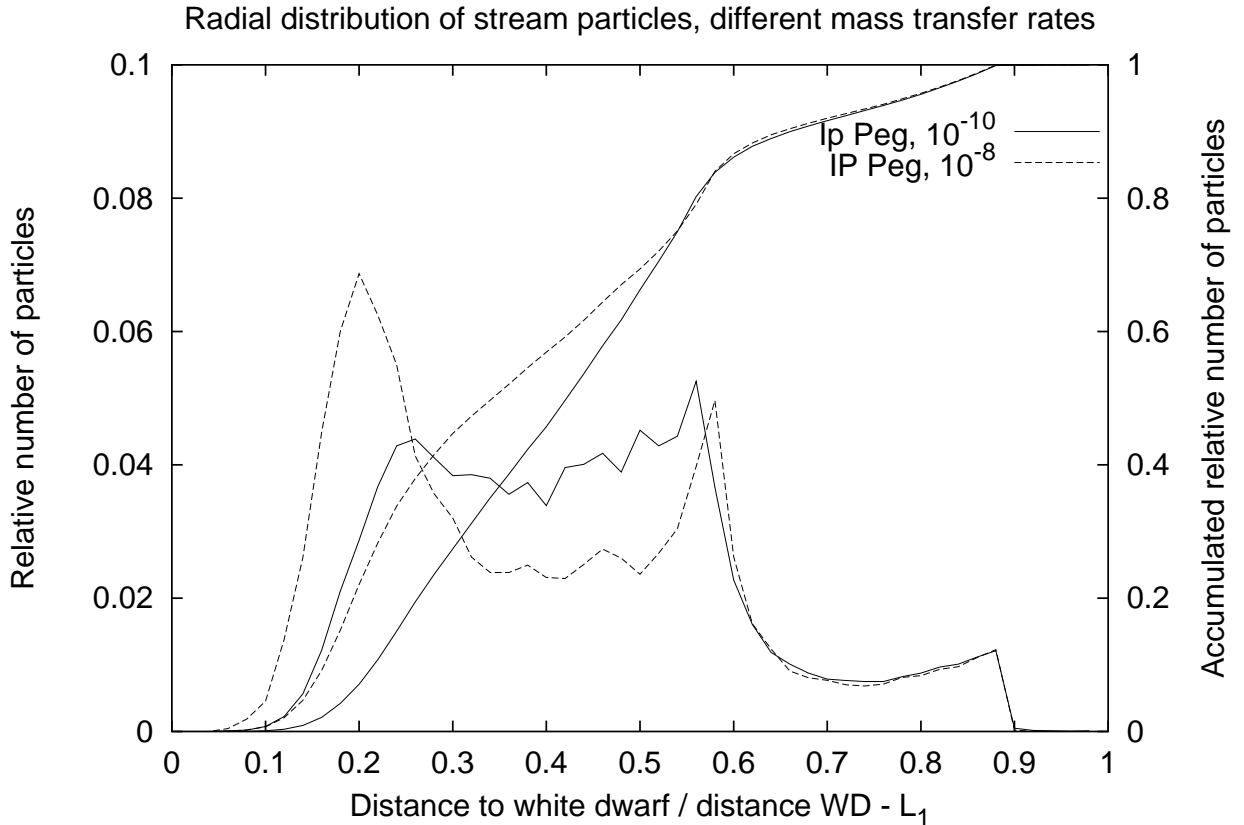


**Abb. 6.25:** Simulationen von DQ Her mit unterschiedlicher Massentransferrate. Radiale Verteilung der überströmenden Teilchen nach einer halben Bahnperiode. Zur Erläuterung siehe Unterschrift von Abbildung 6.23. Die Verteilung ist in beiden Fällen sehr ähnlich, die Ringbildung um den Zirkularisationsradius ist stark ausgeprägt, besonders für die kleinere Massentransferrate, da hier die Scheibe dünner ist.

nicht jedoch bei der kleinsten Massentransferrate bei der Simulation von IP Peg mit  $\dot{M} = 10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ . Hier kann der Scheibenrand das einfallende Gas aus dem Akkretionsstrom nicht effektiv abbremsen, so daß es nach dem Aufprall auf die Scheibenoberfläche bei Bahnphase 0.5 nochmals abprallt und sich danach gleichmäßig über die Oberfläche verteilt.

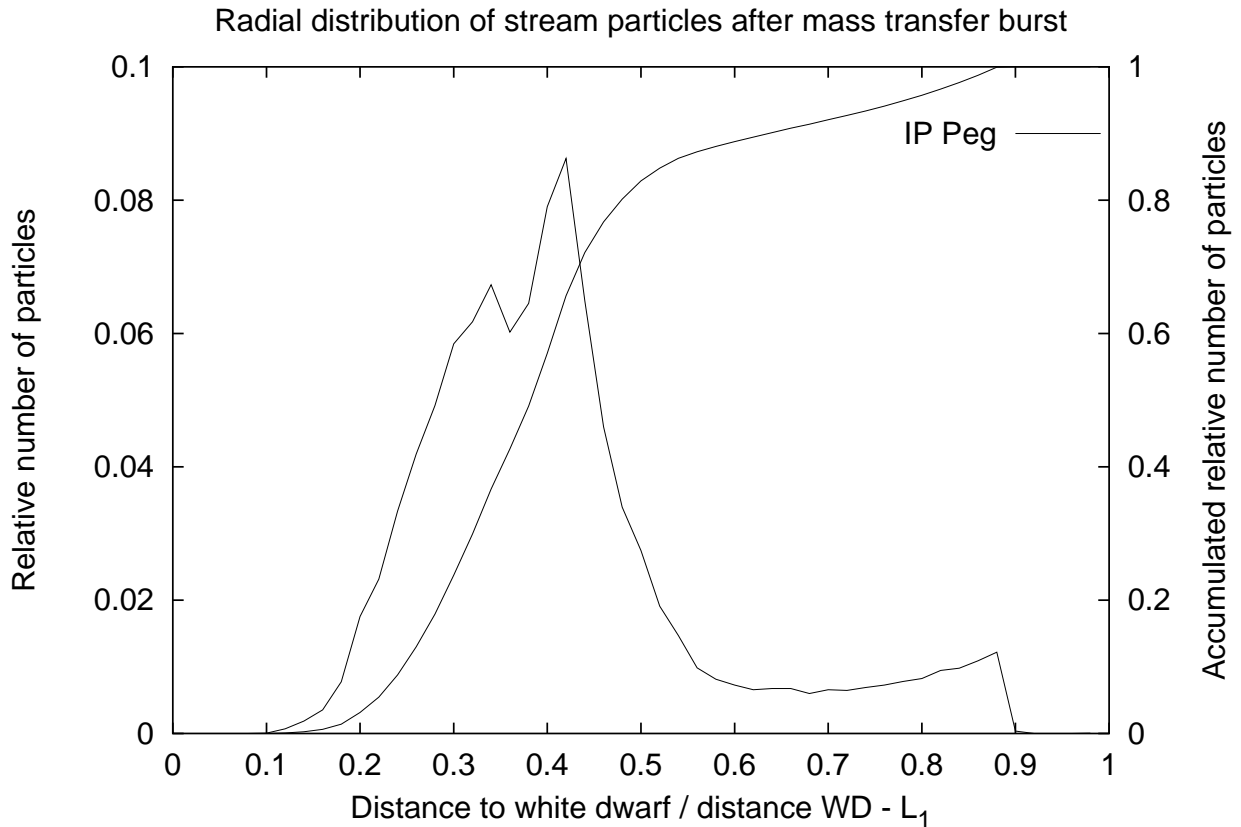
### 6.13 Die Struktur des Scheibenrands

Spiralstrukturen in den Akkretionsscheiben von Zwergnovae tauchen in vielen numerischen Simulationen auf, und sind in der Tat auch beobachtet worden, so bei den Zwergnovae IP Peg und EX Dra im Ausbruch (Steeghs,



**Abb. 6.26:** Simulationen von IP Peg mit unterschiedlicher Massentransfer-rate. Radiale Verteilung der überströmenden Teilchen nach einer halben Bahnperiode. Zur Erläuterung siehe Unterschrift von Abbildung 6.23. Die Unterschiede zwischen den Simulationen sind hier viel größer. Während sich Simulationen mit  $-\dot{M}_2 = 10^{-8}$  und  $10^{-9} M_\odot \text{yr}^{-1}$  (Abbildung 6.25) hinsichtlich der radialen Verteilung der überströmenden Materie praktisch nicht unterscheiden, tritt bei der kleinen Massentransferrate  $-\dot{M}_2 = 10^{-10} M_\odot \text{yr}^{-1}$  eine Veränderung des Verhaltens auf, die Materie aus dem Strom ist nach kurzer Zeit radial ziemlich gleichverteilt.

Harlaftis & Horne 1997, Joergens, Spruit & Rutten 2000). Spiralstrukturen im Ruhezustand wurden nicht beobachtet. Warum tauchen sie in numerischen Simulationen auf? Bei meinen Simulationen sieht man sie nur in den 2D-Rechnungen. Das liegt daran, daß das neu vom Sekundärstern einfallende Gas mit niedrigem spezifischem Drehimpuls bei 2D-Simulationen immer am äußeren Rand verbleibt und sich dort anstaut, so daß schließlich spiralförmige Dichtewellen durch die Akkretionsscheibe nach innen laufen. Andererseits strömt bei 3D-Simulationen der größte Teil des Akkretionss-



**Abb. 6.27:** Simulation von IP Peg mit einer sprunghaft erhöhten Massentransferrate, dargestellt ist die radiale Verteilung der überströmenden Teilchen nach einer halben Bahnperiode. Zur Erläuterung siehe Unterschrift von Abbildung 6.23. Diese Simulation mit sprunghaft erhöhter Massentransferrate unterscheidet sich deutlich von den anderen, die Verteilung der Stromteilchen hat ihr Maximum etwa bei 0.4 und ist ungefähr symmetrisch.

troms direkt über und unter der Scheibe zu kleineren Radien, so daß sich kein so dichter Rand aufbauen kann. Die Akkretionsscheiben wachsen radial schneller, sie erreichen bald eine Größe, bei der weiteres radiales Wachstum durch die Gezeitenkräfte des Sekundärsterns verhindert wird. Dieser Effekt führt auch zu einer dichten Struktur am Scheibenrand, allerdings gehen davon keine Spiralwellen aus. Spiralen finden sich jedoch in Simulationen von Zwergnovae mit großem Massenverhältnis, die sich im Ausbruch befinden, wenn die Viskosität groß ist und die gesamte Scheibe durch den Gezeiteinfluß des Sekundärsterns verzerrt ist (Kunze, Speith & Riffert 1997, siehe auch Kapitel 7).

## 6.14 Absorptionsdips

Die Röntgenabsorptionsdips, die in vielen LMXBs und Kataklysmischen Variablen höherer Inklination zu beobachten sind (siehe Abbildung 6.2), werden durch absorbierendes Gas oberhalb der Akkretionsscheibe verursacht. Der wahrscheinlichste Prozeß, der absorbierendes Material in diese Region über der Scheibe befördern kann, ist die Wechselwirkung zwischen dem einfallenden Gasstrom vom Sekundärstern und dem Rand der Akkretionsscheibe in der Bright Spot-Region. Meine Simulationen zeigen, daß sich hier eine bogenförmige Schockfront entwickelt, die einen Teil des Akkretionsstroms vertikal ablenkt, so daß dieser Teil eine gewisse Höhe über der Scheibenebene erreicht. Dieser bogenförmige Schock ist in den Simulationen von AM CVn besonders gut zu erkennen (Abbildung 6.4), da hier die Scheibe fast bis zum Roche-Lobe reicht<sup>2</sup> und der Akkretionsstrom beim Aufprall auf den Scheibenrand relativ langsam ist. Daher wird der Strom stark vertikal abgelenkt.

Die Resultate meiner Simulationen zeigen, daß dieser Effekt absorbierendes Gas bis in eine Höhe transportiert, die einem Winkel von 20° bis 25° vom Weißen Zwerg aus gesehen entspricht, so daß Röntgenabsorptionsdips zwischen Bahnphase 0.7 bis 0.9 bei Systemen mit einer Inklination von mindestens 65° bis 70° durch Scheibenüberstrom erklärbar sind. Die seltener beobachteten Absorptionsdips um die Bahnphase 0.2 herum könnten ebenfalls vom Scheibenüberstrom hervorgerufen werden. Für eher kleine Scheiben, bei kleinen Massentransferraten oder im Falle eines plötzlich erhöhten Massentransfers vom Sekundärstern kann das überströmende Gas nach dem Aufprall auf die Scheibenoberfläche bei Bahnphase 0.5 nochmals abprallen und so in die entsprechende Region oberhalb der Scheibe gelangen.

## 6.15 Scheibenüberstrom und Zwergnovaausbrüche

Schreiber & Hessman (1998) berechneten Ausbruchlichtkurven von Zwergnovae unter Berücksichtigung der Effekte eines Scheibenüberstroms, in dem die einfallende Materie nicht nur am Außenrand der Scheibe zugeführt wur-

---

<sup>2</sup>In der Tat ist AM CVn ein Permanenter Superhumper, so daß die Akkretionsscheibe stark exzentrisch ist und präzediert. Dieser Effekt wird in Kapitel 7 behandelt. Hier wurde ein kleineres  $\dot{M}$  verwendet, so daß die Scheibe lange braucht, um die Exzentrizität zu entwickeln.

de, sondern auch bei kleineren Radien. Unter Verwendung eines Anteils an überströmendem Gas von 10% bis 40% fanden sie, daß bereits 25% Überstrom ausreicht, um das Ausbruchsverhalten der Zwergnovae deutlich zu ändern, vor allem durch eine Verlängerung des Ausbruchs selbst. Der von Schreiber & Hessman verwendete Mechanismus, der zu einem Überstrom führt, unterscheidet sich von dem von mir gefundenen Effekt folgendermaßen: der (vertikal) innere Teil des Stroms wird immer am Scheibenrand gestoppt, wohingegen die äußeren Teile, d. h. die Teile des Stroms, die außerhalb der Scheibenhöhe liegen, über die Scheibenoberfläche gleiten können. Meine Simulationen hingegen zeigen, daß auch Teile des Akkretionsstroms, die auf den Scheibenrand treffen, über die Scheibe strömen können, nachdem sie durch die Schockwechselwirkung am Bright Spot vertikal abgelenkt wurden. Das erklärt auch, warum auch bei dickeren Scheiben ein so großer Anteil des gesamten Stroms direkt zur inneren Scheibe fließt, was die Wichtigkeit dieses Effekts für alle möglichen thermischen Zustände der Akkretionsscheibe weiter unterstreicht. Die Ausbruchszyklen von Zwergnovae sollten unter Berücksichtigung dieses Effekts neu berechnet werden. Ich erwarte, daß wegen des Scheibenüberstroms Ausbrüche von innen nach außen gegenüber solchen von außen nach innen bevorzugt werden, was aber mit den entsprechenden Programmen zu überprüfen wäre. Auch sollte die Entwicklung der Scheibe im Ruhezustand beschleunigt verlaufen, da der direkte Transport von Strommaterial in die innere Scheibe natürlich wesentlich schneller vonstatten geht als der viskose Transport durch die Scheibe vom Außenrand her.

## 6.16 Merkmale des Scheibenüberstroms bei der Beobachtung

Abgesehen von den schon behandelten Röntgenabsorptionsdips gibt es noch weitere Möglichkeiten, Merkmale eines Scheibenüberstroms zu beobachten. Bei der Methode der Dopplertomographie von Akkretionsscheiben (Marsh & Horne 1988) werden phasenaufgelöste Spektren von Emissionsregionen dazu benutzt, zweidimensionale Karten der Akkretionsscheibe im Geschwindigkeitsraum zu erstellen. Obwohl diese Methode nicht immer ganz eindeutig ist – räumlich getrennte Regionen in einem Binärsystem können die gleiche Geschwindigkeit besitzen – ist es normalerweise möglich, Regionen im Geschwindigkeitsraum den entsprechenden Regionen im Ortsraum zuzuordnen. In Abbildung 6.28 wird das Bild der Akkretionsscheibe aus einer Simulation

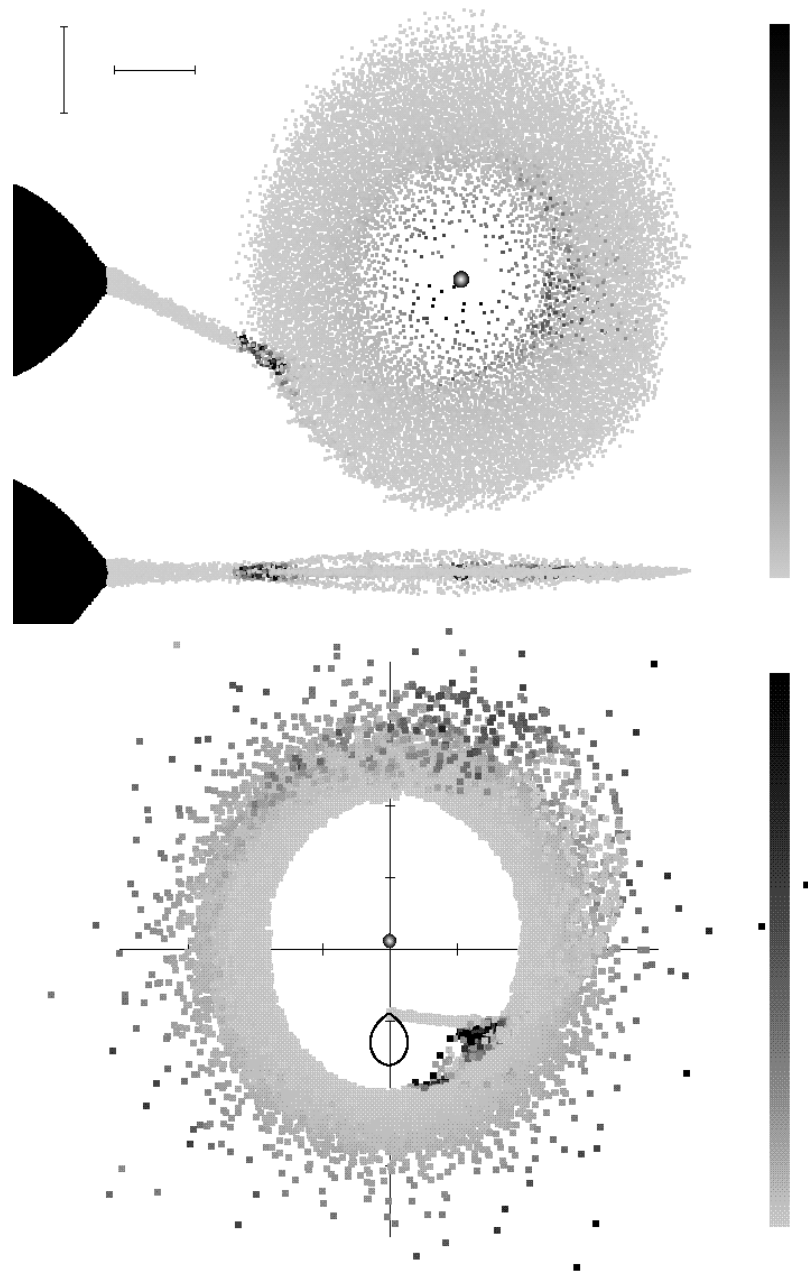


der kurzperiodischen Zwergnova OY Carinae gezeigt, zusammen mit dem dazugehörigen Dopplertomogramm. Da die räumlich inneren Teile der Akkretionsscheibe aufgrund der Keplerbewegung eine höhere Geschwindigkeit haben als die äußeren Gebiete, sieht man die Scheibe im Dopplertomogramm sozusagen von innen nach außen. Zur Verdeutlichung der Verhältnisse ist zusätzlich die Geschwindigkeitsoberfläche des Sekundärsterns sowie die Position des Primärsterns dargestellt. Das System ist bei dieser Simulation im Ruhezustand, daher tritt die Bright Spot-Region deutlich hervor. Zudem ist der zweite helle Fleck nahe dem Weißen Zwerg bei Bahnphase 0.5 klar erkennbar. Dieses Merkmal zeigt sich auch deutlich im Dopplertomogramm, hier liegen die entsprechenden Teilchen im oberen rechten Quadranten nahe bei  $v_x = 0$ . Die Geschwindigkeiten der Teilchen im Bright Spot sind eine Mischung aus den Geschwindigkeiten der Strom- und der Scheibenrandteilchen. Hier kann man auch sehen, wie die Stromteilchen in der Wechselwirkungsregion kinetische Energie verlieren.

Die zweite helle Region bei Bahnphase 0.5 liegt ungefähr bei Geschwindigkeit 0 in  $x$ -Richtung. Das sollte beobachtbar sein. Tatsächlich hat Neustroev (1998) eine  $H_\alpha$  Emissionszone an der entsprechenden Stelle in Dopplerkarten der besonderen Zwergnova WZ Sagittae gefunden. Skidmore et al. (2000) untersuchten ebenfalls die Akkretionsscheibe von WZ Sge mit dopplertomographischen Methoden. Sie fanden ein Maximum der Emission nicht genau am Ort des Bright Spots, sondern eher entlang der Trajektorie des Akkretionsstroms weiter innen in der Scheibe. Sie führten das darauf zurück, daß der Strom in die Scheibe eindringt. Da die Dopplermethode jedoch keine vertikalen Merkmale der Scheibe auflösen kann, kann diese Emission auch ein Zeichen des Scheibenüberstroms sein.

## 6.17 Zusammenfassung der Ergebnisse

Meine Simulationen der Strom-Scheibe-Wechselwirkung in Kataklysmischen Variablen zeigen, daß der Scheibenüberstrom ein wichtiges Merkmal in diesen Systemen ist. Das gilt für einen großen Bereich von Bahnperioden und Massenverhältnissen, ebenso für verschiedene thermische Zustände der Scheibe, Massentransferraten, Scheibengrößen und Stromdicken. Dieser Überstrom macht sich in der Beobachtung als Röntgen- oder UV-Absorptionsdips bei Bahnphase 0.7 bemerkbar. Diese Dips treten sowohl bei Kataklysmischen als auch bei LMXBs auf, sofern die Inklination ausreichend hoch ist, etwa ab  $70^\circ$ . Der Aufprall des überströmenden Gases auf die Scheibenoberfläche



**Abb. 6.28:** Simulation des Strom-Scheibe-Überstroms in dem SU UMa-System OY Carinae im Ruhezustand. Das obere Bild zeigt die Teilchenverteilung in der Akkretionsscheibe von oben und von der Kante aus gesehen. Das untere Bild ist das Dopplertomogramm derselben Akkretionsscheibe, d. h. eine zweidimensionale Projektion der Teilchen im Geschwindigkeitsraum. Die Energiedissipation ist graucodiert. Man erkennt zwei Regionen hoher Dissipation, den üblichen Bright Spot sowie eine zweite Region bei Bahnphase 0.5, wo der Überstrom wieder auf die Oberfläche der Scheibe auftrifft. Diese beiden Bilder stammen von R. Speith.

nahe dem Weißen Zwerg etwa bei Bahnphase 0.5 sollte ebenfalls beobachtbar sein, tatsächlich wurden in phasenaufgelösten Spektren von Zwergnovae eine Emissionsregion an der betreffenden Stelle gefunden. Bei kleinem Scheibradius oder wenn sich die Massentransferrate sprunghaft erhöht, kann ein Teil des überströmenden Gases nach dem Aufprall auf die Scheibenoberfläche bei Phase 0.5 nochmals abprallen und so in Regionen oberhalb der Scheibenebene gelangen, so daß ein weiterer Röntgenabsorptionsdip um die Bahnphase 0.2 auftritt, wie er in manchen Kataklysmischen und LMXBs auftritt. Für diese Dips bestand bisher keine befriedigende Erklärung.

Die Simulationen zeigen, daß ein Großteil des vom Sekundärstern einfallenden Gases direkt zu inneren Bereichen der Scheibe fließen kann und sich dort in einem Ring um den Zirkularisationsradius herum mit der Scheibe vermischt, anstatt in der Bright Spot-Region vom Scheibenrand gestoppt zu werden. Dieses Verhalten des Akkretionsstroms sollte eine starke Auswirkung auf die Entwicklung der Scheibe im Ruhezustand haben, da die Viskosität in der Scheibe in diesem Falle nicht der alleinige Mechanismus ist, der Gas nach innen transportieren kann. Außerdem sollte die Ansammlung des Gases um den Zirkularisationsradius dazu führen, daß die Zwergnova- ausbrüche vorzugsweise von innen ausgehen und nach außen laufen, anstatt andersherum. Da in der Natur beide Ausbruchstypen vorkommen, auch im gleichen System, muß es auch Mechanismen geben, die dazu führen, daß das Gas aus dem Akkretionsstrom nicht vorzugsweise in der inneren Scheibe deponiert wird. Um das zu untersuchen, ist eine detailliertere Behandlung von Strahlungsprozessen in der Bright Spot-Region vonnöten. Das geht leider über den Bereich dieser Simulationen hinaus. Ebenfalls denkbar ist, daß der Akkretionsstrom durch das Magnetfeld des Weißen Zwerges, sofern dieser eines besitzt, etwas mitgeführt wird, so daß ein Teil des Gases wieder in äußere Bereiche der Scheibe gelangt. Siehe dazu Kapitel 8.

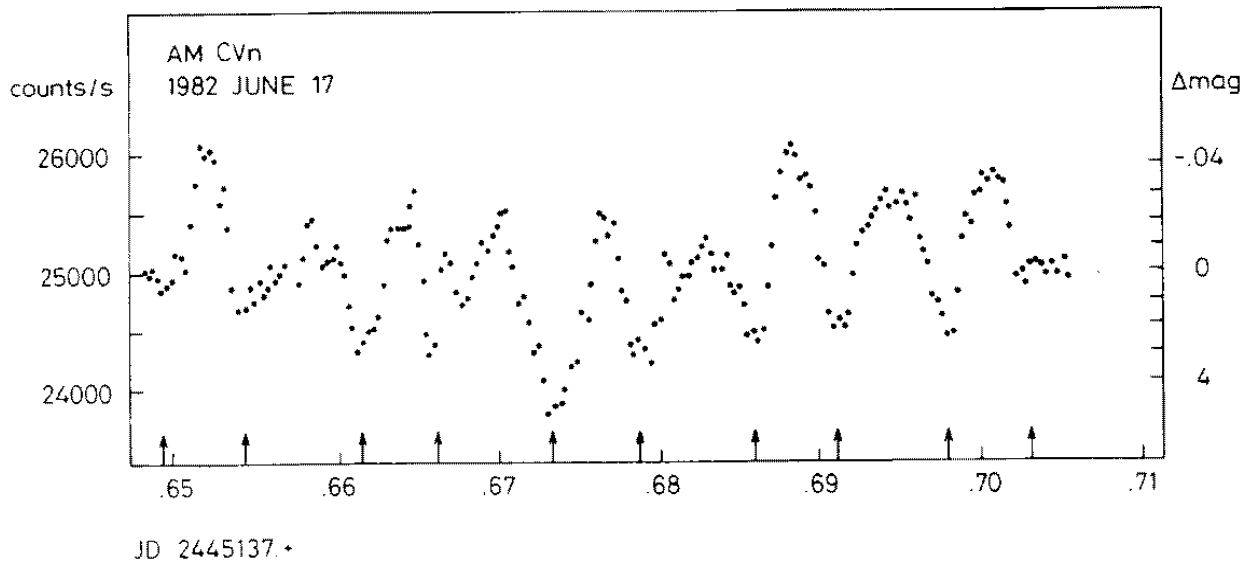


# Kapitel 7

## Superhumps in AM CVn und CR Boo

### 7.1 AM Canum Venaticorum

In Kapitel 5 wurden die AM CVn-Sterne bereits vorgestellt. Die extrem kurze Bahnperiode dieser Systeme erfordert, daß der Sekundärstern ebenfalls entartet ist, zumindest der Kern. AM CVn zeigt viele verschiedene Perioden in seiner Lichtkurve, so daß die Bahnperiode von 1029 s lange Zeit strittig war, vor allem, da zeitweilig wesentlich stärkere periodische Signale auftreten. Zur Identifizierung des 1029 s Signals als wahre Bahnperiode haben verschieden Umstände beigetragen. Zum einen unterliegen die anderen starken periodischen Signale Periodenschwankungen, die zu groß sind, als daß sie aus Änderungen der Umlaufperiode zustande kommen könnten. Ein weiterer Hinweis ist die Interpretation des starken periodischen Signals von 1051 s als Superhumpperiode  $P_{SH}$ . Der Unterschied zwischen beiden Perioden, der Periodenexzess  $\Delta P = (P_{SH} - P_{orb})/P_{orb}$ , beträgt 2.9%. Das passt gut in den Rahmen der bei den SU UMa-Sternen beobachteten Werte. Der entscheidende Hinweis jedoch ist die Beobachtung der *Schwebungsperiode* (engl. beat period) von 13.38 h der beiden Perioden in der Lichtkurve von AM CVn. Diese Beobachtung identifiziert die beiden Perioden eindeutig als Bahnperiode (1029 s) und Superhumpperiode (1051 s). Abbildung 7.1 zeigt einen kurzen Ausschnitt aus einer beobachteten Lichtkurve von AM CVn. Hier wird deutlich, was die Identifizierung einer einzelnen Periode

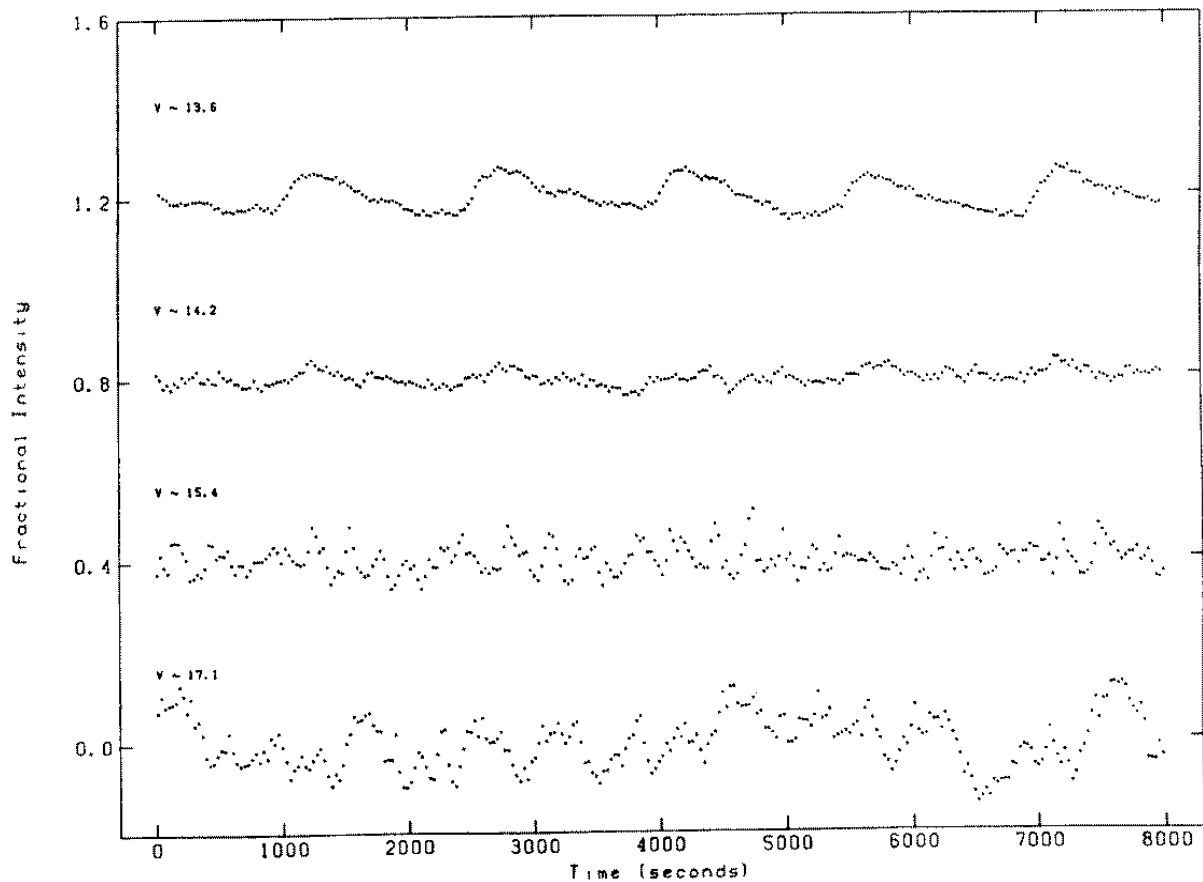


**Abb. 7.1:** Die beobachtete Lichtkurve von AM CVn (Solheim et al. 1984). Die Superhumps sind gut zu erkennen. Es sind allerdings mehrere Signale mit ähnlicher Periode überlagert, was man an der ungleichen Verteilung der Minima (Pfeile) sehen kann.

so schwierig macht. Besonders an der ungleichmäßigen Verteilung der Minima kann man sehen, daß hier einige periodische Signale überlagert sind. Tatsächlich ist AM CVn ein System, das auch sog. *negative Superhumps* mit  $\Delta P < 0$  zeigt. Die müssen aber einen anderen Ursprung als die normalen Superhumps haben, da die Akkretionsscheibe schlecht mit zwei Perioden gleichzeitig präzedieren kann.

## 7.2 CR Bootes

Im Gegensatz zu AM CVn zeigt CR Boo häufige starke Ausbrüche, die Helligkeit variiert zwischen 17 und 13.6 mag. Im Ausbruch erscheinen die Heliumlinien in Absorption, in Ruhe in Emission. Dieses Verhalten ist typisch für die Wasserstofflinien bei Zwergnovae. Man kann daher davon ausgehen, daß die Massentransferrate vom Sekundärstern von CR Boo in einem Bereich liegt, wo die thermische Instabilität der Helium-Akkretionsscheibe zum Tragen kommt. Langzeitbeobachtungen von CR Boo (Kato et al. 2000) ergaben, daß CR Boo neben den hellen Zuständen auch während der Ruhephasen kurze Helligkeitsanstiege zeigt. Zudem besitzt CR Boo im Zustand



**Abb. 7.2:** Die beobachtete Lichtkurve von CR Boo (Wood et al. 1987). Die oberste Kurve ist während der hellen Phase aufgenommen, hier sind die Superhumps deutlich zu erkennen. Die beiden mittleren Kurven zeigen Phasen mittlerer Helligkeit von CR Boo, die unterste zeigt CR Boo in Ruhe. Hier ist das Flackern (engl. Flickering) am ausgeprägtesten. Das ist immer ein deutliches Zeichen von Massentransfer.

maximaler Helligkeit, also während der langen Ausbrüche, eine variierende Helligkeit mit einer Periode von 1493 Sekunden, siehe Abbildung 7.2. Dieses Signal ist nur während der langen Ausbrüche zu beobachten, die Periode ist 1.3% länger als die Bahnperiode von 1471 Sekunden. Daher kann man diese Variation als Superhumps interpretieren, und die langen Ausbrüche, die sich im Mittel alle 43.6 Tage wiederholen, als Superausbrüche. Die kurzen Helligkeitsanstiege entsprechen normalen Ausbrüchen. In diesem Verhalten ähnelt CR Boo den ER UMa-Sternen, einer Untergruppe der SU UMa-Sterne mit extrem kurzem Superzyklus. Der Superzyklus ist der mittlere Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Superausbrüchen. Während die SU UMa-Sterne Superzyklen von 100 bis 1000 Tagen haben, beträgt diese Zeitspanne

bei den EU UMa-Sternen nur 19 bis 46 Tage. In Abbildung 7.2 sind beobachtete Lichtkurven zu verschiedenen Phasen von CR Boo dargestellt. Die oberste ist während eines Ausbruchs aufgenommen, das Superhumpsignal ist deutlich zu sehen. Während der Ruhephase tritt starkes Flickering auf.

### 7.3 Die Massen und die Massentransferraten

Während Periodizitäten in der Lichtkurve relativ leicht zu beobachten sind und die Bahnperiode daher meist gut bekannt ist, stellt die Bestimmung der Massen und des Massenverhältnisses der Komponenten eine schwierigere Aufgabe dar. Bei bedeckenden Systemen erhält man Informationen über die relative Größe der einzelnen Komponenten und der Scheibe, weitere theoretische Überlegungen lassen dann die Bestimmung der Massen in recht engen Grenzen zu. Für SU UMa-Sterne gilt in erster Näherung die folgende empirische Beziehung zwischen der Schwebungsperiode  $P_b = P_{\text{SH}}P_{\text{orb}}/(P_{\text{SH}} - P_{\text{orb}})$  und dem Massenverhältnis  $q$ :

$$P_b = A \frac{1+q}{q} P_{\text{orb}} \quad (7.1)$$

mit der Konstante  $A \approx 3.73$  für  $q \leq 0.1$  (Hirose & Osaki 1990, 1993). Für AM CVn ergibt sich nach dieser Gleichung  $q = 0.084$ . Die absoluten Massen kann man anhand der Bahnperiode abschätzen, da für Sterne, die ihr Roche-Volumen ausfüllen, die Beziehung

$$\bar{\rho} = 107 P_{\text{orb}}^{-2} \text{ g cm}^{-3} \quad (7.2)$$

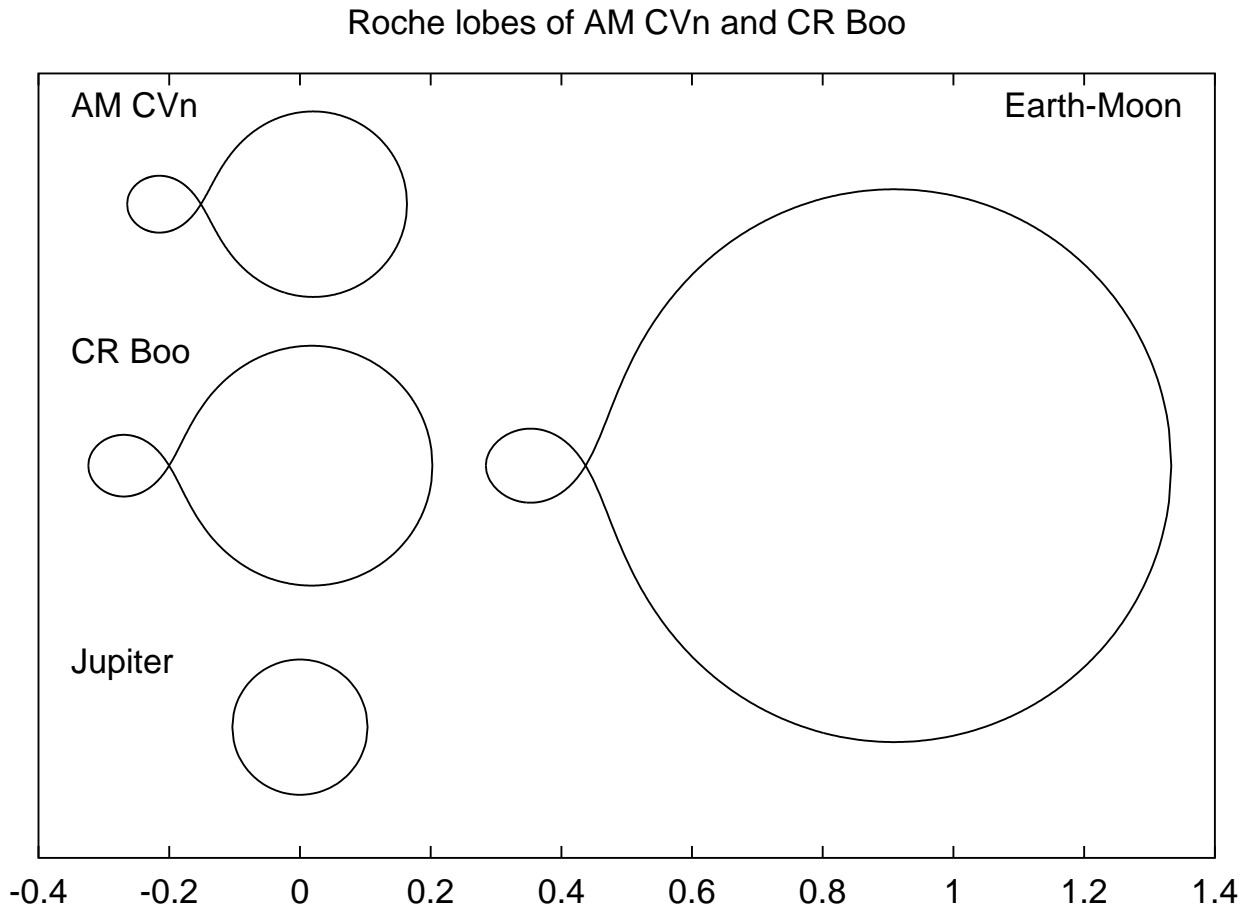
für die mittlere Dichte gilt (Faulkner, Flannery & Warner 1972). Hierbei wird die Bahnperiode  $P_{\text{orb}}$  in Stunden eingesetzt. Bei einer Bahnperiode von unter 1/2 Stunde folgt direkt, daß der Sekundärstern zumindest teilweise entartet sein muß. Savonije, de Kool & van den Heuvel (1986) zeigen, daß aufgrund der hohen Massenverlustrate der Sekundärstern nur teilweise entartet ist und die Masse-Radius-Beziehung

$$R_2 = 2.03 \times 10^7 M_2^{-0.19} \text{ m} \quad (7.3)$$

erfüllt ( $M_2$  in Sonnenmassen). Damit ergibt sich für die Masse des Sekundärsterns

$$M_2 = 1.83 \times 10^2 P_{\text{orb}}^{-1.27}, \quad (7.4)$$





**Abb. 7.3:** Die Größe der Systeme AM CVn und CR Boo im Vergleich zum Jupiter und zum Roche-Lobe des Erde-Mond-Systems. Die Skala an den Achsen ist in Sonnenradien.

gemessen in Sonnenmassen;  $P_{\text{orb}}$  in Stunden. Für AM CVn mit einer Bahnperiode von 1029 s erhalten wir  $M_2 = 0.092 M_{\odot}$  und  $M_1 = 1.09 M_{\odot}$ .

Nelson et al. (1986) und King (1988) finden für die Massentransferrate in einem Binärsystem, das nur durch Gravitationsstrahlung Drehimpuls verliert

$$-\dot{M}_2 = \frac{1.27 \times 10^{-8} q^2 M_1^{8/3}}{(1+q)^{1/3} \left( \frac{5}{6} + \frac{\zeta_{\text{ad}}}{2} - q \right)} P_{\text{orb}}^{-8/3} M_{\odot} \text{yr}^{-1}. \quad (7.5)$$

Die Bahnperiode ist wiederum in Stunden einzusetzen, der adiabatische Koeffizient ist  $\zeta_{\text{ad}} = \partial \ln R_2 / \partial \ln M_2$ . Im thermischen Gleichgewicht ist  $\zeta_{\text{ad}} = -1/3$ , hier gilt nach Gleichung 7.3  $\zeta_{\text{ad}} = -0.19$ . Setzt man das zusammen mit den Werten für AM CVn in Gleichung 7.5 ein, so ergibt sich

für die Massentransferrate von AM CVn

$$-\dot{M}_2 \approx 3.9 \times 10^{-9} M_{\odot} \text{yr}^{-1}. \quad (7.6)$$

Da AM CVn keine starken Helligkeitsschwankungen zeigt, wird dieser mittlere Wert recht nahe am tatsächlichen liegen.

Bei CR Boo kann man analog zu AM CVn das Massenverhältnis aus der Schwebungsperiode anhand Gleichung 7.1 bestimmen, man erhält  $q \approx 0.058$ , aus den Gleichungen 7.2 und 7.3 folgen die Massen zu  $M_1 = 1.0 M_{\odot}$  und  $M_2 = 0.058 M_{\odot}$ , die Massentransferrate ist  $-\dot{M}_2 = 6.7 \times 10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  nach Gleichung 7.5. In Abbildung 7.3 sind die Roche-Lobes der beiden Sterne mit den hier bestimmten Massen dargestellt. Um ein Gefühl für die Größe der Sterne zu vermitteln, sind zusätzlich der Jupiter sowie der Roche-Lobe des Erde-Mond-Systems abgebildet.

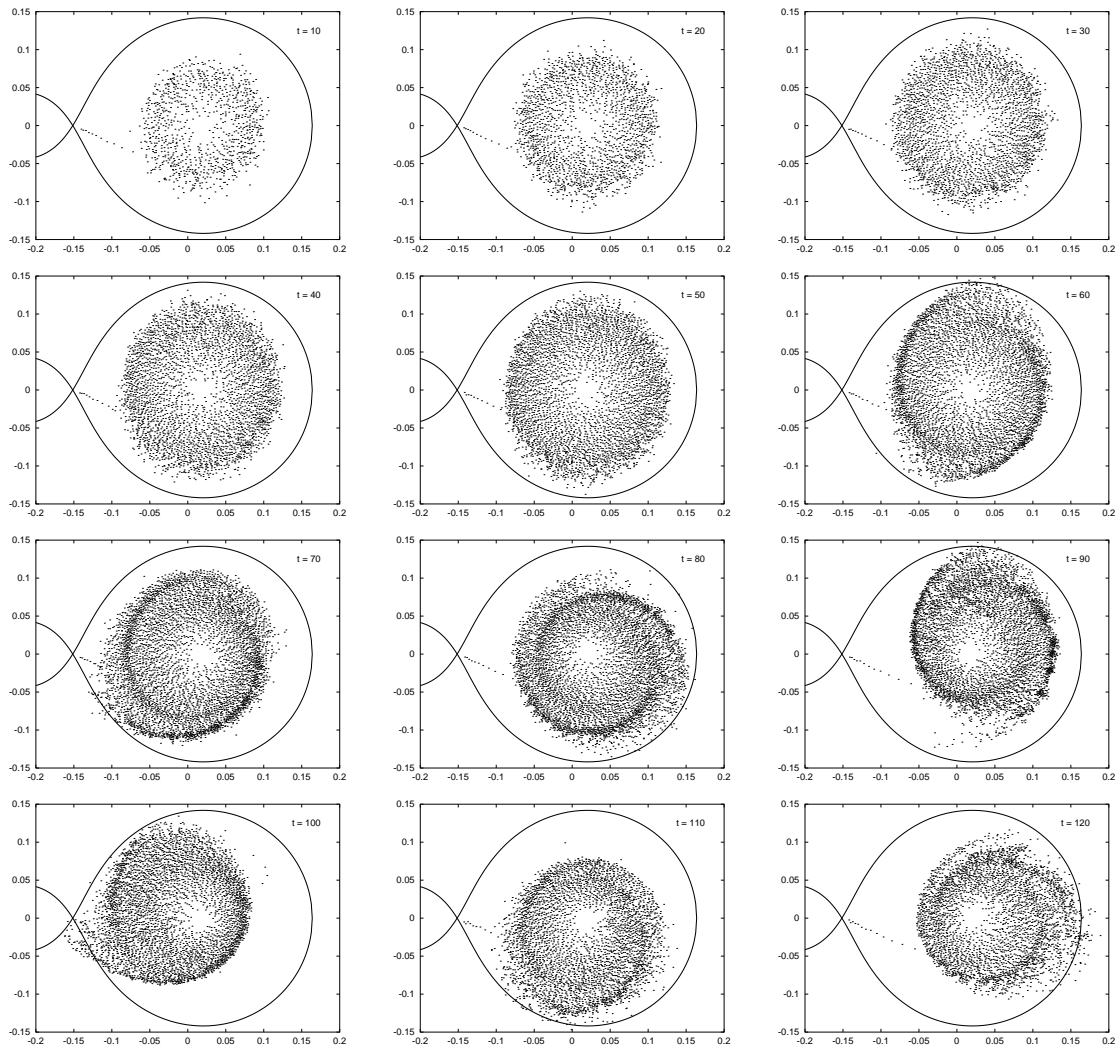
## 7.4 Simulationen von AM CVn

Für die Simulationen der Akkretionsscheibe von AM CVn wurden die oben bestimmten physikalischen Parameter benutzt, also

- $P_{\text{orb}} = 1029 \text{ s}$
- $M_1 = 1.09 M_{\odot}$
- $M_2 = 0.092 M_{\odot}$
- $-\dot{M}_2 = 3.9 \times 10^{-9} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ .

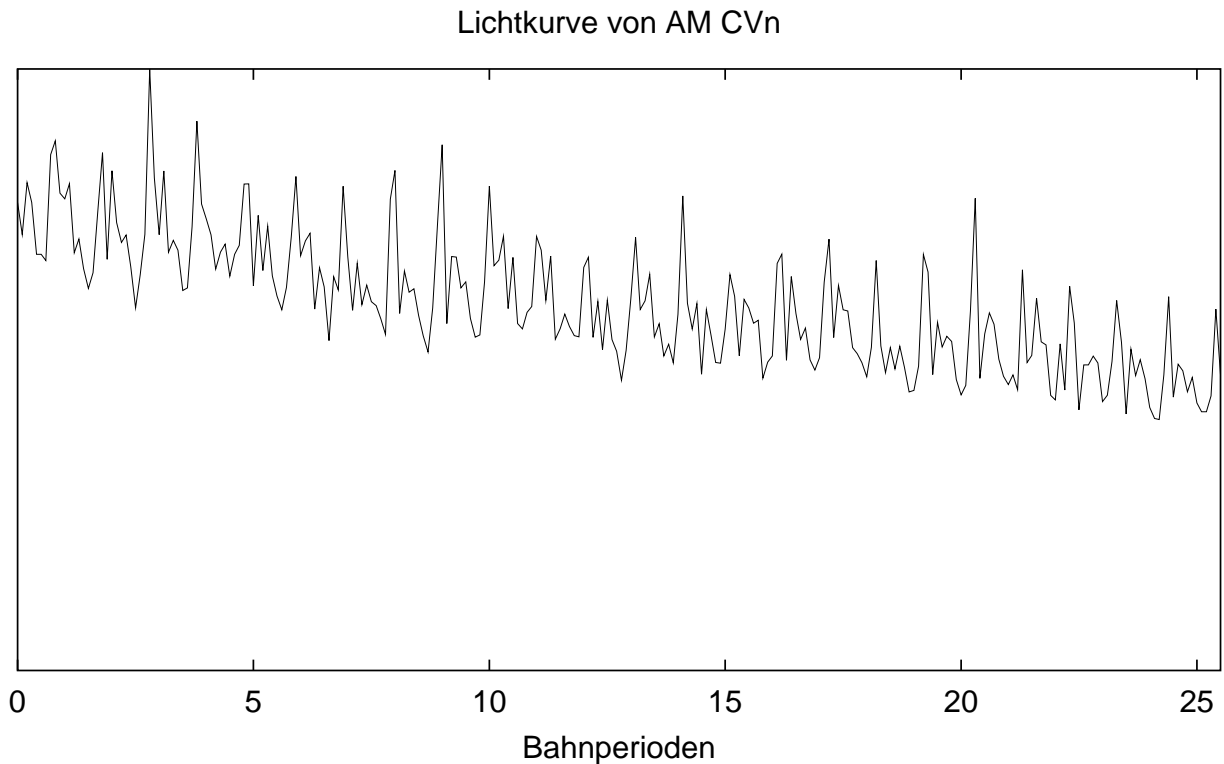
Die kinematische Viskosität wurde als konstant angenommen,  $\nu = 3 \times 10^{-8} R_{\odot}^2 \text{ s}^{-1}$ . Dieser Wert hat sich bei Parameterstudien in früheren Simulationen (Kunze, Speith & Riffert 1997) als geeignet erwiesen. Es wurde eine polytrophe Zustandsgleichung mit dem Adiabatenkoeffizienten  $\gamma = 1.1$  benutzt. Die Simulation wurde dreidimensional durchgeführt.

Zu Beginn der Simulation befanden sich keine Teilchen in der Scheibe, es wurden 100 Teilchen pro Bahnperiode in der Nähe des inneren Lagrange-Punktes eingesetzt. Die Entwicklung der Akkretionsscheibe von AM CVn ist in Abbildung 7.4 dargestellt. Bei dieser Simulation erhielten alle Teilchen dieselbe Masse, entsprechend der obigen Massentransferrate. Aufgrund der hohen Massentransferrate erreichte die Scheibe schnell eine Größe, bei der der äußere Bereich in den Gezeiteneinfluß des Sekundärsterns geriet. Bereits nach 50 Bahnperioden ist eine starke Spiralstruktur am Außenrand der



**Abb. 7.4:** Das Wachstum der Akkretionsscheibe von AM CVn während der Simulation. Der zeitliche Abstand zwischen zwei Bildern beträgt 10 Bahnperioden. Nach 60 Bahnperioden ist die Exzentrizität voll entwickelt. Die Scheibenmasse nimmt wieder ab, nach etwa 90 Bahnperioden bleibt sie ungefähr konstant. Die Lichtkurve in Abbildung 7.5 wurde ab Periode 100 gewonnen, als die Scheibe schon im Gleichgewicht zwischen dem Überstrom vom Sekundärstern und der Akkretion auf den Weißen Zwerg stand.

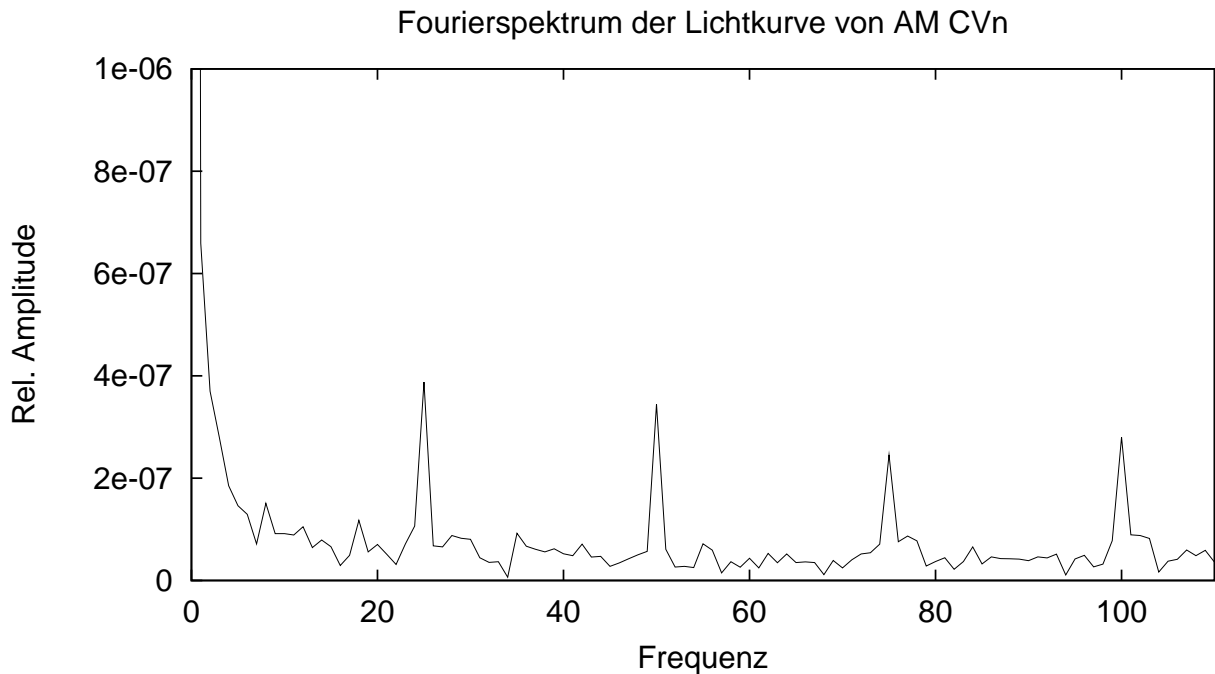
Scheibe erkennbar, nach nur 60 Bahnperioden ist die Exzentrizität voll entwickelt. Die Akkretionsrate auf den Weißen Zwerg erhöht sich, die Masse der Scheibe nimmt langsam ab, bis sich nach etwa 80 Bahnperioden ein Gleichgewicht zwischen Massenüberstrom vom Sekundärstern und Akkretion auf den Weißen Zwerg einstellt und die Masse der Scheibe ungefähr konstant bleibt. In diesem Zustand beträgt die Gesamtmasse der Scheibe etwa  $4 \times 10^{-12} M_{\odot}$ .



**Abb. 7.5:** Die simulierte Lichtkurve von AM CVn. Aufgetragen ist die dissipierte Energie gegen die Zeit. Deutlich sind die Superhumps zu erkennen. Die Struktur mit Nebenmaxima ist typisch für die Superhumps, wie sie gegen Ende des Superausbruchs von SU UMa-Sternen auftreten. Da sich die Akkretionsscheibe von AM CVn ständig im Ausbruch befindet, ist die Form der Scheibe stark exzentrisch, was zu der komplexen Form der Lichtkurve führt. Dieser Effekt drückt sich auch in der Stärke der ersten drei harmonischen Frequenzen der Superhumpperiode im Fourierspektrum aus (siehe Abb. 7.6).

Das bedeutet, daß überströmendes Gas im Mittel 30 Bahnperioden benötigt, bis es akkretiert wird.

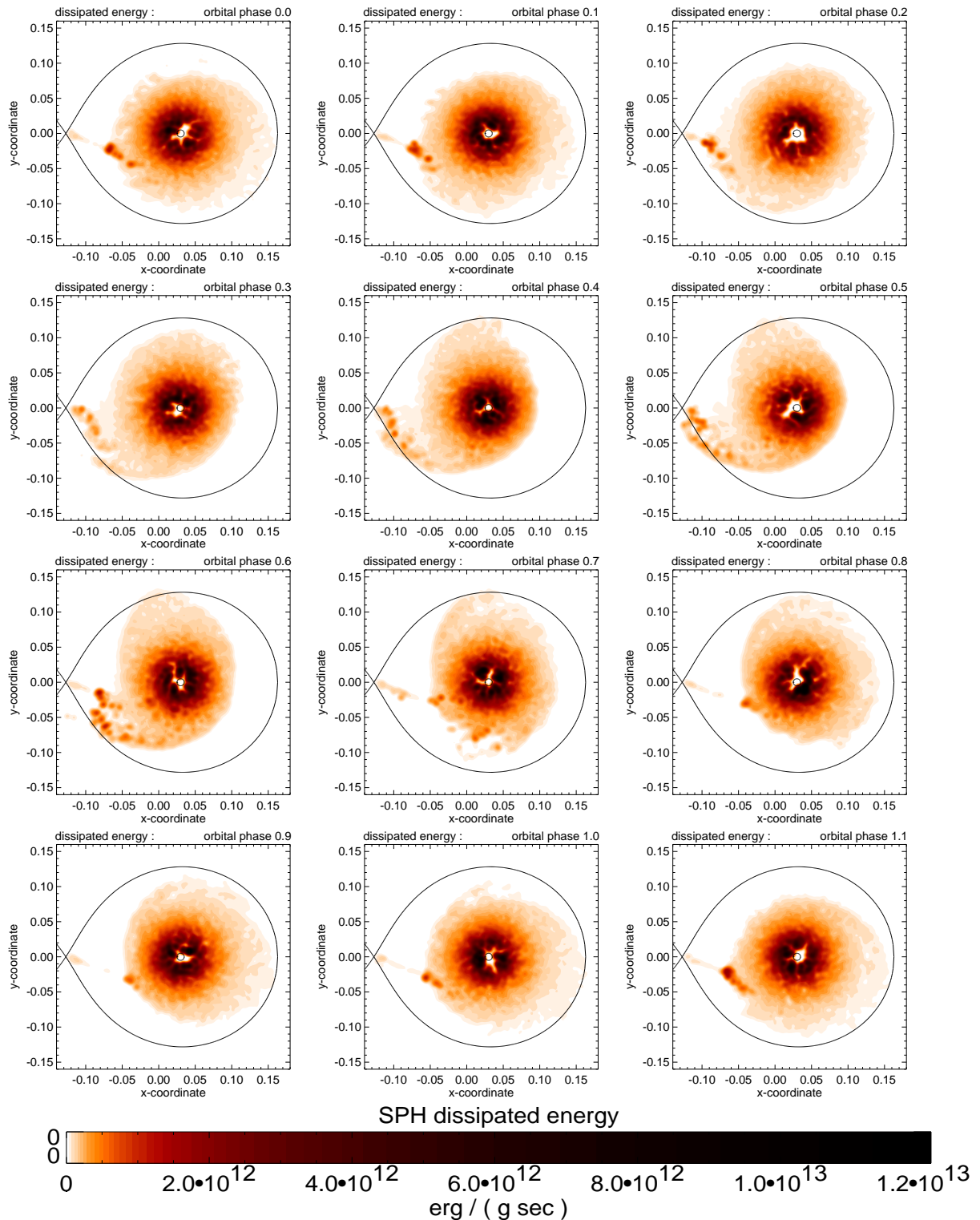
Die Superhumpperiode, die sich aus der simulierten Lichtkurve (Abbildung 7.5) bzw. aus ihrer Fouriertransformierten (Abbildung 7.6) ablesen läßt, ist um 2.4 % länger als die Bahnperiode. Dies ist in ausgezeichneter Übereinstimmung mit dem beobachteten Wert von 2.14 %. Dieses Ergebnis stützt die Interpretation der starken periodischen Variation der Helligkeit von AM CVn bei 1051 s als Superhumpperiode einer exzentrischen präzedie-



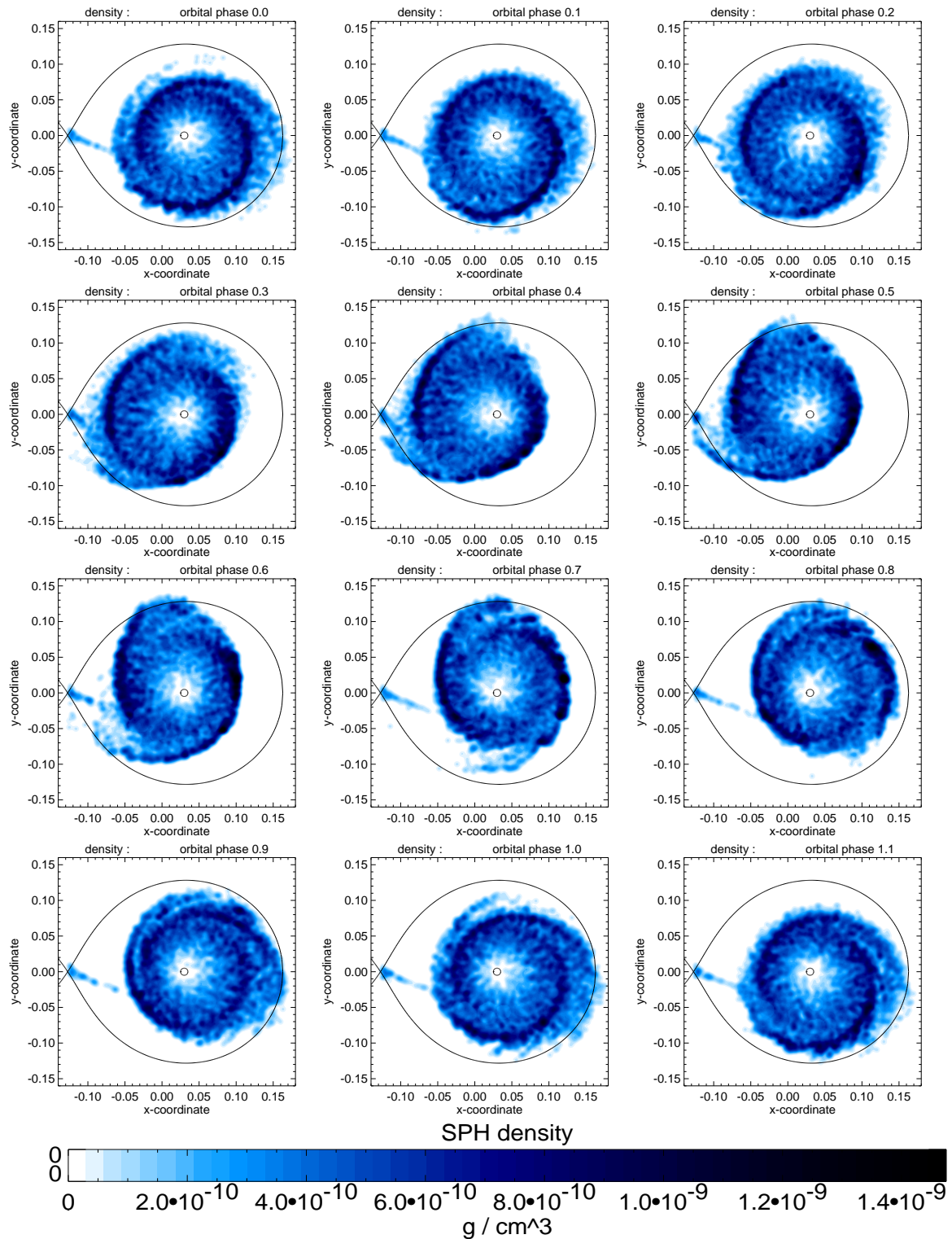
**Abb. 7.6:** Fourierspektrum der Lichtkurve von AM CVn aus Abb. 7.5. Der erste Peak entspricht einer Superhumperiode von 1054 s, was mit der beobachteten Periode  $P_{\text{SH}} = 1051 \text{ s}$  extrem gut übereinstimmt. Typisch für die voll entwickelte Exzentrizität ist die Stärke der harmonischen Frequenzen, die die komplexe Struktur der Lichtkurve widerspiegelt. NB: die Bahnperiode selbst kann hier nicht auftauchen, da die gesamte dissipierte Energie ohne Richtungsabhängigkeiten betrachtet wurde.

renden Akkretionsscheibe.

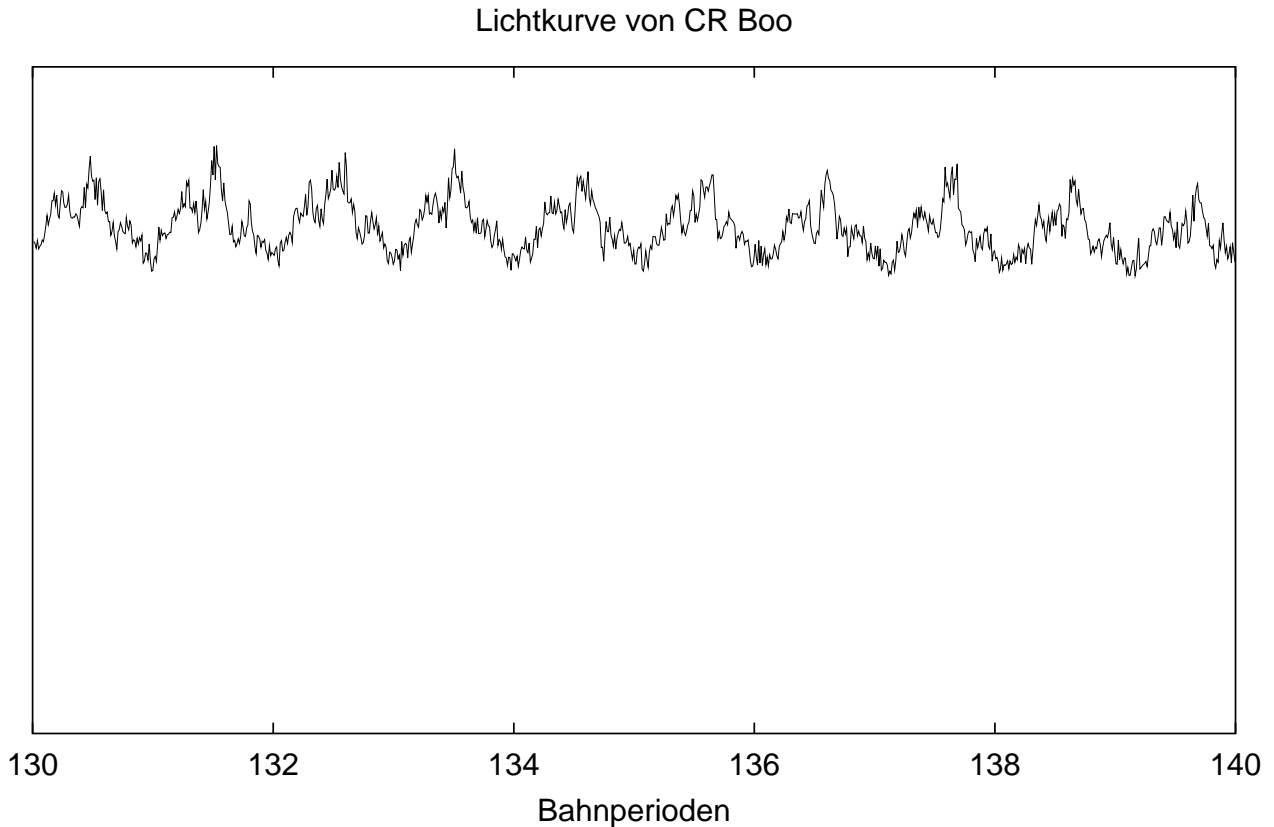
In den Abbildungen 7.7 und 7.8 ist die Verteilung der dissipierten Energie bzw. der Dichte in der Akkretionsscheibe zu verschiedenen Phasen des Superhumps dargestellt. Wie man in Abbildung 7.7 erkennt, wird die meiste Energie in der inneren Scheibe nahe am Weißen Zwerg dissipiert, da hier die Scherspannungen aufgrund der differentiellen Rotation des Gases in der Scheibe am größten sind. Die Modulation der Dissipation erfolgt allerdings am Außenrand. Wenn die ausgebeulte Seite der Scheibe am Sekundärstern vorbeizieht, wird durch die Gezeitenkräfte viel Energie dissipiert. Die Form der Scheibe ist stark strukturiert und nicht etwa einfach elliptisch. Daher



**Abb. 7.7:** Superhumps in AM CVn: Verteilung der dissipierten Energie. Der zeitliche Abstand zwischen zwei Bildern beträgt  $1/10$  Bahnperiode. Die Bilder entstammen den gleichen Zeitschritten wie in Abbildung 7.8. Diese Bilder wurden mit meinen Daten von R. Speith erstellt.



**Abb. 7.8:** Superhumps in AM CVn: Dichteverteilung. Der zeitliche Abstand zwischen zwei Bildern beträgt  $1/10$  Bahnperiode. Die Bilder entstammen den gleichen Zeitschritten wie in Abbildung 7.7. Diese Bilder wurden mit meinen Daten von R. Speith erstellt.



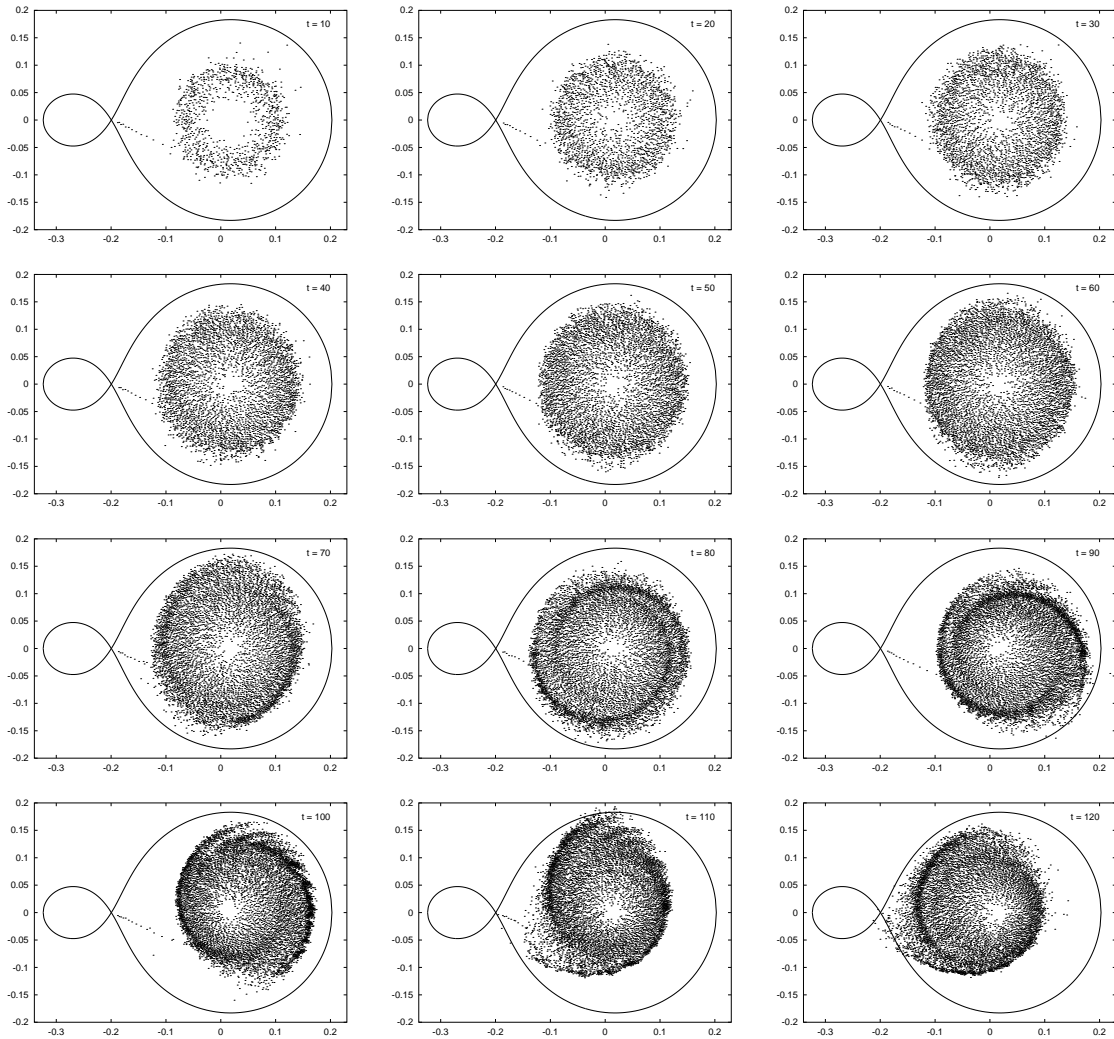
**Abb. 7.9:** Die simulierte Lichtkurve von CR Boo. Aufgetragen ist die dissipierte Energie gegen die Zeit. Die Superhumps haben eine kleinere relative Amplitude und zeigen weniger Struktur als bei AM CVn. Die Superhumpperiode hier ist 1495 s, das ist sehr nahe an der beobachteten (1490 s).

stammt die komplexe Form der Lichtkurve. Bei der Dichteverteilung (Abbildung 7.8) ist eine starke zweiarmige Spiralstruktur zu erkennen. Ein Vergleich mit Abbildung 7.7 zeigt jedoch, daß das keine Orte besonders erhöhter Dissipation sind.

## 7.5 Simulationen von CR Boo

Da CR Boo ein ähnliches Verhalten wie ER UMa-Sterne zeigt, also normale Ausbrüche und Superausbrüche in kurzem Abstand, wird die Massentransferrate dieses Systems sicherlich kleiner sein als bei AM CVn, tatsächlich liefern die obigen Überlegungen einen etwa sechsfach kleineren Wert als bei AM CVn,  $-M_2 = 6.7 \times 10^{-10} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  gegenüber  $3.9 \times 10^{-9} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ . Mit der doch stark vereinfachten Behandlung der Energiegleichung durch eine





**Abb. 7.10:** Das Wachstum der Akkretionsscheibe von CR Boo während der Simulation. Der zeitliche Abstand zwischen zwei Bildern beträgt 10 Bahnperioden. Die Exzentrizität entwickelt sich langsamer als bei AM CVn, da die Massentransferrate vom Sekundärstern kleiner ist. Erst nach 90 Bahnperioden ist die Exzentrizität voll entwickelt. Die Lichtkurve in Abbildung 7.9 wurde ab Periode 120 gewonnen.

polytrope Zustandsgleichung ist es in dieser Simulation nicht möglich, die Entwicklung der Scheibe vom Ruhezustand zum Superausbruch zu verfolgen. Statt dessen ist die Viskosität von Anfang an so gewählt, als wäre die Scheibe bereits im Ausbruch, d. h. es wurde die gleiche kinematische Viskosität wie in der Simulation von AM CVn benutzt,  $\nu = 3 \times 10^{-8} R_{\odot}^2 \text{s}^{-1}$ . Auch hier wächst die Scheibe relativ schnell bis zu dem Radius, bei dem das weitere Wachstum durch die Gezeitenkräfte des Sekundärsterns eingeschränkt wird. Da dieser Radius bei einem Massenverhältnis von  $q = 0.058$  weit außerhalb des 3:1-Resonanzradius liegt, wird die Scheibe immer stärker exzentrisch. Nach 80 Bahnperioden haben sich zwei deutliche Spiralarme herausgebildet (siehe Abb. 7.10). 10 Bahnperioden später ist die Präzession der Scheibe schon gut zu erkennen, nach etwa 120 Bahnperioden hat sich die Superhumpperiode stabilisiert. Aufgrund der erhöhten Dissipation durch die Präzession der exzentrischen Scheibe ist die Akkretionsrate auf den Weißen Zwerg erhöht, die Masse in der Scheibe nimmt ab. Im realen System CR Bootes führt das dazu, daß der Ausbruch gestoppt wird, nachdem in einem Teil der Scheibe das ionisierte Helium rekombiniert und von diesem Gebiet ausgehend eine Kühlfront durch die Scheibe läuft. Da im Ruhezustand die Viskosität viel kleiner ist, nimmt die Superhumpamplitude stark ab, die Scheibe schrumpft und wird wieder symmetrischer, bis sich wieder so viel Materie in der Scheibe angesammelt hat, daß der Scheibenradius während eines Ausbruchs den kritischen 3:1-Resonanzradius überschreitet und ein neuer Superausbruch beginnt. Da dieser Abfall von hoher zu niedriger Viskosität nicht in dieser Simulation implementiert ist, bleibt die Scheibe lange Zeit exzentrisch, obwohl sie recht massearm wird. Die Simulation wurde bis Bahnperiode 150 durchgeführt.

Frühere Untersuchungen (Kunze 1996, Kunze, Speith & Riffert 1997) zeigten, daß die Superhumpperiode keine alleinige Funktion des Massenverhältnisses ist, sondern mindestens auch von der Viskosität und der Massenstromrate abhängt. Dafür gibt es auch Hinweise aus Beobachtungen, die Superhumpperiode bei SU UMa-Sternen nimmt nämlich im Laufe des Superausbruchs ab. In CR Boo ist die Superhumpperiode 1.5% länger als die Bahnperiode.

## 7.6 Diskussion

Die AM CVn-Sterne bilden mit nur sechs Mitgliedern fast das gesamte Spektrum an nicht-magnetischen Kataklysmischen Variablen auf einem kleineren

Maßstab ab. Bei ihnen besteht der Sekundärstern nicht aus einem Hauptreihenstern, sondern ebenfalls aus einem Weißen Zwerg, der eine Helium-Akkretionsscheibe um den Primärstern speist. Diese Helium-Akkretionsscheiben unterliegen den gleichen Instabilitäten wie die Akkretionsscheiben von CVs. So lassen sich die Sterne ebenfalls in ein  $P_{\text{orb}}-\dot{M}$ -Diagramm einsortieren, siehe Abbildung 5.5 in Kapitel 5.3. Die Systeme AM CVn und HP Lib zeigen keine Helligkeitsschwankungen großer Amplitude. AM CVn hat Superhumps, die Akkretionsscheibe ist also thermisch stabil aber gezeiteninstabil. Das entspricht einem Permanenten Superhumper bei den CVs. HP Lib hingegen scheint auch gezeitenstabil zu sein, das entspricht einem Z Cam-Stern, der im Stillstand gefangen ist. GP Com zeigt ebenfalls keine Ausbrüche, da hier aber Emissionslinien im Spektrum auftauchen, kann man davon ausgehen daß sich die Scheibe in einer Ruhephase befindet, vielleicht entspricht GP Com einem WZ Sge-Stern. CR Boo hat alle Merkmale eines ER UMa-Sterns, d. h. kurze und lange Ausbrüche, und bei den langen Ausbrüchen tauchen Superhumps auf. Der Superzyklus ist sehr kurz. Die letzten beiden Vertreter dieser Gruppe entsprechen VY Scl-Sternen, sie sind thermisch und gezeitenstabil, allerdings läßt die Helligkeit manchmal nach, wenn die Massentransferrate absinkt. Manche CVs aus dieser Gruppe haben dann Zwergnovaausbrüche, dies wurde hier noch nicht beobachtet.

Meine Simulationen runden dieses Modell der AM CVn-Sterne als Helium-CVs ab. Die Superhumperperioden von AM CVn und CR Boo konnten genau reproduziert werden. Hierbei wurden als physikalische Parameter, also die Massen der Systeme sowie die Massentransferraten, genau diejenigen Werte verwendet, die sich durch Extrapolation der für Kataklysmische Variable gefundenen empirischen Gesetzmäßigkeiten für teilweise entartete Sekundärsterne ergeben. Die ausgezeichnete Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den beobachteten Werten ist ein starkes Indiz dafür, daß die Modellvorstellung der AM CVn-Sterne als Helium CVs im wesentlichen korrekt ist.



# Kapitel 8

## Diamagnetische Effekte in WZ Sge

### 8.1 WZ Sagittae: Eine ungewöhnliche Zwergnova

Die Zwergnova WZ Sge ist in mehrfacher Hinsicht bemerkenswert. Zum einen hat WZ Sge mit 81.6 min die kürzeste direkt bestimmte Bahnperiode aller Zwergnovae<sup>1</sup>, die Bahnperiode liegt somit nur knapp über dem theoretischen Minimum von 78 min. Es ist gut möglich, daß WZ Sge die minimale Bahnperiode schon durchschritten hat und sich in einem Stadium zunehmender Bahnperiode befindet. Dazu würde auch die kleine Massentransferrate vom Sekundärstern passen. Aus der Helligkeit der Bright Spot-Region hat Smak (1993) eine Massentransferrate von  $-\dot{M}_2 = 3 \times 10^{-11} M_\odot \text{yr}^{-1}$  abgeleitet. Da WZ Sge mit einer Inklination von  $76^\circ$  zu den bedeckenden Systemen gehört, sind auch die Massen und somit das Massenverhältnis recht gut bekannt. Der Weiße Zwerg hat eine Masse von  $0.45 M_\odot$ , ist also recht leicht. Der Sekundärstern hat eine Masse von nur  $0.058 M_\odot$ , das Massenverhältnis  $q = 0.129$  liegt also in einem Bereich, in dem man während eines Superausbruchs Superhumps in der Lichtkurve erwarten kann.

Das Ausbruchsverhalten unterscheidet WZ Sge von den gewöhnlichen SU UMa-Sternen. Während diese recht regelmäßig alle paar Monate bis Jahre

---

<sup>1</sup>Die Bahnperioden des WZ Sge-Sterns WX Cet und des SU UMa-Sterns LL And sind kürzer, wurden aber nur aus den Superhumpperioden abgeschätzt.

helle Superausbrüche mit Superhumps haben, und dazwischen eher unregelmäßig, aber häufiger normale Zwergnovaausbrüche zeigen, hat WZ Sge nur Superausbrüche. Der Abstand zwischen zwei Ausbrüchen liegt bei WZ Sge bei 33 Jahren, der Helligkeitsunterschied zwischen der Ruhephase und dem Ausbruch ist sehr groß, er liegt mit 7 mag im Bereich einer wiederkehrenden Nova (in der Tat wurden schon ähnliche Sterne wie WZ Sge zunächst falsch als wiederkehrende Nova eingestuft). Alle (d. h. bisher 3) beobachteten Ausbrüche von WZ Sge waren Superausbrüche, die Superhumpperiode ist nur 0.8% länger als die Bahnperiode. Dieser geringe Unterschied paßt zur kurzen Bahnperiode (Warner 1995a) und zur kleinen Massentransferrate (Kunze, Speith & Riffert 1997).

Wegen der ungewöhnlichen Eigenschaften klassifizieren die meisten Autoren WZ Sge und die ähnlichen Systeme WX Cet, SW UMa und HV Vir als eigene Gruppe, WZ Sge-Sterne oder auch TOADs (Tremendous Outburst Amplitude Dwarf Novae), siehe Kapitel 5.1.4. Hierzu sollte man anmerken, daß die große Ausbruchsamplitude ihren Ursprung nicht darin hat, daß das System im Superausbruch heller als andere SU UMa-Sterne ist, sondern darin, daß es in der Ruhephase extrem leuchtschwach ist. WZ Sge gehört daher auch zu den wenigen Systemen, in denen der Weiße Zwerg einen deutlichen Beitrag zur optischen Helligkeit leistet.

## 8.2 Wie kommt die lange Ruhephase zustande?

Die lange Ruhephase zwischen den Ausbrüchen gibt einige Rätsel auf, die mit dem Scheibeninstabilitätsmodell für Zwergnovaausbrüche (Abschnitt 4.4) nicht erklärbar sind. Das Scheibeninstabilitätsmodell erfordert unterschiedliche Werte des Viskositätsparameters  $\alpha$  (Shakura & Sunyaev 1973, siehe auch Abschnitt 4.3) für die Ausbruchs- und die Ruhephase. Bei den meisten Zwergnovae ist in der Ruhephase  $\alpha \approx 0.01$ . Bei WZ Sge widerspricht das aber den Beobachtungen, da der Weiße Zwerg während des Ausbruchs ungefähr  $10^{21}$ kg akkretiert, sich in der Ruhephase aber bei  $\alpha = 0.01$  nur etwa  $10^{18}$ kg ansammeln können (Lasota, Kuulkers & Charles 1999). Eine mögliche Lösung wäre die Annahme eines sehr kleinen Wertes des Viskositätsparameters  $\alpha \approx 10^{-5}$ , da dann die Dichte in der Scheibe höher ist und sich mehr Masse ansammeln kann. Das Verlockende daran ist, daß man dabei die extrem lange Zeit zwischen zwei Ausbrüchen gleich mitgeliefert bekommt, da die viskose Entwicklung der Akkretionsscheibe für so eine kleine

Viskosität dementsprechend lange dauert. Dagegen spricht, daß die Massentransferrate vom Sekundärstern zwar klein ist, aber nur um einen Faktor 2 kleiner als bei anderen Zwergnovae mit wesentlich kürzeren Ausbruchsintervallen (abgeschätzt aus der Helligkeit des Bright Spots). Es erscheint unwahrscheinlich, daß sich daraus ein Faktor 1000 bei der Viskosität ergibt. Andererseits ist der Zusammenhang zwischen  $\dot{M}$  und  $\alpha$  völlig unklar (Gamie & Menou 1998).

Ein anderer Erklärungsversuch (Lasota, Hameury & Huré 1995, Hameury, Lasota & Huré 1997) geht davon aus, daß der Viskositätsparameter nicht wesentlich anders ist als bei den Akkretionsscheiben von anderen Zwergnovae, daß aber die äußere Scheibe bei einer so kleinen Massentransferrate thermisch stabil ist, und die Akkretionsscheibe nicht bis zum Weißen Zwerg herabreicht, so daß es nicht zu Zwergnovaausbrüchen kommen kann. Ein Massentransferausbruch kann dann die Scheibe in einen instabilen Zustand bringen und so den Ausbruch auslösen. Die lange Wiederkehrzeit zwischen den Ausbrüchen wäre dann mit einer Instabilität des Sekundärsterns verknüpft. Da bei diesem Modell aufgrund von  $\alpha \approx 0.01$  auch viel zu wenig Masse in der Scheibe ist, muß die Massentransferrate während des Ausbruchs entsprechend höher sein. Tatsächlich gibt es Hinweise darauf, daß Einstrahlung von der Akkretionsscheibe oder vom Weißen Zwerg während des Ausbruchs die Massentransferrate vom Sekundärstern erhöhen kann (Smak 1996).

Die Frage ist nun, wie das Loch in der Akkretionsscheibe zustande kommt. Dafür gibt es zwei Vorschläge. Entweder verdampft die innere Scheibe (Meyer & Meyer-Hofmeister 1994) oder sie wird von einem Magnetfeld zerstört (Lasota, Hameury & Huré 1995). Meyer-Hofmeister, Meyer & Liu (1998) favorisieren das Evaporationsmodell, allerdings sagt es voraus, daß Superhumps schon deutlich vor dem Beginn des Ausbruchs vorhanden sein müssen, wohingegen es eindeutige Beobachtungen gibt, wonach es fast zwei Wochen dauert, bis nach Beginn des Superausbruchs Superhumps auftauchen (Patterson et al. 1981). Andererseits gibt es klare Hinweise darauf, daß WZ Sge einen schnell rotierenden magnetischen Weißen Zwerg enthält, also eigentlich ein DQ Her-Stern ist. Bei einem Weißen Zwerg so kleiner Masse reicht ein Magnetfeld von  $\geq 10^4 \text{G}$  aus, um die innere Scheibe zu zerstören (Lasota, Kuulkers & Charles 1999).

### 8.3 WZ Sge als magnetischer Rotator

WZ Sge kann kein sehr starkes Magnetfeld besitzen, da eine Akkretionsscheibe auch in der Ruhephase vorhanden ist. Ein Weißer Zwerg mit einem kleinen Magnetfeld ist nicht zu gebundener Rotation gezwungen, außerdem wird im allgemeinen die Magnetfeldachse gegenüber der Rotationsachse gekippt sein. Wenn WZ Sge ein gekippter magnetischer Rotator ist, sollte man in der Lichtkurve sowohl die Spinperiode als auch die Nebenfrequenzen, die durch Überlagerung mit der Bahnperiode entstehen, beobachten können. Nennen wir die Winkelfrequenz der Spinperiode  $\omega$ , die Winkelfrequenz  $\Omega$  der Bahnperiode wurde ja schon eingeführt. Tatsächlich treten in der Lichtkurve von WZ Sge im Ruhezustand mehrere Perioden um 28 s auf. Vor dem letzten Ausbruch im Jahr 1978 waren eine kohärente Oszillation mit einer Periode von 27.87 s sowie mehrere ähnliche „Satellitenperioden“ beobachtbar. Während des Ausbruchs verschwanden alle diese Perioden. Das Signal bei 27.87 s war nach dem Ausbruch 16 Jahre lang verschwunden, dafür war ein Signal mit einer Periode von 28.96 s sichtbar. 1995 tauchte die 27.87 s Periode zusammen mit schwächeren Satelliten bei 28.2 und 29.69 s wieder auf. Die Entdeckung der gleichen Periode von 27.87 s im Röntgenbereich bestätigt, daß der Primärstern in WZ Sge tatsächlich ein schnell rotierender magnetischer Weißer Zwerg mit einer Spinperiode  $P_{\text{spin}} = 27.87 \text{ s}$  ist.

WZ Sge gehört somit zu den DQ Her-Sternen, einer kleinen Untergruppe der Intermediären Polare mit einem schnell rotierenden magnetischen Weißen Zwerg. Bei den DQ Her-Sternen verursacht die Akkretionssäule bei den Magnetpolen einen Strahlungskegel, dessen reprozessierte Strahlung an verschiedenen Stellen der Akkretionsscheibe und am Sekundärstern zu periodischen Signalen mit den Frequenzen der Schwebungen  $\omega \pm \Omega$  und  $\omega - 2\Omega$  führt. Identifiziert man 27.87 s mit der Spinperiode, so ist das Signal bei 28.2 s konsistent mit  $\omega - 2\Omega$ , die Signale bei  $\sim 27.96 \text{ s}$  und  $\sim 27.79 \text{ s}$  liegen dicht bei  $\omega + \Omega$  bzw. bei  $\omega - \Omega$ . Das Auftreten dieser Seitenbänder ist eine weitere Bestätigung die Existenz eines schnell rotierenden Weißen Zwergs in WZ Sge. Die Ausbildung einer Akkretionsscheibe bis zur Oberfläche des Weißen Zwergs wird durch das Magnetfeld verhindert.

### 8.4 Diamagnetische Zugkraft

Die Akkretion bei Polaren verläuft ohne die Bildung einer Akkretionsscheibe, das Magnetfeld ist so stark, daß der Gasstrom vom Sekundärstern an die



Magnetfeldlinien koppelt und die Akkretion entlang dieser Magnetfeldlinien auf die magnetischen Pole des Weißen Zwergs erfolgt. Bei den intermediären Polaren ist das Magnetfeld schwächer, so daß sich teilweise eine Scheibe ausbilden kann. An ihrem inneren Rand wird der magnetische Druck des Feldes

$$p_{\text{mag}} = \frac{B^2}{8\pi} \quad (8.1)$$

vergleichbar mit dem Staudruck des Gases (engl. ram pressure)

$$p_{\text{ram}} = \frac{1}{2} \rho v^2. \quad (8.2)$$

Der magnetische Druck wirkt nur senkrecht zu den Feldlinien. Dominiert er den Staudruck, so werden die Plasmateilchen entlang der Feldlinien strömen, wobei sie um die Linien kreisen. Liegt der Radius, bei dem dies passiert, innerhalb des Radius des kleinsten Abstands der Trajektorie des einfallenden Gasstroms, so kann sich eine Scheibe ausbilden.

Das oben gesagte gilt für diffuse Materie. Laut King (1993a) ist es jedoch gut möglich, daß der Akkretionsstrom nicht gleichmäßig ist, sondern daß sich sogenannte „Blobs“ formen (das deutsche Wort „Klumpchen“ klingt in diesem Zusammenhang etwas seltsam, ich werde daher bei Kings Terminologie bleiben). Diese Blobs wechselwirken auf eine etwas andere Art mit dem Magnetfeld als ein diffuses Gas, da sie nicht so leicht vom Magnetfeld durchdrungen werden. Die Blobs überleben etwa 10 Orbits um den Weißen Zwerg, bevor sie vom Magnetfeld zerissen werden (King 1993a). Die Wechselwirkung der Blobs mit dem Magnetfeld ist diamagnetischer Art. Die zugrundeliegende Theorie stammt von Drell, Foley & Ruderman (1965) und bezieht sich eigentlich auf die diamagnetische Zugkraft (engl. drag force), die ein großer, elektrisch leitender Satellit im Erdmagnetfeld erfährt. Doch auch ein Gasblob, der vom  $L_1$ -Punkt zum Weißen Zwerg hinfällt, stellt einen Leiter dar, der sich durch ein Magnetfeld bewegt. Diese Bewegung im Magnetfeld induziert ein elektrisches Feld im Blob,

$$\mathbf{E} = \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{\text{blob}} \times \mathbf{B}), \quad (8.3)$$

das durch Oberflächenladungen abgeschirmt wird. Diese Abschirmladungen erfahren im Magnetfeld eine Lorentzkraft, die die diamagnetische Zugkraft darstellt.

Die Blobs verlieren Energie, indem sie Alfvénwellen anregen. Die Zeitskala, auf der das passiert, ist gegeben durch

$$t_{\text{drag}} = \frac{c_A m_{\text{blob}}}{B^2 l_{\text{blob}}^2} \quad (8.4)$$

(Drell, Foley & Ruderman 1965), wobei  $c_A$  die Alfvéngeschwindigkeit im Plasma zwischen den Blobs ist.  $m_{\text{blob}}$  ist die Blobmasse und  $l_{\text{blob}}$  die typische Blobgröße.

Setzt man in die Gleichung 8.4 typische Werte für eine magnetische Kataklysmische Variable ein – ein Blob im Abstand von  $10^8$  m von einem Weißen Zwerg mit einem magnetischen Dipolmoment  $\mu = 10^{33} \text{ G cm}^3$  und einer Dichte und Länge, wie sie dem Akkretionsstrom in diesem Abstand entspricht (Lubow & Shu 1976, Hessman 1999), also  $\rho \approx 5 \times 10^{-10} \text{ g cm}^{-3}$  und  $l \approx 2.5 \times 10^8 \text{ cm}$  – so ergibt sich  $t_{\text{drag}} \approx 2000 \text{ s}$ . Das ist wesentlich länger als die dynamische Zeitskala  $t_{\text{dyn}} \approx (R^3/GM_1)^{1/2} \approx 100 \text{ s}$ , so daß die Blobs etwa 10 Orbits um den Weißen Zwerg überleben (King 1993a).

Die Beschleunigung, die ein Blob der Dichte  $\rho_{\text{blob}}$  und der Ausdehnung  $l_{\text{blob}}$  aufgrund der diamagnetischen Zugkraft erfährt, ist gegeben durch

$$\mathbf{a}_{\text{mag}} \simeq -\frac{B^2}{c_A \rho_{\text{blob}} l_{\text{blob}}} \frac{|[\mathbf{v}_{\text{blob}} - \mathbf{v}_f]_{\perp}|}{|\mathbf{v}_{\perp}|} [\mathbf{v}_{\text{blob}} - \mathbf{v}_f]_{\perp}. \quad (8.5)$$

Hierbei ist  $\mathbf{v}_{\text{blob}}$  die Geschwindigkeit des Blobs,  $\mathbf{v}_f = \omega r$  die Geschwindigkeit des Feldes und  $\mathbf{v}_{\perp}$  stellt die Komponente der Geschwindigkeit senkrecht zu den Feldlinien dar. Da die Geschwindigkeit des Feldes in die Beschreibung mit eingeht, hat die Spinperiode des Weißen Zwergs einen direkten Einfluß auf die Gasströmung.

## 8.5 Die SPH-Formulierung der diamagnetischen Zugkraft

Die SPH-Formulierung der diamagnetischen Zugkraft bildet keine Schwierigkeiten, wenn jedes SPH-Teilchen einen Gasblob repräsentiert. Glücklicherweise liegen die Blobmassen hier in einem Bereich, der es zuläßt, jedem Blob ein Teilchen zuzuordnen. Es ist aber auch kein Problem, durch jedes SPH-Teilchen mehrere Blobs zu repräsentieren. Dann muß man die Kraft auf einen Blob bestimmen und mit der Anzahl der Blobs pro Teilchen multiplizieren, um die korrekte Zugkraft auf das SPH-Teilchen zu erhalten. Die Stärke

des Dipolfeldes des Weißen Zwergs nimmt mit  $r^5$  ab, so daß für die „SPH-Blobs“ in der unmittelbaren Nähe des Weißen Zwergs die diamagnetische Zugkraft als externe Kraft dominiert. Sie kann wie die Gravitation für jedes Teilchen einzeln und direkt bestimmt werden; hydrodynamische Prozesse, die eine Wechselwirkung mit anderen SPH-Teilchen erfordern, sind hierbei nicht beteiligt. Da die diamagnetische Kraft bei größeren Abständen vom Weißen Zwerg rasch vernachlässigbar wird, verhalten sich die ursprünglichen Gasblobs automatisch wie ganz normale SPH-Teilchen, sobald sie in der Akkretionsscheibe mit ihren Nachbarpartikeln über Druck- und viskose Kräfte wechselwirken. Die Gasblobs haben sicherlich unterschiedliche Größen und Massen, dementsprechend kann man auch den SPH-Blobs unterschiedliche Massen mitgeben und die in die diamagnetische Kraft eingehenden Größen Dichte  $\rho_{\text{blob}}$  und Ausdehnung  $l_{\text{blob}}$  nach Wunsch wählen, unabhängig von der SPH-Dichte und der Smoothing Length. Daß SPH-Teilchen durchaus unterschiedliche Massen haben können, ist ja eine Eigenschaft der Methode. In Kapitel 6 wurde bereits gezeigt, daß Massenverhältnisse zwischen den Teilchen von bis zu 1/40 kein Problem in Scheibensimulationen darstellen.

Die diamagnetische Beschleunigung, die ein SPH-Blob erfährt, errechnet sich also einfach aus Gleichung 8.5. Das Magnetfeld wird als Dipolfeld angenommen. Die Magnetfeldachse sei gegenüber der Rotationsachse des Weißen Zwergs, die ja senkrecht auf der Bahnebene steht, um den Winkel  $\theta_{\text{mag}}$  geneigt. Zur Zeit  $t$  ist der Winkel  $\varphi_{\text{mag}}$  zwischen der Projektion der Magnetfeldachse auf die Bahnebene und der Verbindungslinie der beiden Sterne

$$\varphi_{\text{mag}} = 2\pi \times (t \text{ modulo } P_{\text{spin}}). \quad (8.6)$$

Das Magnetfeld zur Zeit  $t$  an der Stelle  $\mathbf{r}$  ist

$$\mathbf{B} = \frac{3\mu_{\text{mag}}}{r^5} \begin{pmatrix} C_1 C_3 \\ C_2 C_3 \\ (C_3)^2 - r^2/3 \end{pmatrix} \quad (8.7)$$

mit den Hilfsgrößen

$$C_1 = \cos \theta \cos \varphi x_1 - \cos \theta \sin \varphi x_2 - \sin \theta \cos \varphi x_3 \quad (8.8)$$

$$C_2 = \cos \theta \sin \varphi x_1 + \cos \theta \cos \varphi x_2 - \sin \theta \sin \varphi x_3 \quad (8.9)$$

$$C_3 = \sin \theta x_1 + \cos \theta x_3, \quad (8.10)$$

wobei bei den Winkeln auf die Markierung  $_{\text{mag}}$  verzichtet wurde und  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  die Komponenten des Abstandsvektors  $\mathbf{r}$  des Teilchens vom Weißen Zwerg bezeichnen. Damit kann man auch  $B^2$  am Ort des Blobs bestimmen.

Die Bestimmung des Magnetfeldes ist zwar etwas kompliziert, jedoch vom Konzept her klar. Eher umgekehrt verhält es sich mit den charakteristischen Blobgrößen. Die Vorstellung ist, daß der Akkretionsstrom vom Sekundärstern irgendwann nach Passieren des  $L_1$ -Punktes in Blobs zerfällt. Wenn man weiterhin annimmt, daß die typischen Längen und Dichten der Blobs ungefähr der Dichte und der Breite oder Höhe des Akkretionsstroms an dieser Stelle entsprechen, so kann man die Masse der Blobs berechnen und diese dem SPH-Teilchen zuordnen. Da hierbei einige Unsicherheiten mit ins Spiel kommen, verwendet man am besten eine gewisse Verteilung an Blobmassen um einen Mittelwert herum. Bei der Bestimmung der Blobmassen und -größen ist wiederum Hessmans (1999) Parametrisierung der Ergebnisse von Lubow & Shu (1975, 1976) sehr nützlich, siehe Abschnitt 6.1. In der Gleichung 8.5 taucht auch die Alfvéngeschwindigkeit  $c_A$  auf. Alfvénwellen sind magnetohydrodynamische Wellen, die mit der Transversalbewegung der Magnetfeldlinien zusammenhängen. Die in ihnen herrschende Spannung ist bestrebt, sie geradlinig aufzurichten und erzeugt dadurch transversale Schwingungen. Ihre Geschwindigkeit ist (Jackson 1983, Kapitel 10.7)

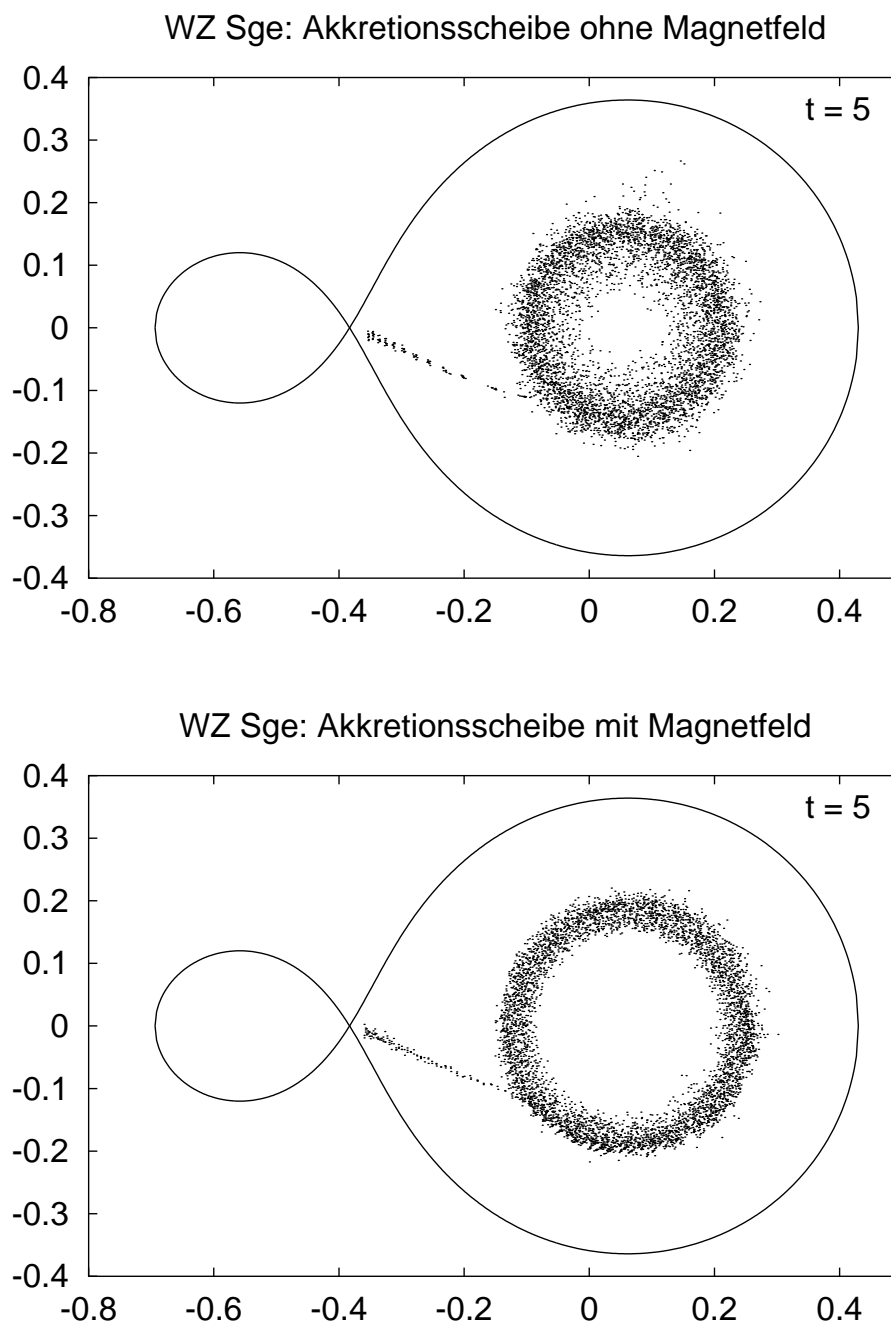
$$c_A \sim \left( \frac{B^2}{8\pi\rho_0} \right)^{1/2}. \quad (8.11)$$

Die Dichte  $\rho_0$  des Plasmas zwischen den Blobs ist aber leider völlig unklar. Auf jeden Fall kann die Alfvéngeschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit nicht übersteigen. Man kann die diamagnetische Zugkraft daher nach unten abschätzen, indem man für die Alfvéngeschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit einsetzt. Dies ist vermutlich eine gute Näherung, da das Plasma zwischen den Blobs wahrscheinlich eine sehr kleine Dichte besitzt.  $c_A$  erreicht die Lichtgeschwindigkeit bei einer Dichte von  $\rho_0 \approx 10^{-10} \text{g cm}^{-3}$  bei einer Feldstärke von  $10^6 \text{G}$  (Wynn & King 1995).

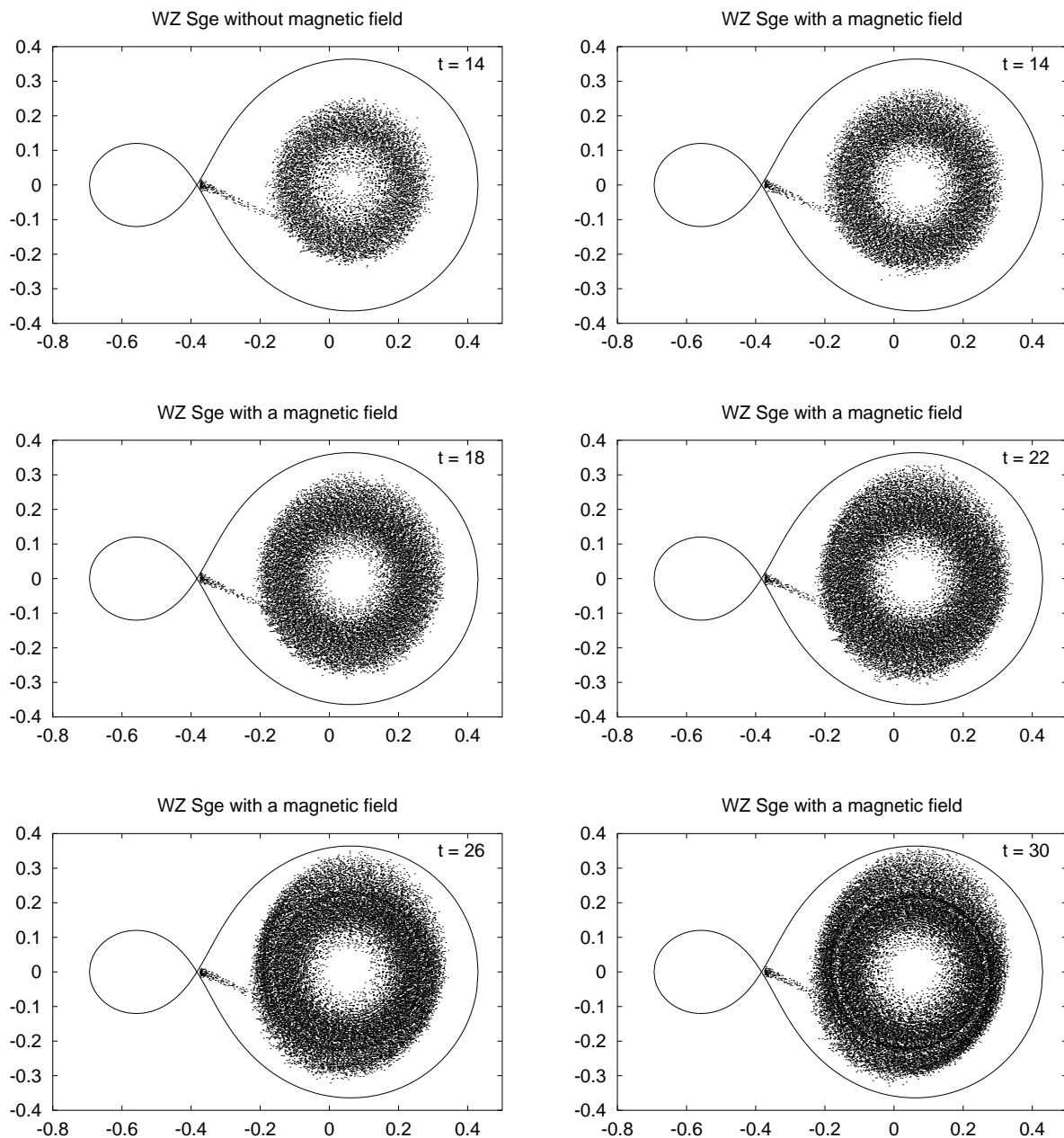
Jetzt muß man nur noch die Geschwindigkeiten des Blobs und des Feldes am Ort des Blobs senkrecht zu den Feldlinien bestimmen, und die Beschleunigung auf die Blobs ist gefunden.

## 8.6 Simulationen

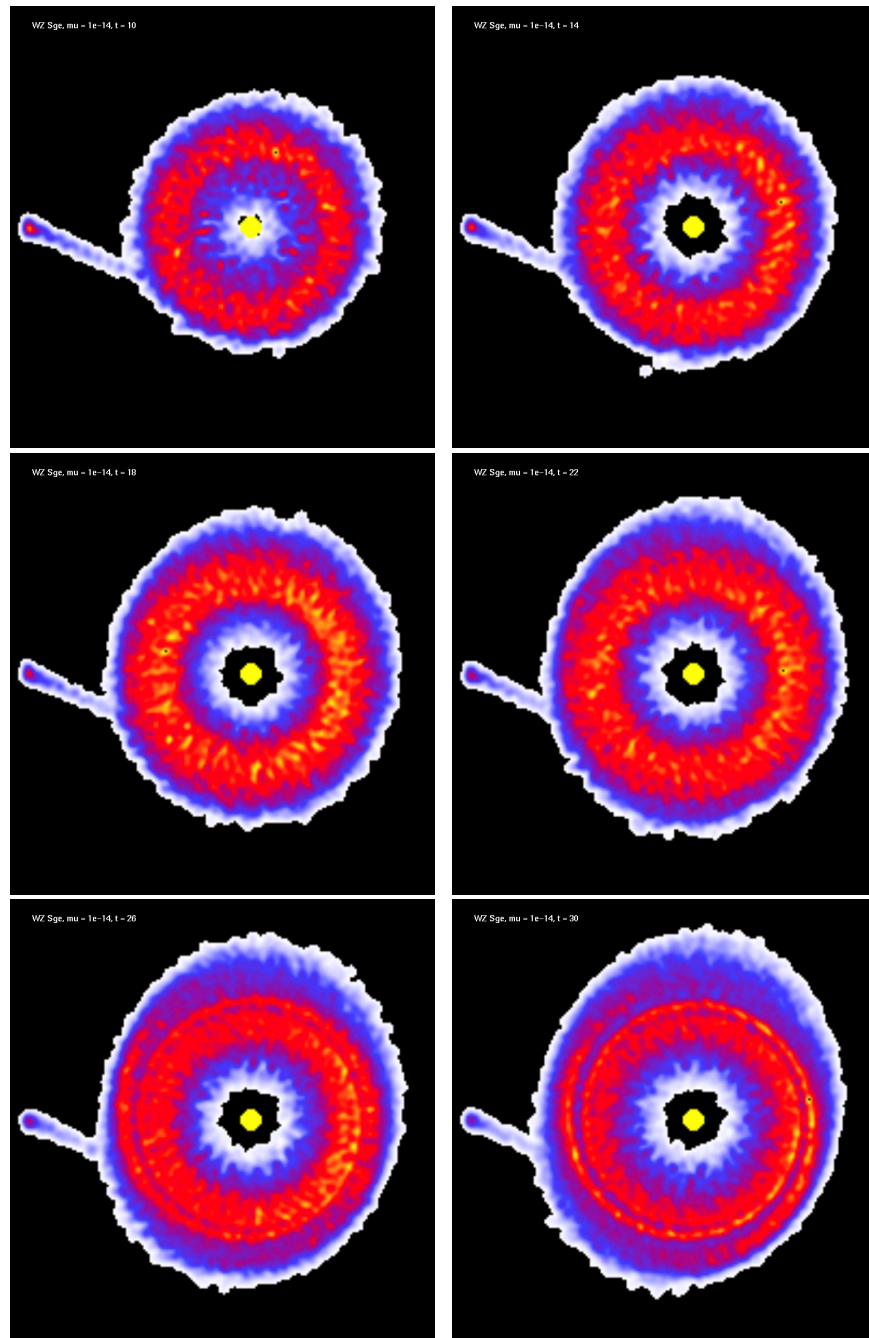
Das Programm ist so gestaltet, daß das magnetische Moment  $\mu_{\text{mag}}$  des Weißen Zwergs, seine Spinperiode  $P_{\text{spin}}$ , sowie der Winkel  $\theta_{\text{mag}}$  zwischen der Rotations- und der Magnetachse des Weißen Zwergs als Eingabeparameter vorgegeben werden können. Die Berechnung des Magnetfeldes und der re-



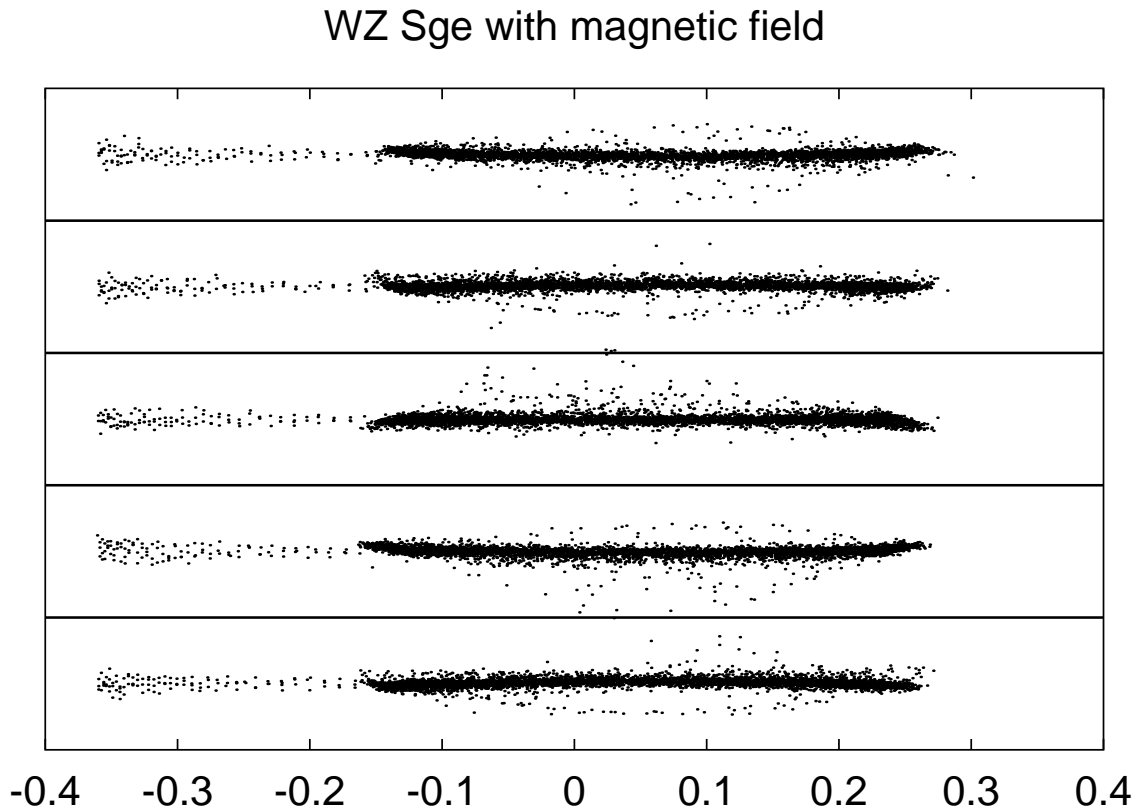
**Abb. 8.1:** Simulation der Akkretionsscheibe von WZ Sge, dargestellt ist die Bildung einer Akkretionsscheibe ohne Magnetfeld (oben) und mit Magnetfeld (unten). Die Simulation wurde mit einer leeren Scheibe gestartet. Bereits nach 5 Bahnperioden kann man deutlich sehen, wie die diamagnetische Zugkraft auf die Blobs die Ausbildung einer Akkretionsscheibe bis zum Weißen Zwerg hinunter verhindert.



**Abb. 8.2:** WZ Sge: Simulation mit  $\mu_{\text{mag}} = 1 \times 10^{31} \text{G cm}^3$ . Das obere linke Bild stammt aus einer Simulation ohne Magnetfeld, es entspricht in der zeitlichen Entwicklung dem oberen rechten Bild. Die diamagnetische Zugkraft verhindert die Ausbildung einer Scheibe bis zum Weißen Zwerg hinunter. Vergleiche Abbildung 8.3, wo die Dichteverteilung in der Scheibenmitte zu denselben Zeitschritten dargestellt ist.



**Abb. 8.3:** WZ Sge: Simulation mit  $\mu_{\text{mag}} = 1 \times 10^{31} \text{G cm}^3$ , dargestellt ist die Dichteverteilung in der Scheibenmitte. Die Bilder entsprechen denen der Teilchenverteilungen von Abbildung 8.2. Der dichte Ring bildet sich nicht am Zirkularisationsradius, sondern weiter draußen. Der Zirkularisationsradius liegt nahe dem Innenrand der Scheibe, der sich hier bildende Ring hat einen um etwa die Hälfte größeren Durchmesser. Durch die hohe Massentransferrate wächst die Scheibe schnell bis zu einem Radius, wo der äußere Bereich in den Gezeiteneinfluß des Sekundärsterns gerät. Es bilden sich rasch Spiralstrukturen und die Scheibe wird exzentrisch.



**Abb. 8.4:** Simulation von WZ Sge mit Magnetfeld. Dargestellt sind Projektionen der Teilchenpositionen in die  $x$ - $z$ -Ebene des Systems. Der zeitliche Abstand zwischen den einzelnen Abbildungen beträgt  $1/10$  Bahnperiode. Die magnetische Achse des Systems ist um  $5^\circ$  gegen die Rotationsachse geneigt, daher erfahren die Gasblobs in der Nähe des Weißen Zwergs nicht nur eine Beschleunigung in der Bahnebene sondern auch senkrecht dazu. Wenn die Blobs dann mit der Scheibe kollidieren, regen sie eine vertikale Oszillation des Scheibenrandes an, was wiederum dazu führt, daß die einfallenden Gasblobs manchmal mit dem Scheibenrand kollidieren und abgelenkt werden und manchmal einfach nach innen fallen.

levanten Geschwindigkeiten ist klar, allein bei der Wahl der Blobgrößen hat man einige Freiheiten.

Um eine gewisse Verteilung der Blobmassen zu gewährleisten, bietet sich folgende Möglichkeit ihrer Bestimmung an. Bei den anderen Simulationen wird der Akkretionsstrom ja in Form von Teilchen simuliert, die um einen bestimmten Punkt der Strahltrajektorie herum eingesetzt werden. Ihre Masse bestimmt sich aus der Massentransferrate und der Zahl der Teilchen, die



pro Bahnperiode eingesetzt werden. Hier nun werden die Teilchen nicht bei einem festen Abstand vom  $L_1$ -Punkt eingesetzt, sondern in einem gewissen Bereich, gleichmäßig verteilt entlang der Strahltrajektorie. Die Massentransferrate  $\dot{M}$  ist wiederum vorgegeben. Die Skalenhöhe und -breite des Strahls an dem entsprechenden Ort sowie die Teilchengeschwindigkeit werden bestimmt nach den Gleichungen 6.2 bis 6.7 sowie nach Hessman (1999, seine Gleichung 5). Die Masse des Blobs ergibt sich aus der Dichte  $\varrho_{\text{blob}}$  und der Skalenhöhe  $H_s$  und -breite  $W_s$  des Stroms. Die Dichte kann man aus der Massentransferrate bestimmen,

$$\dot{M} = \pi \varrho_{\text{blob}} H_s W_s V_s, \quad (8.12)$$

wobei  $V_s$  die Geschwindigkeit ist (der Querschnitt des Stroms ist ellipsenförmig mit der Fläche  $\pi H_s W_s$ ). Unter der Voraussetzung, daß die Blobs ungefähr kugelförmig sind, erhält man die Blobmasse

$$m_{\text{blob}} = \varrho_{\text{blob}} (H_s W_s)^{3/2}. \quad (8.13)$$

Nun muß man so viele Blobs einsetzen, wie es die Massentransferrate erfordert. Sollte das eine zu hohe Zahl sein, so kann man mehrere Blobs zu einem SPH-Teilchen zusammenfassen.

Das magnetische Moment des Weißen Zwergs in WZ Sge ist nicht gut bekannt, es sollte aber kleiner sein als das von anderen Intermediären Polaren, die keine Scheibe besitzen. Deren magnetisches Moment wird auf  $10^{33} \text{G cm}^3$  geschätzt (King 1993b). Da WZ Sge auch im Ruhezustand eine Akkretionsscheibe hat, muß das Magnetfeld des Weißen Zwergs schwächer sein.

Um zu sehen, wie ein Magnetfeld auf die Blobs wirkt, habe ich zwei Simulationen durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 8.1 dargestellt. Bei der ersten Simulation wirkt kein Magnetfeld auf die Blobs, so daß sie sich wie ganz normale SPH-Teilchen verhalten und eine Akkretionsscheibe bilden. Bei der zweiten Simulation besitzt der Weiße Zwerg ein um  $5^\circ$  gegen die Rotationsachse gekipptes Magnetfeld von  $10^{31} \text{G cm}^3$ . Bei beiden Simulationen wurde mit einer leeren Scheibe begonnen, also ohne Teilchen. Bei der Simulation ohne Magnetfeld bildet sich ein Ring um den Zirkularisationsradius, der im weiteren Verlauf der Simulation durch viskose Prozesse zu einer Akkretionsscheibe zerläuft. Die Simulation mit dem Magnetfeld zeigt den Effekt der diamagnetischen Zugkraft auf die Blobs. Die ersten Blobs erfahren bei der Annäherung an den Weißen Zwerg eine Beschleunigung, die im wesentlichen eine Erhöhung des spezifischen Drehimpulses der Blobs zur Folge

hat. Das führt dazu, daß sich der Gasring nicht am Zirkularisationsradius, sondern weiter außen bildet. Wie erwartet werden Teilchen, die sich weit vom Weißen Zwerg entfernt befinden, nicht vom Magnetfeld beeinflusst. Die Ströme von der  $L_1$ -Region sind in beiden Simulationen daher auch nicht zu unterscheiden. Der Ring der Simulation mit Magnetfeld ist auch enger. Das liegt daran, daß sich neue Gasblobs, die beim ersten Vorbeiflug am Weißen Zwerg beschleunigt werden, nicht nur von außen an den Gasring ansetzen, sondern auch vom inneren Rand her. Durch diese Anreicherung mit Material mit relativ großem spezifischem Drehimpuls wird der Innenrand der entstehenden Scheibe daran gehindert, sich nach innen auszubreiten. Das wird auch in der Realität eine Rolle spielen. Andererseits ist das Gas in der Scheibe diffus und wird vom Magnetfeld durchdrungen, so daß am Innenrand der Scheibe nach innen strömendes Gas schließlich entlang der Magnetfeldlinien auf die Magnetpole des Weißen Zwergs fließt. Diese Simulation zeigt bereits, daß die diamagnetische Zugkraft auf Gasblobs prinzipiell geeignet ist, die Ausbildung einer Akkretionsscheibe bis hinunter zur Oberfläche des Weißen Zwergs zu verhindern, ohne die Scheibe völlig zu zerstören.

In den Abbildungen 8.2 und 8.3 ist eine Simulation von WZ Sge mit Magnetfeld über einen längeren Zeitraum dargestellt. Hierbei wurde eine höhere Massentransferrate verwendet, um die Verhältnisse während eines Ausbruchs nachzubilden. In Abbildung 8.2 sind Teilchenverteilungen zu verschiedenen Zeitpunkten dargestellt, in Abbildung 8.3 die zugehörigen Dichteverteilungen in der Bahnebene. Das jeweilige obere linke Bild zeigt zum Vergleich eine Simulation ohne Magnetfeld zum gleichen Zeitpunkt wie das obere rechte Bild, die anderen Bilder haben jeweils einen zeitlichen Abstand von 4 Bahnperioden. Auch zu diesem weiter fortgeschrittenen Zeitpunkt zeigt sich, daß der Einfluß des Magnetfelds dazu führt, daß die innere Scheibe entleert ist und die Akkretionsscheibe sich insgesamt in größerer Entfernung vom Weißen Zwerg befindet. Andererseits behindert die diamagnetische Zugkraft des schnell rotierenden Weißen Zwergs auf die Gasblobs die Ausbildung einer exzentrischen Scheibe keineswegs, wie die Entwicklung der Scheibe unter einer erhöhten Massentransferrate schön zeigt. Das ist auch nicht zu erwarten, da die auf die Blobs wirkende Beschleunigung (Gleichung 8.5) für schwerere Blobs, wie sie bei höherer Massentransferrate in meinem Modell automatisch entstehen, kleiner ist und der Einfluß des Magnetfelds insgesamt kleiner wird. In unserem Modell ist zudem nicht berücksichtigt, daß der viskose Massentransport nach innen, der während des Ausbruchs stark erhöht ist, die Magnetosphäre so stark zusammenpresst, daß die Scheibe bis auf die Oberfläche des Weißen Zwergs herabreicht. Für die Entwicklung der charak-

teristischen Superhumps, die durch die Präzession der exzentrischen Scheibe entstehen, hat das jedoch keinen Einfluß, da hier nur der äußere Rand der Akkretionsscheibe maßgeblich ist. Das letzte Bild in den Abbildungen zeigt schon deutliche Spiralstrukturen, die Scheibe ist hier schon in einem Stadium beginnender Exzentrizität, sie wird innerhalb weniger Bahnperioden anfangen zu präzedieren.

Für die bisherigen Ergebnisse spielt es eigentlich keine Rolle, ob das Magnetfeld in Bezug auf die Rotationsachse des Weißen Zwergs gekippt ist oder ob sie parallel steht. Der Haupteffekt der diamagnetischen Zugkraft ist eine kleine zusätzliche Beschleunigung in der Bahnebene. Allerdings gibt es für  $\theta_{\text{mag}} \neq 0$  auch eine Komponente in  $z$ -Richtung. Dieser Effekt wird deutlich, wenn man sich die Akkretionsscheiben von der Kante aus betrachtet. In Abbildung 8.4 sind 5 Projektionen der Teilchenpositionen in die  $x$ - $z$ -Ebene dargestellt. Die oberste Akkretionsscheibe ist die gleiche wie im unteren Bild von Abbildung 8.1, die anderen haben einen zeitlichen Abstand von jeweils  $1/10$  Bahnperiode. Wie man sieht, schwingt der äußere Rand der Akkretionsscheibe vertikal hin und her. Da so weit draussen die diamagnetische Zugkraft wegen des schnellen radialen Abfalls vernachlässigbar ist, muß die Ursache dieser Schwingung entweder im einfallenden Teilchenstrom vom Sekundärstern oder in den Gasblobs stecken, die schon dicht am Weißen Zwerg vorbeigeflogen sind. In der Tat werden die Gasblobs in der Nähe des Weißen Zwergs vertikal abgelenkt, je nach momentaner Stellung der Magnetschse mehr oder weniger und nach oben oder nach unten. Die Gasblobs treffen später auf die Scheibenoberfläche. Anscheinend ist es in diesem Fall gerade so, daß der Aufprall aus einer Vorzugsrichtung eine vertikale Schwingung der Scheibe anregt. Das hat zur Folge, daß die neu einströmenden Teilchen vom Sekundärstern auf einen zeitlich veränderlichen Scheibenrand prallen, so daß auch die Wechselwirkung mit dem Rand zeitlich variabel ist. So treffen die einfallenden Blobs im zweiten Bild von oben recht zentral auf den Rand, wohingegen im vierten Bild von oben die Teilchen unter einem sehr kleinen Winkel auf die Unterseite der Scheibe treffen. Kurze Zeit später, also im untersten Bild ist daher auch nur unter der Scheibe ein Strom erkennbar. Diese vertikale Oszillation der Scheibe ist über längere Zeiten zu beobachten. Anscheinend regen die neu einströmenden Blobs die Oszillation immer wieder aufs neue an, sobald sie einmal durch die in der Nähe des Weißen Zwergs vertikal abgelenkten Blobs angestoßen wurde.

## 8.7 Diskussion

Das Modell der diamagnetischen Akkretion von Gasblobs in magnetischen Kataklysmischen Variablen (King 1993a, Wynn & King 1995) wurde auf die Zwergnova WZ Sge angewendet. Der schnell rotierende Weiße Zwerg von WZ Sge ( $P_{\text{spin}} = 28$  s) besitzt ein Magnetfeld, das allerdings nicht ausreicht, die Ausbildung einer Akkretionsscheibe zu verhindern. Eine Möglichkeit, die lange Ruhephase von 33 Jahren zwischen zwei Ausbrüchen von WZ Sge zu erklären, ist die Annahme einer stabilen äußeren Scheibe, was durch ein Loch in der inneren Scheibe ermöglicht wird. Unter der Annahme, daß der Akkretionsstrom nicht aus diffusem Material besteht, sondern aus Gasblobs, die das Magnetfeld nicht so leicht durchdringen kann, konnte gezeigt werden, daß ein solches Loch im Inneren der Scheibe tatsächlich zustande kommt. Die Gasblobs erfahren in der Nähe des Weißen Zwergs eine diamagnetische Zugkraft (Drell, Foley & Ruderman 1965), dadurch erhalten sie einen höheren spezifischen Drehimpuls. Die entstehende Akkretionsscheibe reicht nicht bis zum Weißen Zwerg hinab sondern hat innen ein Loch. Ein weiteres Merkmal des Modells der stabilen äußeren Scheibe von WZ Sge ist, daß der Massenüberstrom vom Sekundärstern während des Ausbruchs stark erhöht ist. Eine Simulation mit erhöhter Massentransferrate zeigte, daß das Magnetfeld die Ausbildung einer exzentrischen, präzedierenden Akkretionsscheibe nicht beeinträchtigt. Die in diesem Modell natürliche Erklärung für die erst zwei Wochen nach Beginn des Ausbruchs auftretenden Superhumps wird so auch bestätigt.

# Kapitel 9

## Zusammenfassung und Ausblick

### 9.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der numerischen Simulation von Akkretionsscheiben in Kataklysmischen Variablen mit der Methode Smoothed Particle Hydrodynamics, die in den Bereichen Astrophysik und Computational Physics des Instituts für Astronomie und Astrophysik der Universität Tübingen untersucht und weiterentwickelt wird. Bei dieser Arbeit steht allerdings weniger die Numerik im Vordergrund, sondern vielmehr die astrophysikalischen Anwendungen. Drei verschiedene Themenkomplexe habe ich behandelt.

Sehr ausführlich wurde die Wechselwirkung des einfallenden Gasstroms vom Sekundärstern mit dem Rand der Akkretionsscheibe untersucht. Anders als in vorangegangenen Behandlungen des Problems wurden die Simulationen im Roche-Potential des Doppelsterns durchgeführt, so daß nicht-axialsymmetrische Effekte, insbesondere der Gezeiteneinfluß des Sekundärsterns, in angemessener Weise berücksichtigt werden konnten. Das ist notwendig, da die Struktur des Scheibenrandes durch den Sekundärstern wesentlich beeinflußt wird. Ich habe eine Methode entwickelt, um sehr schnell Datensätze von Akkretionsscheiben im Roche-Potential mit praktisch beliebiger Teilchenzahl zu gewinnen, mit denen dann Simulationen mit hoher räumlicher Auflösung durchgeführt werden können. Eine weitere Erhöhung

der Auflösung gewinnt man durch die Verwendung von Teilchen mit unterschiedlicher Masse. Daß dieses Vorgehen konsistente Ergebnisse liefert, habe ich überprüft. Nachdem die technischen Voraussetzungen geschaffen wurden, habe ich Parameterstudien der Strom-Scheibe-Wechselwirkung und des Scheibenüberstroms durchgeführt. Die variierten Parameter waren das Massenverhältnis der Sterne, die Bahnperiode, die Massentransferrate, die radiale Ausdehnung der Scheibe, das Verhältnis von Strom- und Scheibendicke sowie verschiedene thermische Zustände der Scheibe. Zudem wurde eine Simulation mit einem sprunghaft erhöhten Massenstrom durchgeführt. Die Ergebnisse wurden in Kapitel 6 diskutiert. Es stellte sich heraus, daß ein wesentlich größerer Anteil des einfallenden Gasstroms über die Scheibenoberfläche direkt zu kleineren Scheibenradien fließt als bisher angenommen. In der Beobachtung macht sich das durch die Absorption von Röntgenstrahlung in Systemen mit höherer Inklination bei der Bahnphase 0.7, unter Umständen auch bei Bahnphase 0.2 bemerkbar. Der letztere Effekt konnte zuvor nicht erklärt werden. Außerdem sollte so ein massiver Überstrom einen zweiten hellen Fleck bei Bahnphase 0.5 verursachen, was tatsächlich auch schon beobachtet wurde. Der Einfluß eines starken Scheibenüberstroms auf das Ausbruchverhalten sollte mit den entsprechenden Entwicklungscodes untersucht werden, da zu erwarten ist, daß sich das berechnete Ausbruchverhalten der Zwergnovae unter diesen Umständen verändert.

In drei der sechs bekannten AM CVn-Sterne treten Superhumps auf. AM CVn-Sterne bestehen aus zwei Weißen Zwergen, der leichtere füllt seinen Roche-Lobe und transferiert Helium zum Primärstern, wo sich eine Akkretionsscheibe bildet. Bei AM CVn und CR Boo sind sowohl die Bahn- als auch die Superhumpperiode genau bekannt. Unter der Annahme, daß sich die AM CVn-Sterne ähnlich wie CVs verhalten, verwende ich für die Massen und die Massentransferraten Beziehungen, wie sie von normalen Kataklysmischen Variablen her bekannt sind. Mit diesen Werten habe ich Simulationen der Helium-Akkretionsscheiben dieser Systeme durchgeführt. Für die Viskosität wurde ein Wert verwendet, der sich bei früheren Simulationen der Superhumps in SU UMa-Sternen als geeignet erwiesen hat. Tatsächlich wurden innerhalb kurzer Zeit, jeweils etwa 100 Bahnperioden, die Akkretionsscheiben beider Systeme exzentrisch und begannen zu präzedieren. Die resultierenden Modulationen der Helligkeit der Scheiben, die Superhumps, hatten Perioden von 1054 s (AM CVn) und 1495 s (CR Boo). Das ist in ausgezeichneter Übereinstimmung mit den beobachteten Werten von 1051 bzw. 1490 s. Dieses Ergebnis ist in zweifacher Hinsicht bemerkenswert. Einmal unterstützt es das Modell der AM CVn-Sterne als massetransferierende Heli-

umdoppelsterne sowie das Gezeiteninstabilitätsmodell für Superhumps. Die für normale Kataklysmische Variable gefundenen Beziehungen lassen sich auf die extrem kurzperiodischen AM CVn-Sterne extrapolieren. Andererseits benutze ich in meinen Simulationen zur Beschreibung der Scherviskosität in der Scheibe den Schertensor, und keine künstliche Viskosität wie die meisten anderen Gruppen. Meines Wissens ist unser Code der einzige, der Superhumpperioden mit dieser Genauigkeit reproduzieren kann.

WZ Sagittae ist eine Kataklysmische Variable mit sehr bemerkenswerten Eigenschaften. Die Bahnperiode liegt sehr dicht an der theoretisch kürzest möglichen. WZ Sge zeigt Superausbrüche, die allerdings nur etwa alle 33 Jahre auftreten, aber eine sehr große Amplitude haben. Im Ruhezustand treten in der Lichtkurve mehrere Perioden um 28 s auf, die einem schnell rotierenden magnetischen Weißen Zwerg zugeschrieben werden. Da WZ Sge eine Akkretionsscheibe besitzt, kann das Magnetfeld nicht so stark sein wie bei den Polaren. Wenn man annimmt, daß der Akkretionsstrom nicht aus diffuser Materie, sondern aus Plasmablobs besteht, die vom Magnetfeld nicht so leicht durchdrungen werden, so kann man eine diamagnetische Zugkraft ableiten, die das Magnetfeld auf die Plasmablobs ausübt. Diese Kraft habe ich in einem SPH-Programm implementiert und Simulationen der Akkretionsscheibe durchgeführt. Es stellte sich heraus, daß die angewandte Formulierung dazu führt, daß sich die Scheibe nicht bis zum Weißen Zwerg hinunter ausdehnen kann. Der Akkretionsstrom bildet einen Ring nicht am Zirkularisationsradius, sondern weiter außen. Die Scheibe hat innen ein Loch. Dieses Phänomen ist dazu geeignet, das Rätsel zu lösen, warum WZ Sge so selten ausbricht. Das Loch in der Scheibe führt dazu, daß die äußere Scheibe thermisch stabil wird. Ausbrüche entstehen in diesem Modell dadurch, daß die Massentransferrate vom Sekundärstern drastisch zunimmt. Der massive Strom ist dazu geeignet, die Magnetosphäre des Weißen Zwergs so zusammenzuquetschen, daß sich die Scheibe bis zu seiner Oberfläche ausdehnen kann. Es kommt zu einem Ausbruch. Meine Simulationen unterstützen dieses Modell.

## 9.2 Ausblick

Zukünftige Entwicklungen auf dem Gebiet der Simulation von Akkretionsscheiben mit SPH liegen einerseits in der Erweiterung der implementierten Physik, speziell der Behandlung der Strahlungsprozesse, andererseits in der Anwendung auf andere Phänomene. Versuche, Strahlungsprozesse zu im-

plementieren, wurden im Rahmen einer Diplomarbeit von Schnetter (1998) unternommen. Dabei stellte sich allerdings heraus, daß die Zeitskalen für Strahlungsprozesse so klein sind, daß ein explizites Integrationsverfahren nicht mehr in Frage kommt.

Es gibt noch einige Phänomene bei den Akkretionsscheiben, die noch nicht gut untersucht sind, aber prinzipiell SPH-Simulationen zugänglich sein sollten. Ein Beispiel sind die sog. „späten Superhumps“, die nach Ende eines Superausbruchs bei SU UMa-Sternen auftreten und deren Phase gegenüber den normalen Superhumps um  $180^\circ$  verschoben ist. Ein weiteres Phänomen sind die „negativen Superhumps“, Modulationen der Lichtkurve mit einer etwas kürzeren Periode als der Bahnperiode. Deren Existenz ist etwas peinlich, da die bisherige Modellvorstellung der Superhumps so etwas nicht zuläßt. Man wird allerdings dadurch gerettet, daß die negativen Superhumps in manchen Systemen gleichzeitig mit den positiven auftreten, also anderen Ursprungs sein müssen. Eine Idee zur Erklärung des Phänomens ist das Auftreten einer verbogenen Scheibe, deren Knotenlinie mit der entsprechenden Periode präzediert. Hierzu gibt es noch keine aussagekräftigen Simulationen.

Was auch interessant wäre und bisher noch nicht gemacht wurde, ist die selbstkonsistente Simulation des Überstroms am inneren Lagrange-Punkt im Roche-Potential. Dazu müßte man zumindest die äußeren Schichten des Sekundärsterns dreidimensional aus SPH-Teilchen aufbauen. Mit immer schnelleren und größeren Computern sollte das in den Bereich des Machbaren gelangen.

Hiermit kommt man auch in den Bereich, wo die Eigengravitation des Gases wichtig wird. Es existieren SPH-Codes, die Eigengravitation beinhalten. Damit werden z. B. kosmologische Simulationen oder Simulationen zur Galaxienbildung durchgeführt. Aber auch in Akkretionsscheiben kann Eigengravitation eine Rolle spielen, etwa bei der Planetenbildung.

Abschließend läßt sich sagen, daß das Verfahren SPH auch in Zukunft sicherlich ein wichtiges Werkzeug zum Erkenntnisgewinn in der Physik der Akkretionsscheiben und der Strömungen allgemein darstellen wird.



# Anhang A

## Numerische Parameter der Simulationen

Hier gebe ich die numerischen Parameter der Simulationen aus den Kapiteln 6, 7 und 8 an. Folgende Einheiten werden verwendet: Massen in  $M_{\odot}$ , Längen in  $R_{\odot}$ , Zeiten in s, Massentransferraten in  $M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , kinematische Viskositäten in  $R_{\odot}^2 \text{ s}^{-1}$ .

### A.1 Simulationen der Strom-Scheibe-Wechselwirkung (Kapitel 6)

#### Simulationen mit unterschiedlichem Massenverhältnis der Strom- zu den Scheibenteilchen

Für diese Simulationen (siehe Abbildung 6.4) habe ich die Systemparameter von AM CVn benutzt.

$M_1 = 1.0$	Primärsternmasse
$M_2 = 0.15$	Sekundärsternmasse
$\dot{M} = 1 \times 10^{-11}$	Massentransferrate
$P_{\text{orb}} = 1029$	Bahnperiode
$\gamma = 5/3$	Polytropenindex
$\nu = 3 \times 10^{-8}$	kinematische Viskosität
$\alpha = 0.0$	Parameter der künstlichen Viskosität

$\beta$	= 2.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\mu$	= 2.0	mittleres Molekulargewicht
$h$	= 0.01	Smoothing Length
$m_s/m_d$	= 1/10, 1/20, 1/40	Massenverhältnis der Teilchen
$N_d$	= 35 000	Teilchenzahl in der Scheibe
$N_s$	= 2500, 5000, 10 000	Teilchenzahl im Strom

## Simulationen mit verschiedenen Werten der künstlichen Viskosität

Auch diese Simulationen (siehe Abbildung 6.5) wurden mit den Parametern von AM CVn durchgeführt. Die einzelnen Simulationen unterscheiden sich nur durch die Werte der Parameter der künstlichen Viskosität, wie sie in der Bildunterschrift aufgeführt sind. Ansonsten waren die numerischen Parameter gleich wie im vorigen Abschnitt, mit dem Unterschied, daß alle Teilchen die gleiche Masse hatten und 10 000 Teilchen je Bahnperiode eingefüttert wurden, so daß sich zum dargestellten Zeitpunkt 10 000 Teilchen in jeder Scheibe befanden.

## 2D- vs. 3D-Simulationen

Hierfür wurden die numerischen Parameter von DQ Her verwendet, siehe Abbildung 6.6.

$M_1$	= 0.6	Primärsternmasse
$M_2$	= 0.4	Sekundärsternmasse
$\dot{M}$	= $1 \times 10^{-9}$	Massentransferrate
$P_{\text{orb}}$	= 16 416	Bahnperiode
$\gamma$	= 1.01	Polytropenindex
$\nu$	= $3 \times 10^{-8}$	kinematische Viskosität
$\alpha$	= 1.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\beta$	= 2.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\mu$	= 0.5	mittleres Molekulargewicht
$h$	= 0.025 (2D), 0.015 (3D)	Smoothing Length
$m_s/m_d$	= 1/20	Massenverhältnis der Teilchen
$N_d$	= 35 000	Teilchenzahl in der Scheibe
$N_s$	= 20 000	Teilchenzahl im Strom

## Simulationen mit verschiedener Massentransferrate

Ich habe Simulationen mit den Parametern von DQ Her (Abbildung 6.7) und mit den Parametern von IP Peg (Abbildung 6.8) durchgeführt. Die Simulation von DQ Her mit niedriger Massentransferrate ist identisch mit der 3D-Simulation oben, die mit hoher Massentransferrate unterscheidet sich nur durch  $\dot{M}$ . Für die Simulationen von IP Peg habe ich folgende Parameter gewählt.

$M_1$	= 1.15	Primärsternmasse
$M_2$	= 0.67	Sekundärsternmasse
$\dot{M}$	= $1 \times 10^{-10}$ , $1 \times 10^{-8}$	Massentransferrate
$P_{\text{orb}}$	= 13 669	Bahnperiode
$\gamma$	= 1.1	Polytropenindex
$\nu$	= $3 \times 10^{-8}$	kinematische Viskosität
$\alpha$	= 1.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\beta$	= 2.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\mu$	= 0.5	mittleres Molekulargewicht
$h$	= 0.025	Smoothing Length
$m_s/m_d$	= $q1/20$	Massenverhältnis der Teilchen
$N_d$	= 41 000	Teilchenzahl in der Scheibe
$N_s$	= 20 000	Teilchenzahl im Strom

## Simulationen vom IP Peg mit verschiedenem Polytropenindex (voll entwickelte Scheibe)

Die Parameter dieser Simulationen (Abbildungen 6.9 bis 6.12) sind

$M_1$	= 1.15	Primärsternmasse
$M_2$	= 0.67	Sekundärsternmasse
$\dot{M}$	= $1 \times 10^{-10}$ , $1 \times 10^{-8}$ ( $\gamma = 1.1$ )	Massentransferrate
$P_{\text{orb}}$	= 13 669	Bahnperiode
$\gamma$	= 1.01, 1.1, 1.2, 5/3	Polytropenindex
$\nu$	= $3 \times 10^{-8}$	kinematische Viskosität
$\alpha$	= 0.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\beta$	= 2.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\mu$	= 0.5	mittleres Molekulargewicht
$h$	= 0.02	Smoothing Length
$m_s/m_d$	= $1/20$	Massenverhältnis der Teilchen
$N_d$	= 40 000	Teilchenzahl in der Scheibe
$N_s$	= 20 000	Teilchenzahl im Strom

Bei der Simulation mit  $\gamma = 1.1$  habe ich versehentlich eine zu hohe Massentransferrate benutzt, sie ist daher in Abbildung 6.23 nicht aufgeführt.

## Simulationen vom U Gem mit verschiedenem Polytropenindex (kleine Scheibe)

Bei den Simulationen von U Gem (siehe Abbildungen 6.13 bis 6.16) wurde die Scheibe nur für 20 Bahnperioden viskos entwickelt. Die Parameter der Simulationen sind:

$M_1$	= 1.15	Primärsternmasse
$M_2$	= 0.67	Sekundärsternmasse
$\dot{M}$	= $1 \times 10^{-9}$	Massentransferrate
$P_{\text{orb}}$	= 15 285	Bahnperiode
$\gamma$	= 1.01, 1.1, 1.2, 5/3	Polytropenindex
$\nu$	= $3 \times 10^{-8}$	kinematische Viskosität
$\alpha$	= 1.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\beta$	= 2.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\mu$	= 0.5	mittleres Molekulargewicht
$h$	= 0.01	Smoothing Length
$m_s/m_d$	= 1/10	Massenverhältnis der Teilchen
$N_d$	= 35 000	Teilchenzahl in der Scheibe
$N_s$	= 15 000	Teilchenzahl im Strom

## Simulationen von IP Peg mit dünnem Akkretionsstrom

Von IP Peg habe ich auch Simulationen mit einem dünneren Akkretionsstrom durchgeführt (siehe Abbildungen 6.17 bis 6.19), die Parameter sind:

$M_1$	= 1.15	Primärsternmasse
$M_2$	= 0.67	Sekundärsternmasse
$\dot{M}$	= $1 \times 10^{-10}$	Massentransferrate
$P_{\text{orb}}$	= 13 669	Bahnperiode

$\gamma$	= 1.01, 1.2, 5/3	Polytropenindex
$\nu$	= $3 \times 10^{-8}$	kinematische Viskosität
$\alpha$	= 0.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\beta$	= 2.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\mu$	= 0.5	mittleres Molekulargewicht
$h$	= 0.02	Smoothing Length
$m_s/m_d$	= 1/20	Massenverhältnis der Teilchen
$N_d$	= 40 000	Teilchenzahl in der Scheibe
$N_s$	= 20 000	Teilchenzahl im Strom

## Simulation von IP Peg mit stark erhöhter Massentransferrate

Bei dieser Simulation wurde die Scheibe mit einer Massentransferrate von  $10^{-10}$  entwickelt, der Überstrom entsprach  $10^{-9}$ . Die anderen Parameter sind

$M_1$	= 1.15	Primärsternmasse
$M_2$	= 0.67	Sekundärsternmasse
$P_{\text{orb}}$	= 13 669	Bahnperiode
$\gamma$	= 1.1	Polytropenindex
$\nu$	= $3 \times 10^{-8}$	kinematische Viskosität
$\alpha$	= 1.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\beta$	= 2.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\mu$	= 0.5	mittleres Molekulargewicht
$h$	= 0.015	Smoothing Length
$m_s/m_d$	= 1/4	Massenverhältnis der Teilchen
$N_d$	= 42 200	Teilchenzahl in der Scheibe
$N_s$	= 20 000	Teilchenzahl im Strom

## A.2 Simulationen der Superhumps in AM CVn und CR Boo (Kapitel 7)

### Simulation von AM CVn

Die Simulation wurde mit den unten aufgeführten Parametern durchgeführt<sup>1</sup>. Es mag auffallen, daß ich hier etwas andere Werte für die Massen benutzt habe als in Kapitel 6. Das liegt daran, daß in der Literatur verschiedene Werte vorhanden waren. Die hier verwendeten entsprechen Warner (1995b).

$M_1$	= 1.09	Primärsternmasse
$M_2$	= 0.092	Sekundärsternmasse
$\dot{M}$	= $3.9 \times 10^{-9}$	Massentransferrate
$P_{\text{orb}}$	= 1029	Bahnperiode
$\gamma$	= 1.1	Polytropenindex
$\nu$	= $3 \times 10^{-8}$	kinematische Viskosität
$\alpha$	= 1.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\beta$	= 2.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\mu$	= 2.0	mittleres Molekulargewicht
$h$	= 0.015	Smoothing Length
$N_d$	= 3500	Teilchenzahl in der Scheibe
$N/P_{\text{orb}}$	= 100	eingefütterte Teilchen je Bahnperiode

### Simulation von CR Boo

Die Simulationen von CR Boo wurden mit folgenden Parametern durchgeführt:

$M_1$	= 1.0	Primärsternmasse
$M_2$	= 0.058	Sekundärsternmasse
$\dot{M}$	= $6.7 \times 10^{-10}$	Massentransferrate
$P_{\text{orb}}$	= 1471	Bahnperiode

---

<sup>1</sup>Die sehr kleine Teilchenzahl dieser und der nächsten Simulation mag überraschen. Hierzu möchte ich anmerken, daß diese Simulationen als Tests gedacht waren, ich hatte Parameterstudien mit höherer Auflösung geplant. Nachdem jedoch schon mit dem ersten Versuch die Superhumpperiode hervorragend reproduziert werden konnte, habe ich weitere Rechnungen vorerst zurückgestellt.

$\gamma$	= 1.1	Polytropenindex
$\nu$	= $3 \times 10^{-8}$	kinematische Viskosität
$\alpha$	= 1.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\beta$	= 2.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\mu$	= 2.0	mittleres Molekulargewicht
$h$	= 0.015	Smoothing Length
$N_d$	= 6000	Teilchenzahl in der Scheibe
$N/P_{\text{orb}}$	= 100	eingefütterte Teilchen je Bahnperiode

## A.3 Simulationen der diamagnetischen Effekte in WZ Sge (Kapitel 8)

### Simulation ohne B-Feld

Für die Testsimulation ohne Magnetfeld wurden folgende Parameter verwendet.

$M_1$	= 0.45	Primärsternmasse
$M_2$	= 0.058	Sekundärsternmasse
$\dot{M}$	= $3 \times 10^{-11}$	Massentransferrate
$P_{\text{orb}}$	= 4896	Bahnperiode
$\gamma$	= 5/3	Polytropenindex
$\nu$	= $3 \times 10^{-8}$	kinematische Viskosität
$\alpha$	= 0.0	Parameter der künstlichen Viskosität
$\beta$	= 0.2	Parameter der künstlichen Viskosität
$\mu$	= 0.5	mittleres Molekulargewicht
$h$	= 0.02	Smoothing Length
$N/P_{\text{orb}}$	= 100	eingefütterte Teilchen je Bahnperiode
$m_i$	= $5.2 \times 10^{-17}$	Teilchenmasse

### Simulation mit B-Feld, kleine Massentransferrate

Diese Simulation unterscheidet sich nur durch das magnetische Moment des Weißen Zwerges,  $\mu_{\text{mag}} = 10^{31} \text{G cm}^3$ , von der oberen. Die Masse eines SPH-Teilchens entspricht etwa 20 Gasblobs. Das ist in der Berechnung der magnetischen Beschleunigung berücksichtigt.

## Simulation mit B-Feld, große Massentransferrate

Bei dieser Simulation wurden die gleichen Parameter wie zuvor verwendet, bis auf die Massentransferrate. Hier ist  $\dot{M} = 1 \times 10^{10}$ . Außerdem habe ich eine Verteilung der Blobmassen angenommen. Bei dieser Simulation entspricht jedes SPH-Teilchen einem Blob. Die mittlere Blobmasse ist  $m_i = 1.7 \times 10^{-17}$ , die Massen können bis zu einem Faktor 2 größer oder kleiner sein.



# Anhang B

## Symbole und Konstanten

Griechische Indizes bezeichnen die Raumrichtungen und gehen von 1 bis 3. Über doppelt auftretende Indizes wird summiert. Skalare Größen  $A$  oder  $a$  werden kursiv geschrieben, Vektoren  $\mathbf{A}$  oder  $\mathbf{a}$  in Fettdruck. Die Komponenten eines Vektors  $\mathbf{a}$  werden mit  $a_\alpha$  bezeichnet. Tensoren  $A$  werden in normaler, gerader Schrift gesetzt, ihre Komponenten werden mit  $A_{\alpha\beta}$  bezeichnet. Partielle Ortsableitungen einer Größe  $f$  werden als  $\frac{\partial f}{\partial x_\alpha} = f_{,\alpha}$  abgekürzt.

Kartesische Koordinaten heißen  $x$ ,  $y$  und  $z$ , wobei der Ursprung im Schwerpunkt des Binärsystems liegt. Die  $x$ -Achse stimmt mit der Systemachse überein, die  $y$ -Achse liegt in der Bahnebene. Zylinderkoordinaten heißen  $R$ ,  $\phi$  und  $z$ .

Im allgemeinen verwende ich solare Einheiten, d. h. Längen werden in Sonnenradien angegeben und Massen in Sonnenmassen. Daneben kommen SI-Einheiten zum Einsatz, wo solare Einheiten unpraktisch sind. In der Astrophysik werden oft noch *cgs*-Einheiten verwendet, daher sind manche Größen in diesen Einheiten gegeben, wo dies üblich ist, so z. B. das magnetische Moment.

### B.1 Verzeichnis der Symbole

$a$	Abstand der Sterne im Binärsystem
$a$	Index „außen“
$\mathbf{a}_{\text{mag}}$	diamagnetische Beschleunigung

$A$	Fläche
$B$	Betrag des Magnetfelds
$\mathbf{B}$	Magnetfeld
$c$	Lichtgeschwindigkeit
$c_s$	Schallgeschwindigkeit
$c_A$	Alfvéngeschwindigkeit
$C$	Integrationskonstante
$C_1, C_2, C_3$	Hilfsgrößen
$d$	Dimension
$d$	substantielle Ableitung
$D$	Dissipationsrate pro Fläche
$\mathbf{E}$	Elektrisches Feld
$f$	Feldgröße, Funktion
$f_i$	Funktionswert am Ort des $i$ ten Teilchens
$\mathbf{f}$	Kraft pro Masse
$\mathbf{f}_{\text{ext}}$	externe Kraft
$\mathbf{F}_{\text{rad}}$	Strahlungsflußvektor
$g$	Funktion
$G$	Gravitationskonstante
$h$	Smoothing Length
$h$	Stunde
$H$	Skalenhöhe der Scheibe
$H_s, h_1, h_2$	Parameter der Skalenhöhe des Akkretionsstroms
$i$	Teilchenindex
$i$	Index „innen“
$j$	Teilchenindex
$k$	Teilchenindex
$k_B$	Boltzmann-Konstante
$l_{\text{blob}}$	Größe eines Plasmablobs
$L$	Drehimpulsfluß
$L_1$	innerer Lagrange-Punkt
$L_2$ bis $L_5$	weitere Lagrange-Punkte
$m$	Masse
$m_i$	SPH-Teilchenmasse
$m_s$	Masse eines Stromteilchens
$m_d$	Masse eines Scheibenteilchens
$m_{\text{blob}}$	Masse eines Plasmablobs
$m_H$	Masse des Wasserstoffatoms
min	Minute

$M_1$	Masse des Primärsterns
$M_2$	Masse des Sekundärsterns
$M_\odot$	Sonnenmasse
$M_{\text{disk}}$	Masse der Scheibe
$\dot{M}, -\dot{M}_2$	Massentransferrate (des Sekundärsterns)
$n_j$	SPH-Teilchenzahldichte
$\mathbf{n}$	Normalenvektor
$N$	Teilchenzahl
$\mathcal{N}$	Normierungskonstante des Kerns
$\mathcal{O}$	Ordnung
$p, 0$	Druck
$p_{\text{ram}}$	Staudruck
$p_{\text{mag}}$	magnetischer Druck
$P_{\text{orb}}$	Bahnperiode
$P_{\text{spin}}$	Spinperiode des Weißen Zwergs
$P_{\text{SH}}$	Superhumpperiode
$P_b$	Schwebungsperiode zw. $P_{\text{orb}}$ und $P_{\text{SH}}$
$q$	Massenverhältnis $M_2/M_1$
$q = q_\alpha + q_\beta$	künstlicher viskoser Druck
$\mathbf{q}$	Wärmeflußvektor
$Q^+$	Viskose Heizung
$r_{\text{min}}$	kl. Abstand der Stromtrajektorie zum W. Z.
$r_{\text{zirk}}$	Zirkularisationsradius
$r_{L_1}$	Abstand Weißer Zwerg – $L_1$ -Punkt
$\mathbf{r}, \mathbf{r}'$	Ortsvektor
$\mathbf{r}$	Abstandsvektor zum Weißen Zwerg
$R$	Abstand zum Weißen Zwerg
$R_1, R_2$	Radien der Sterne
$s$	spezifische Entropie
$s$	Sekunde
$t$	Zeit
$t_{\text{visk}}$	viskose Zeitskala
$t_{\text{drag}}$	Zeitskala der diamagnetischen Zugkraft
$T$	Temperatur
$T_c, T_2$	Zentraltemperatur, Temp. des Sekundärsterns
$T_{\alpha\beta}$	zäher Spannungstensor
$u$	typische turbulente Geschwindigkeit
$v_K$	Keplergeschwindigkeit
$v_R, v_\varphi$	Radial-, Azimutalgeschwindigkeit

$\mathbf{v}$	Geschwindigkeit
$\mathbf{v}_f, \mathbf{v}_{\text{blob}}, \mathbf{v}_\perp$	Geschwindigkeiten bei der diamagnetischen Zugkraft
$V$	Volumen
$V_{i\alpha\beta}$	SPH-Geschwindigkeitsdivergenz zweier Teilchen
$W$	Kernfunktion
$W_s, w_1, w_2$	Skalenbreiten des Akkretionsstroms
$x_1, x_2, x_3$	Komp. des Abstandvektors zum Weißen Zwerg $\mathbf{r}$
$\text{yr}$	Jahr
$\alpha$	Raumkoordinate
$\alpha$	linearer Koeffizient der künstlichen Viskosität
$\alpha$	Parameter der turbulenten Viskosität
$\alpha_{\text{cold}}, \alpha_{\text{hot}}$	Werte von $\alpha$ in Ruhe und im Ausbruch
$\beta$	Raumkoordinate
$\beta$	quadratischer Koeffizient der künstlichen Viskosität
$\gamma$	Index der Raumrichtung
$\gamma$	Polytropenindex (Adiabatexponent)
$\delta_{\alpha\beta}$	Kronecker-Symbol
$\Delta P$	Periodenexzess
$\epsilon$	(kleine) Konstante
$\varepsilon$	spezifische innere Energie
$\varepsilon$	Skalenparameter des Akkretionsstroms
$\zeta$	Koeffizient der Volumenviskosität
$\zeta_{\text{ad}}$	Adiabatenkoeffizient des Sekundärsterns
$\eta$	Koeffizient der Scherviskosität
$\theta_{\text{mag}}$	Winkel zw. Rotations- und Magnetachse des W. Z.
$\kappa$	Wärmeleitkoeffizient
$\kappa_R$	mittlere Rosseland-Opazität
$\kappa_{\text{Kr}}$	Kramers-Opazität
$\lambda$	typische Längenskala der Turbulenz
$\mu$	mittleres Molekulargewicht
$\mu_{ij}$	Geschwindigkeitsdifferenz zweier SPH-Teilchen
$\mu_{\text{mag}}$	magnetisches Moment des Weißen Zwergs
$\nu$	Koeffizient der kinematischen Viskosität
$\Pi_{\alpha\beta}, \Pi_{\alpha\beta}^{\text{zäh}}$	(zäher) Impulsstromtensor
$\varrho, \varrho_0$	Dichte
$\bar{\varrho}$	mittlere Dichte des Sekundärsterns
$\varrho_0$	Plasmadichte zwischen den Blobs
$\sigma$	Stefan-Boltzmann Konstante

$\sigma_{\alpha\beta}$	Schertensor
$\Sigma$	Flächendichte
$\tau$	optische Tiefe
$\varphi_{\text{mag}}$	Winkel zw. Magnetfeldachse u. Systemachse
$\Phi_R$	Roche-Potential
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit des Weißen Zwergs
$\Omega$	Winkelgeschwindigkeit des Binärsystems
$\Omega$	Raumwinkel
$\Omega_K$	Winkelgeschwindigkeit der Keplerbahn

## B.2 Verzeichnis der Konstanten

$R_{\odot} = 6.960 \times 10^8 \text{ m}$	Sonnenradius
$M_{\odot} = 1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$	Sonnenmasse
$G = 3.937 \times 10^{-7} R_{\odot}^3 M_{\odot}^{-1} \text{ s}^{-2}$ $= 6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	Gravitationskonstante
$k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	Boltzmann-Konstante
$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	Stefan-Boltzmann-Konstante
$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$	Lichtgeschwindigkeit
$m_H = 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$	Masse des Wasserstoffatoms

# Abbildungsverzeichnis

4.1	Schnitt durch das Roche-Potential, $q = 1:4$ . . . . .	30
4.2	Senkrechter Schnitt durch das Roche-Potential . . . . .	31
4.3	Die Bildung einer Akkretionsscheibe . . . . .	35
4.4	Die S-Kurve des Scheibeninstabilitätsmodells . . . . .	47
5.1	Lichtkurve von SS Cyg . . . . .	51
5.2	Lichtkurve von Z Cam . . . . .	52
5.3	Lichtkurve von VW Hyi . . . . .	54
5.4	Periodische Bahnen im Roche-Potential . . . . .	55
5.5	Nicht-magnetische CVs im $P_{\text{orb}}-M$ -Diagramm . . . . .	59
6.1	Die Bahnlichtkurve von Z Cha . . . . .	66
6.2	Röntgenabsorptionsdips . . . . .	68
6.3	Die simulierten Systeme . . . . .	72
6.4	Verschiedene Massenverhältnisse der Teilchen . . . . .	75
6.5	Künstliche Viskosität . . . . .	76
6.6	2D- vs. 3D-Simulationen . . . . .	78
6.7	DQ Her: Simulationen mit unterschiedlicher Massentransferrate	80
6.8	IP Peg: Simulationen mit unterschiedlicher Massentransferrate	81
6.9	IP Peg: Verteilung der Scheibenteilchen . . . . .	84
6.10	IP Peg: $x$ - $y$ -Verteilung der Stromteilchen . . . . .	85
6.11	IP Peg: $x$ - $z$ -Verteilung der Stromteilchen . . . . .	86
6.12	IP Peg: Scheibenüberstrom vom Weißen Zwerg aus gesehen .	87
6.13	U Gem: Verteilung der Scheibenteilchen . . . . .	89
6.14	U Gem: $x$ - $y$ -Verteilung der Stromteilchen . . . . .	90
6.15	U Gem: $x$ - $z$ -Verteilung der Stromteilchen . . . . .	91
6.16	U Gem: Scheibenüberstrom vom Weißen Zwerg aus gesehen .	92
6.17	IP Peg: Simulation mit dünnem Strom, $x$ - $y$ -Projektionen . .	94

6.18	IP Peg: Sim. m. dünnem Strom, $x$ - $z$ - und $y$ - $z$ -Projektionen . . . . .	95
6.19	IP Peg: Simulationen mit dünnem Strom, $\varphi$ - $\theta$ -Projektion . . . . .	96
6.20	IP Peg: Temperatur und Dissipation in der Scheibe . . . . .	99
6.21	IP Peg: Erhöhte Massentransferrate . . . . .	101
6.22	IP Peg: Erhöhte Massentransferrate . . . . .	103
6.23	IP Peg: Radiale Verteilung der Stromteilchen . . . . .	104
6.24	U Gem: Radiale Verteilung der Stromteilchen . . . . .	105
6.25	DQ Her: Radiale Verteilung, unterschiedliches $-\dot{M}_2$ . . . . .	106
6.26	IP Peg: Radiale Verteilung, unterschiedliches $-\dot{M}_2$ . . . . .	107
6.27	IP Peg: Radiale Verteilung nach erhöhtem $-\dot{M}_2$ . . . . .	108
6.28	Dopplertomogramm von OY Car . . . . .	112
7.1	Beobachtete Lichtkurve von AM CVn . . . . .	116
7.2	Beobachtete Lichtkurve von CR Boo . . . . .	117
7.3	Die Größe von AM CVn und CR Boo . . . . .	119
7.4	Wachstum der Scheibe von AM CVn . . . . .	121
7.5	Lichtkurve von AM CVn . . . . .	122
7.6	Fourierspektrum der Lichtkurve von AM CVn . . . . .	123
7.7	Superhumps in AM CVn: Verteilung der dissipierten Energie . . . . .	124
7.8	Superhumps in AM CVn: Dichteverteilung . . . . .	125
7.9	Lichtkurve von CR Boo . . . . .	126
7.10	Wachstum der Scheibe von CR Boo . . . . .	127
8.1	WZ Sge: Scheibenbildung mit und ohne Magnetfeld . . . . .	139
8.2	WZ Sge: Simulation mit $\mu_{\text{mag}} = 1 \times 10^{31} \text{ G cm}^3$ . . . . .	140
8.3	WZ Sge: Simulation mit $\mu_{\text{mag}} = 1 \times 10^{31} \text{ G cm}^3$ . . . . .	141
8.4	WZ Sge: Vertikale Oszillation der Scheibe . . . . .	142

# Literaturverzeichnis

- Armitage, P. J. & Livio, M., 1996, Accretion Disks in Interacting Binaries: Simulations of the Stream-Disk Impact, *ApJ*, **470**, 1024
- Armitage, P. J. & Livio, M., 1998, Hydrodynamics of the Stream-Disk Impact in Interacting Binaries, *ApJ*, **493**, 898
- Balbus, S. A. & Hawley, J. F., 1991, A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution, *ApJ*, **376**, 214–233
- Bath, G. T., 1973, *Nature Phys. Sci.*, **246**, 84
- Bateson, F. M., 1977, The light curve of a dwarf nova, VW Hydri, *New Zealand Journal of Science*, **20**, 73–122
- Cannizzo, J. K. & Mattei, J. A., 1992, On the long-term behavior of SS Cygni, *ApJ*, **401**, 642–653
- Cook, M. C. & Warner, B., 1984, High-speed photometry of Z Chamaeleontis in the quiescent state, *MNRAS*, **207**, 705–729
- Drell, S. D., Foley, H. M. & Ruderman, M. A., 1965, Drag and Propulsion of large Satellites in the Ionosphere: An Alfvén Propulsion Engine in Space, *J. Geophysical Research*, **70**, 3131
- Faulkner, J., Flannery, B. P. & Warner, B., 1972, Ultrashort-Period Binaries. II. HZ 29 (=AM CVn): a Double-White Semidetached Postcataclysmic Nova?, *ApJ*, **175**, L79
- Flebbe, O., 1994, Smoothed Particle Hydrodynamics: Modellierung von Superhump-Lichtkurven, Dissertation, Universität Tübingen
- Flebbe, O., Münzel, S., Herold, H., Riffert, H. & Ruder, H., 1994, Smoothed Particle Hydrodynamics: Physical viscosity and the simulation of accretion disks, *ApJ*, **431**, 754–760
- Frank, J., King, A. R. & Raine, D., 1992, *Accretion Power in Astrophysics*, 2. Aufl., Cambridge University Press, Cambridge
- Gingold, R. A. & Monaghan, J. J., 1977, Smoothed particle hydrodynamics –



- Theory and application to non-spherical stars, *MNRAS*, **181**, 375–389
- Gammie, C. F. & Menou, K., 1998, On the Origin of Episodic Accretion in Dwarf Novae, *ApJ*, **492**, L75
- Hameury, J.-M., Lasota, J.-P. & Huré, J.-M., 1997, A model for WZ Sge with ‘standard’ values of alpha, *MNRAS*, **287**, 937–940
- Harvey, D. A., Skillman, D. R., Kemp, J., Patterson, J., Vanmunster, T., Fried, R. E. & Retter, A., 1998, The Orbital Period of AM Canum Venaticorum, *ApJ*, **493**, L105
- Hellier, C., Garlick, M. A. & Mason, K. O., 1993, X-ray orbital modulations in intermediate polars, *MNRAS*, **260**, 299–306
- Hellier, C. & Robinson, E. L., 1994, PX Andromedae and the SW Sextantis phenomenon, *ApJ*, **431**, L107–L110
- Hessman, F. V., 1999, On the Occurrence of Stream Overflow in Cataclysmic Variables with Accretion Disks, *ApJ*, **510**, 867–873
- Hessman, F. V. & Hopp, U., 1990, The massive, nearly face-on cataclysmic variable GD 552, *A&A*, **228**, 387–398
- van den Heuvel, E. D. J., 1994, Topics in the Theory of Cataclysmic Variables and X-Ray Binaries. In: Shore, S. N., Livio, M. & van den Heuvel, E. D. J., *Interacting Binaries*, Springer-Verlag, Berlin
- Hirose, M. & Osaki, Y., 1990, Hydrodynamic simulations of accretion disks in cataclysmic variables - Superhump phenomenon in SU UMa stars, *PASJ*, **42**, 135–163
- Hirose, M. & Osaki, Y., 1993, Superhump periods in SU Ursae Majoris stars: Eigenfrequency of the eccentric mode of an accretion disk, *PASJ*, **45**, 595–604
- Hoffmeister, C., Richter, G. & Wenzel, W., 1985, *Variable Stars*, Springer-Verlag, Berlin
- Jackson, J. D., 1983, *Klassische Elektrodynamik*, 2. Aufl., de Gruyter, Berlin & New York
- Joergens, V., Spruit, H. C. & Rutten, R. G. M., 2000, Spirals and the size of the disk in EX Dra, *A&A*, **356**, L33–L36
- Kato, T., Nogami, D., Baba, H., Hanson, G. & Poyner, G., 2000, CR Boo: the ‘helium ER UMa star’ with a 46.3-d supercycle, *MNRAS*, **315**, 140–148
- King, A. R., 1988, The evolution of compact binaries, *QJRAS*, **29**, 1–25
- King, A. R., 1993a, The accretion of diamagnetic blobs by a rotating magnetosphere, *MNRAS*, **261**, 144–148
- King, A. R., 1993b, Recent Progress in Understanding Magnetic CV Evolution, in: Shafter, A. (Hrg.), *Interacting Binary Stars*, ASP Conf. Series 56, Astronomical Society of the Pacific, San Francisco
- Kroll, P., 1995, Dreidimensionale Simulationen zirkumstellarer Strukturen in Sym-

- biotischen Doppelsternen und Be-Sternen mit der Methode der Smoothed-Particle-Hydrodynamics, Dissertation, Universität Tübingen
- Kunze, S., 1996, Simulation von Superausbrüchen von SU-UMa-Sternen mit Smoothed Particle Hydrodynamics, Diplomarbeit, Universität Tübingen
- Kunze, S., Speith, R. & Riffert, H., 1997, Reproducing superhumps and gamma-shifts of SU UMa stars with SPH simulations, *MNRAS*, **289**, 889–897
- Landau, L. D., Lifschitz, E. M., 1991, Lehrbuch der Theoretischen Physik, Band VI Hydrodynamik, Akademie Verlag, Berlin
- Lasota, J.-P., Hameury, J.-M. & Huré, J.-M., 1995, Dwarf novae at low mass transfer rates, *A&A*, **302**, L29
- Lasota, J., Kuulkers, E. & Charles, P., 1999, WZ Sagittae as a DQ Herculis star, *MNRAS*, **305**, 473–480
- Levermore, C. D. & Pomraning, G. C., 1981, A flux-limited diffusion theory, *ApJ*, **248**, 321–334
- Livio, M., Soker, N. & Dgani, R., 1986, On the stream-disk interaction in accreting compact objects, *ApJ*, **305**, 267–280
- Lubow, S. H., 1989, On the dynamics of mass transfer over an accretion disk, *ApJ*, **340**, 1064–1069
- Lubow, S. H., 1991, Simulations of tidally driven eccentric instabilities with application to superhumps, *ApJ*, **381**, 268–277
- Lubow, S. H. & Shu, F. H., 1975, Gas dynamics of semidetached binaries, *ApJ*, **198**, 383–405
- Lubow, S. H. & Shu, F. H., 1976, Gas dynamics of semidetached binaries. II – The vertical structure of the stream, *ApJ*, **207**, L53–L55
- Lucy, L. B., 1977, A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, *AJ*, **82**, 1013–1024
- Marsh, T. R. & Horne, K., 1988, Images of accretion discs. II – Doppler tomography, *MNRAS*, **235**, 269–286
- Meyer, F. & Meyer-Hofmeister, E., 1981, On the Elusive Cause of Cataclysmic Variable Outbursts, *A&A*, **104**, L10–L12
- Meyer, F. & Meyer-Hofmeister, E., 1984, Outbursts in dwarf novae accretion disks, *A&A*, **132**, 143–150
- Meyer, F. & Meyer-Hofmeister, E., 1994, Accretion disk evaporation by a coronal siphon flow, *A&A*, **288**, 175–182
- Meyer-Hofmeister, E., Meyer, F. & Liu, B. F., 1998, WZ Sagittae - an old dwarf nova, *A&A*, **339**, 507–517
- Monaghan, J. J. & Gingold, R. A., 1983, Shock Simulations by the Particle Method SPH, *J. Comp. Phys.*, **52**, 374
- Monaghan, J. J. & Lattanzio, J. C., 1985, A refined particle method for astrophy-

- sical problems, *A&A*, **149**, 135–143
- Murray, J. R., 1998, Simulations of superhumps and superoutbursts, *MNRAS*, **297**, 323–333
- Nelson, L. A., Rappaport, S. A. & Joss, P. C., 1986, The evolution of ultrashort period binary systems, *ApJ*, **304**, 231–240
- Neustroev, V. V., 1998, Structure of the accretion disk of the dwarf nova WZ Sagittae, *Astronomy Reports*, **42**, 748–756
- Osaki, Y., 1974, An accretion model for the outbursts of U Geminorum stars, *PASJ*, **26**, 429–436
- Osaki, Y., 1996, Dwarf-Nova Outbursts, *PASP*, **108**, 39–60
- Ostriker, J. P. & Hesser, J. E., 1968, Ultrashort-Period Stellar Oscillations. II. The Period and Light Curve of HZ 29, *ApJ*, **153**, L151
- Ott, F., 1995, Smoothed Particle Hydrodynamics: Grundlagen und Tests eines speziellen Ansatzes für viskose Wechselwirkungen, Diplomarbeit, Universität Tübingen
- Patterson, J., McGraw, J. T., Coleman, L. & Africano, J. L., 1981, A photometric study of the dwarf nova WZ Sagittae in outburst, *ApJ*, **248**, 1067–1075
- Patterson, J., Halpern, J. & Shambrook, A., 1993, Evidence for Accretion Disk Precession in the Cataclysmic Binary AM Canum Venaticorum, *ApJ*, **419**, 803
- Savonije, G. J., de Kool, M. & van den Heuvel, E. P. J., 1986, The minimum orbital period for ultra-compact binaries with helium burning secondaries, *A&A*, **155**, 51–57
- Schnetter, E., 1998, Untersuchungen zur Implementierung von Strahlungstransport im SPH-Formalismus, Diplomarbeit, Universität Tübingen
- Schreiber, M. R. & Hessman, F. V., 1998, Stream overflow and dwarf nova eruptions, *MNRAS*, **301**, 626–630
- Shafter, A. W., Hessman, F. V. & Zhang, E.-H., 1988, Photometric and spectroscopic observations of the eclipsing nova-like variable PG 1030 + 590 (DW Ursae Majoris), *ApJ*, **327**, 248–264
- Shakura, N. I. & Sunyaev, R. A., 1973, Black holes in binary systems. Observational appearance., *A&A*, **24**, 337–355
- Siegler, S., 1997, Modellierung des Hot Spot bei Kataklysmischen Variablen mittels Smoothed Particle Hydrodynamics, Diplomarbeit, Universität Tübingen
- Skidmore, W., Mason, E., Howell, S. B., Ciardi, D. R., Littlefair, S. & Dhillon, V. S., 2000, Investigating the structure of the accretion disk in WZ Sge from multi-wave-band time-resolved spectroscopic observations, erscheint in *MNRAS*
- Smak, J., 1984, Accretion in cataclysmic binaries. IV – Accretion disks in dwarf novae, *Acta Astronomica*, **34**, 161–189
- Smak, J., 1993, WZ Sge as a dwarf nova, *Acta Astronomica*, **43**, 101–119

- Smak, J., 1996, Dwarf nova outbursts and superoutbursts, in: Evans, A. & Wood, J. H. (Hrg.), Cataclysmic Variables and Related Objects, IAU Colloq. **158**, 45
- Solheim, J. E., Robinson, E. L., Nather, R. E. & Kepler, S. O., 1984, The 1051 S period of the interacting binary white dwarf AM CVn, A&A, **135**, 1–11
- Solheim, J.-E. et al., 1991, in: Vauclair, G., Sion, E. (Hrg.), White Dwarfs, Kluiver, Dordrecht, 449
- Speith, R., 1998, Untersuchung von Smoothed Particle Hydrodynamics anhand astrophysikalischer Beispiele, Dissertation, Universität Tübingen
- Steeghs, D., Harlaftis, E. T. & Horne, K., 1997, Spiral structure in the accretion disc of the binary IP Pegasi, MNRAS, **290**, L28–L32
- Tsugawa, M. & Osaki, Y., 1997, Disk Instability Model for the AM Canum Venaticorum Stars, PASJ, **49**, 75–84
- Warner, B., 1972, Observations of rapid blue variables. X. G 61-29., MNRAS, **159**, 315–319
- Warner, B., 1995a, Cataclysmic variable stars, Cambridge Astrophysics Series, Cambridge University Press, Cambridge, New York
- Warner, B., 1995b, The AM Canum Venaticorum Stars, Ap&SS, **225**, 249–270
- Warner, B. & Robinson, E. L., 1972, Observations of rapid blue variables. IX. AM CVn (HZ 29), MNRAS, **159**, 101–111
- Wood, J., Horne, K., Berriman, G., Wade, R., O'Donoghue, D. & Warner, B., 1986, High-speed photometry of the dwarf nova Z Cha in quiescence, MNRAS, **219**, 629–655
- Wood, M. A., Winget, D. E., Nather, R. E., Hessman, F. V., Liebert, J., Kurtz, D. W., Wesemael, F. & Wegner, G., 1987, The exotic helium variable PG 1346 + 082, ApJ, **313**, 757–771
- Wynn, G. A. & King, A. R., 1995, Diamagnetic accretion in intermediate polars – I. Blob orbits and spin evolution, MNRAS, **275**, 9–21

Folgende Zeitschriften sind abgekürzt:

ARA&A	Annual Review of Astronomy and Astrophysics
A&A	Astronomy and Astrophysics
ApJ	Astrophysical Journal
Ap&SS	Astrophysics and Space Science
MNRAS	Monthly Notices of the Royal Astronomical Society
PASJ	Publications of the Astronomical Society of Japan
PASP	Publications of the Astronomical Society of the Pacific
QJRAS	Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society

## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die mir bei der Anfertigung der vorliegenden Dissertation behilflich waren.

Insbesondere gilt mein Dank meinem Betreuer Harald Riffert, der immer für alle Probleme und Fragen ansprechbar war und auch durch einen DFG-Antrag die finanzielle Seite meiner Dissertation absicherte.

Ich danke auch Rick Hessman von der Universitätsternwarte Göttingen für die Zusammenarbeit. Seine Ideen zur Interpretation von Beobachtungen waren der Ausgangspunkt für meine Simulationen des Scheibenüberstroms, durch deren Ergebnisse wiederum seine Interpretationen gestützt werden.

Weiterhin danke ich Roland Speith, Ute Kraus und Erik Schnetter für anregende Diskussionen, Unterstützung und Hilfe.

Herr Prof. Ruder hat es mir in der Anfangsphase der Dissertation durch eine Projektstelle und später durch eine Anstellung im SFB 382 ermöglicht, ohne finanzielle Sorgen meinen Forschungen nachzugehen. Inhaltlich ließ er mir dabei recht freie Hand, soweit etwas dabei herauskam. Er hat mich immer unterstützt, ich danke ihm hiermit herzlich für alles.

Schließlich gilt mein Dank auch meiner Familie, die mich auch immer in meinen Plänen unterstützt hat.

# Lebenslauf

Stefan Kunze

Geboren am 02. Januar 1969 in Backnang

## Schulen

1975 – 1979 Möricke-Grundschule, Backnang  
1979 – 1988 Gymnasium in der Taus, Backnang,  
Mai 1988 Abitur

## Studium

Okt. 1988 – Juni 1996 Studium der Physik an der Universität Tübingen,  
Jan. 1991 Diplom-Vorprüfung an der Universität Tübingen,  
Sep. 1992 – Juni 1993 Auslandsjahr an der University of Toronto  
Sep. 1996 – Aug. 2000 Anfertigung der vorliegenden Dissertation  
am Institut für Astronomie und Astrophysik  
der Eberhard-Karls-Universität Tübingen  
Betreuer H. Ruder

## Tätigkeiten

Okt. 1991 – Juli 1992,  
Okt. 1993 – Juli 1994,  
Okt. 1995 – Juli 1996 wiss. Hilfskraft an der Universität Tübingen  
Sep. 1996 – März 1999 Beschäftigt bei B-Win Projekt „VR-basiertes,  
verteiltes Simulationslabor Baden-Württemberg“  
April 1999 – März 2000 wissenschaftlicher Angestellter an der Universität  
Tübingen, DFG-Normalverfahren  
seit April 2000 wissenschaftlicher Angestellter an der Universität  
Tübingen, SFB 382

## Akademische Lehrer

*In Tübingen:* M. Baumann, A. Fäßler, H. Fischer, K.-H. Gaukler, F. Gönnerwein,  
W.-D. Hartmann, E. Haug, H. Herold, R. Hübener, H. Klaeren, U. Kraus, H.  
Lichte, E. Lindner, H. Mauder, H. Müther, H. Pfister, H. Reinhardt, H. Riffert,  
H. Ruder, A. Schwenk, R. Staubert, G. Staudt, G. J. Wagner, K. Werner, H.-J.  
Wittern

*In Toronto:* L. Kofman, S. J. Lilly, J. W. Moffat, J. E. Sipe, D. C. Tatarsky

## Sonstiges

Am 27. Juli 1999 wurde mein Sohn Nils Arthur Hartmann geboren.