

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
der Eberhard-Karls-Universität Tübingen

**Die individuelle Vorteilhaftigkeit der
privaten Rentenversicherung -
Steuervorteile, Lebenserwartung
und Stornorisiken**

Michael Thaut

Tübinger Diskussionsbeitrag Nr. 264
Juli 2003

Wirtschaftswissenschaftliches Seminar
Mohlstraße 36, D-72074 Tübingen

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Private Rentenversicherung	1
1.3	Ziel und Verlauf der Untersuchung	2
2	Private Rentenversicherung:	3
2.1	Sicherheit (bezüglich des Erreichens der Rentenphase)	4
2.2	Unsicherheit (bezüglich des Erreichens der Rentenphase)	6
2.2.1	Rückkauf des Versicherungsvertrages:	6
2.2.2	Beitragsfreistellung des Versicherungsvertrages:	9
2.2.3	Tod des Versicherungsnehmers während der Ansparphase:	9
3	Besteuerung der privaten Rentenversicherung	10
3.1	Sicherheit (bezüglich des Erreichens der Rentenphase)	10
3.2	Unsicherheit (bezüglich des Erreichens der Rentenphase)	11
3.2.1	Rückkauf des Versicherungsvertrages:	11
3.2.2	Beitragsfreistellung des Versicherungsvertrages:	13
3.2.3	Tod des Versicherungsnehmers während der Ansparphase	14
4	Alternativanlage und Kalkül zur Vorteilhaftigkeitsmessung	15
5	Empirische Modelldaten der privaten Rentenversicherung	16
5.1	Ermittlung der aktuellen, empirischen Kostenquote ρ der Bruttoprämie	16
5.2	Renditen auf Brutto- und Nettobasis	17
6	Kapitalwert nach Steuern unter Sicherheit	18
6.1	Endwert der Prämien bei Investierung in eine festverzinsliche Anlage	18
6.2	Ausübung des Kapitalwahlrechts	18
6.3	Verrentung des Deckungskapitals auf Lebenszeit	21
6.3.1	Realisierter Kapitalwert in Abhängigkeit vom Zeitpunkt des Versterbens in der Rentenphase (ex-post)	21
6.3.2	Kapitalwert bei Verrentung des Deckungskapitals auf Lebenszeit (ex-ante)	23
7	Erwarteter Kapitalwert unter Unsicherheit	28
7.1	Durchhalten bis zur Rentenphase	28
7.2	Rückkauf des Versicherungsvertrages	28
7.3	Beitragsfreistellung des Versicherungsvertrages	31
7.4	Erwarteter Kapitalwert bei Tod des Versicherungsnehmers in der Ansparphase	33
7.5	Erwarteter Kapitalwert nach Steuern der privaten Rentenversicherung	36
7.5.1	Unsicherheit ohne Stornierungsfall (Unsicherheit I)	36
7.5.2	Unsicherheit mit Stornierungsfall (Unsicherheit II)	37
8	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	40
	Anhang	42
	Anhang 1: Ausgewählte Herleitungen von Formeln	42
	Anhang 2: Eingeholte Angebote von privaten Rentenversicherungen	44
	Anhang 3: Rückkaufswerte der privaten Rentenversicherung	45
	Anhang 4: Stornowahrscheinlichkeiten für private Rentenversicherungen	46
	Anhang 5: Ausgewählte Beispielrechnungen	49
	Literaturverzeichnis	50

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Aufgrund der Erkenntnis über die demographische Entwicklung hin zu einer immer älter werdenden Gesellschaft und deren Folgen auf die Höhe der gesetzlichen Rente, rückt eine private Altersvorsorge für die Bevölkerung Deutschlands immer mehr in den Mittelpunkt des Interesses. Lebens- und Rentenversicherungsprodukte eignen sich besonders zur Schließung der individuellen Versorgungslücke im Alter.

Während die Vorteilhaftigkeit von Kapitallebensversicherungen in der deutschen Literatur bereits weitgehend unter z. T. heftigen Auseinandersetzungen¹ analysiert wurde, finden sich keine entsprechenden Untersuchungen für private Rentenversicherungen.

In der englischsprachigen Literatur wurde die Notwendigkeit einer Analyse für private Rentenversicherungen bereits von Warshawsky (1988) erkannt, wobei er wie auch viele andere Autoren² neben einer Analyse auf Basis von Erwartungswerten eine Nutzenanalyse der auf Lebenszeit garantierten Rentenzahlung in den Mittelpunkt seiner Untersuchung stellt.

In folgendem Beitrag wird die Vorteilhaftigkeit einer privaten Rentenversicherung unter streng anlegerorientierten Gesichtspunkten ermittelt, welche unter Zugrundelegung eines risikoneutralen Investors auf Basis von Erwartungswerten geführt wird.

Von besonderem Interesse ist die Implementierung der Steuern in das jeweilige Kalkül und ihre Wirkung auf die Vorteilhaftigkeit der Alternativen. Um eine möglichst realitätsnahe Untersuchung des Modells gewährleisten zu können, werden Angebote von privaten Rentenversicherungen analysiert und die unsichere zukünftige Entwicklung des Lebensverlaufes des Versicherten berücksichtigt.

1.2 Private Rentenversicherung

Eine private Rentenversicherung ist ein Vertrag zwischen einem Versicherungsunternehmen und einer versicherten Person, der dem Versicherten gegen Prämienzahlung lebenslang eine periodische Rente garantiert. Aus ökonomischer Sicht besteht die private Rentenversicherung aus einer Risikoversicherung und einem An- und Entsparvertrag³.

In der Ansparphase AP bezahlt der Versicherungsnehmer ein Vorsorgekapital ein, das entweder ratierlich über mehrere Jahre aufgebaut (aufgeschobene Leibrente) oder durch eine Einmalzahlung (sofort beginnende Leibrentenversicherung) an die Versicherungsgesellschaft erbracht wird. Diese verpflichtet sich im Gegenzug, dem Versicherten für die erhaltenen Prämien eine lebenslange Rente in der Rentenphase RP zu leisten. Die Höhe der Rente richtet sich nach dem verzinslich angesammelten Sparanteil der Prämie während der Beitragsphase und den sogenannten Risikofaktoren wie Alter und Geschlecht⁴, welche Rückschlüsse auf die Sterbewahrscheinlichkeiten des Versicherungsnehmers zulassen. Die Erträge einer privaten Rentenversicherung sind bei deutschen Versicherungsgesellschaften nach dem durch das Bundesaufsichtsamt für Finanzen aktuell geltenden Satz auf 3,25% des angesparten Deckungskapitals garantiert^{5,6}. Zusätzlich wird dem Versicherungsnehmer eine

¹ Vgl. Adams (1997/1999) und Albrecht/Maurer/Schradin (1998).

² Vgl. Mitchell et al. (1999), Mitchell/Carthy (2002) etc.

³ Vgl. Stark (1997), S. 685 und Farny (2000), S. 53 ff.

⁴ Vgl. Maurer/Schradin (1998), S. 8.

⁵ Vgl. § 2 DeckRV.

⁶ Für Neuverträge im Jahr 2004 ist eine Senkung des Garantiezinssatzes auf 2,75% geplant.

Überschussbeteiligung in Aussicht gestellt, deren Höhe unsicher und i. d. R. von der Entwicklung an den Kapitalmärkten abhängig ist.

Private Rentenversicherungen sind mit zahlreichen Optionsrechten wie bspw. Kapitalwahlrecht, Rentengarantiezeit, Teilauszahlungen etc. für den Versicherungsnehmer ausgestattet⁷. Im Fall einer vereinbarten Rentengarantiezeit wird bei Tod des Versicherten nach Eintritt in die Rentenphase die Rente an eine vom Versicherten begünstigte Person bis zum Ende der Rentengarantiezeit weitergezahlt. Sollte allerdings auf eine Rentengarantiezeit verzichtet werden, so wird der Versicherer von sämtlichen Verpflichtungen frei, sobald der Versicherte während der Rentenbezugsphase stirbt. Bei einer privaten Rentenversicherung mit Kapitalwahlrecht hat der Versicherungsnehmer die Möglichkeit, innerhalb einer bestimmten Frist vor dem vertraglich vereinbarten Rentenbeginn die Rentenzahlung in eine einmalige Kapitalabfindung umwandeln zu lassen.

Lässt man sich ein Angebot über eine private Rentenversicherung zukommen, so wird der Fokus auf die Rendite der Versicherung gelegt. Steuerliche Vorteile dieser werden häufig mit einem kurzen Hinweis abgetan, obwohl sie, wie sich im Verlauf dieser Untersuchung herausstellen wird, eine erhebliche Rolle für die Bewertung dieses Produkts spielen.

Neben steuerlichen Vorteilen weist die private Rentenversicherung allerdings auch Nachteile auf. Der Erwerb einer privaten Rentenversicherung von einer Versicherungsgesellschaft ist mit signifikanten Kosten bspw. in Form von Abschluss- und Verwaltungskosten verbunden. Diese Kosten werden von der Versicherungsgesellschaft vom Bruttoprämienbetrag abgezogen, weshalb der Versicherungsnehmer nur einen Anspruch auf die Höhe der Rentenzahlung in der Rentenphase besitzt, die sich aus dem nach Abzug der Kosten übrig gebliebenen Sparanteil ergibt.

Sollte der Versicherte gezwungen sein, den Vertrag vor Ende der vereinbarten Ansparphase zu stornieren, so behält die Versicherungsgesellschaft die ausstehenden Kosten ein, die bei vertragsmäßigem Verlauf von den noch zu leistenden Prämien abgezogen werden würden. Dies kann je nach Anspardauer und Stornierungszeitpunkt zu erheblichen Nachteilen für den Versicherten führen.

Neben den finanzwirtschaftlichen Aspekten der privaten Rentenversicherung, die bisher beleuchtet wurden, stiftet dieses Produkt, wie jede andere Versicherung auch, einen zusätzlichen Nutzen: die private Rentenversicherung bietet während der Rentenbezugsphase einen besonderen Schutz, indem sie das „Langlebkeitsrisiko“⁸ absichert. Unter dem Langlebkeitsrisiko wird das Risiko verstanden, dass Personen ihre gesamten Ersparnisse vor ihrem Tod aufbrauchen, weil sie ihre Lebenserwartung unterschätzt haben^{9,10}. Die Unsicherheit über die eigene exakte Lebenserwartung und deren Implikationen auf die relative Konsumhöhe im Laufe der Zeit veranlasst Individuen, dieses Risiko durch Abschluss einer privaten Rentenversicherung auf das Versicherungsunternehmen zu übertragen.

1.3 Ziel und Verlauf der Untersuchung

Das Versicherungsprodukt der Leibrente besitzt aus Sicht des Investors Investitionscharakter. Für Prämienzahlungen in der Ansparphase erhält er lebenslang Rentenzahlungen in der

⁷ Eine Übersicht über das Leistungsspektrum von Lebensversicherungsprodukten enthält DAV-Mitteilung Nr. 10, Anlage 7.

⁸ Vgl. Albrecht/Göbel (2000), S. 2.

⁹ Vgl. Mitchell/Carthy (2002), p. 2. Sie gehen davon aus, dass ein rational handelnder Investor sein erspartes Vermögen entsprechend des Lebenszyklusmodells von Modigliani (1986) bis zum Ende seiner geschätzten Lebenszeit aufbraucht.

¹⁰ Albrecht/Göbel (2000) berechnen Wahrscheinlichkeiten für einen Vermögensverzehr zu Lebzeiten. Sie vergleichen dabei die Leibrente mit einem Entnahmeplan, der auf einer Investierung in Aktien- und Rentenfonds basiert. Hierfür legen sie „normale“ Kapitalmarktverhältnisse zugrunde, die sie für die Jahre von 1980-1997 postulieren.

Rentenphase. Somit konkurriert die Leibrente mit anderen, ihm zugänglichen Investitionsmöglichkeiten, weshalb ein rational handelnder Investor das Produkt der Rentenversicherung vor einem Vertragsabschluss, unter Beachtung der steuerlich relevanten Gesichtspunkte, auf seine Vorteilhaftigkeit gegenüber Alternativen prüft. In diesem Beitrag wird die private Rentenversicherung unter finanzwirtschaftlichen Gesichtspunkten beleuchtet¹¹ und eine streng anlegerorientierte Bewertung der privaten Rentenversicherung vorgenommen.

In der Finanzwirtschaft hat sich, um die Vorteilhaftigkeit einer Alternative beurteilen zu können, das Kalkül des Kapitalwerts herauskristallisiert¹², welches sich auf die festverzinsliche Anlage stützt. Der Vergleich mit der festverzinslichen Anlage wird als „Eichstrich“ verstanden, welcher die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung unter den vorgegeben Parametern misst. Dieser Kapitalwert ist maßgebend für das gegenüber der festverzinslichen Anlage zusätzlich mögliche absolute Konsumniveau des Anlegers, wobei er gleichzeitig die potentielle Höhe der zusätzlichen Vererbungsmasse widerspiegelt, falls der Anleger aufgrund eines Vererbungsmotivs auf einen Teil seiner Konsummöglichkeiten verzichtet.

Ausgangspunkt dieses Beitrags ist die Darstellung der periodischen Zahlungen in der Akkumulations- und der Rentenphase aus Sicht des Versicherungsnehmers unter Berücksichtigung von Steuern und Transaktionskosten. Um mehr Transparenz in das Produkt der privaten Rentenversicherung zu bekommen, werden zunächst alle möglicherweise eintretenden Ereignisse auf Basis des Kapitalwertkriteriums untersucht und getrennt ausgewiesen, um sie anschließend zu einer einzigen Kennzahl zur Vorteilhaftigkeitsmessung, dem erwarteten Kapitalwert nach Steuern, zu bündeln, welcher unter Verwendung versicherungsmathematischer Konzepte ermittelt wird¹³.

Von besonderem Interesse ist die Implementierung der Steuern in das jeweilige Kalkül und ihre Wirkung auf die Vorteilhaftigkeit der Alternativen.

Um die Theorie mit der Praxis zu untermauern, werden am Versicherungsmarkt angebotene private Rentenversicherungen mit ihren Preisen vorgestellt. Aus der statistischen Analyse dieser empirischen Daten wird ein Anhaltspunkt über die Spannweite der zu untersuchenden Variablen des theoretischen Modells gewonnen.

2 Private Rentenversicherung:

Für die folgende Untersuchung wird angenommen, dass die Versicherungsgesellschaft und der private Investor durch Investition in eine festverzinsliche Anlage eine zeitlich konstante Rendite in Höhe des als deterministisch angenommenen Kapitalmarktzins r erwirtschaften:

$$(2.1) \quad r(t) = r = \text{konstant}$$

Im Rahmen des An- und Verkaufs der festverzinslichen Anlage fallen Kosten in Höhe von $\chi \geq 0$ ¹⁴ an, die als Bruchteil der periodischen Rendite gemessen werden.

¹¹ Von anderen nicht finanzwirtschaftlichen Kriterien, die ebenfalls für eine Bewertung der privaten Rentenversicherung in Frage kommen, wird abgesehen.

¹² Die Kennzahl der internen Rendite oder auch die speziell für Lebensversicherungsprodukte entwickelte Kennzahl der biometrischen Rendite, die in vielen Aufsätzen als Vorteilhaftigkeitsmaß verwendet wird, können aufgrund ihrer einperiodigen Dimensionierung die Vorteilhaftigkeit von langfristigen Investitionen nicht adäquat darstellen (vgl. Niemann/Kiesewetter (2002), Gründl/Stehle/Waldow (2001)).

¹³ Um Möglichkeiten zur Reduktion von Formelnotationen ausschöpfen zu können, wird die Summendarstellung in der Modellierung verwendet.

¹⁴ Diese Transaktionskosten können bspw. in Kosten für Depot- oder Fondsverwaltung bestehen.

Die Verzinsung aus der festverzinslichen Anlage stellt nach dem EStG Einkünfte aus Kapitalvermögen nach § 20 I Nr.7 EStG dar. Unter der Annahme eines bereits ausgeschöpften Sparerfreibetrags nach § 20 IV EStG ergibt sich die Nettoverzinsung nach Transaktionskosten und Steuern in Abhängigkeit vom persönlichen Grenzsteuersatz s des Versicherten gemäß:

$$(2.2) \quad (1 - \chi)(1 + r(1 - s))$$

Damit die unverzinsliche, aber transaktionskostenfreie Kassenhaltung nicht die optimale Alternativenanlage ist, muss gelten:

$$(2.3) \quad \chi < \frac{r(1 - s)}{1 + r(1 - s)}$$

Für die Annahme eines für Versicherungsgesellschaften und den privaten Investor identischen Zinssatzes ist folgender Grund anzuführen:

Ziel dieses Beitrages ist es, die ökonomischen Wirkungen der unterschiedlichen Besteuerung auf die Vorteilhaftigkeit der verschiedenen Alternativen herauszuarbeiten und sie einer Analyse zu unterziehen; der Anlageerfolg der Versicherungsgesellschaft gegenüber dem des privaten Investors ist somit zweitrangig und ist mehr noch für eine solche Analyse hinderlich. Durch die Annahme eines Kapitalmarktzinses r entsprechen die Renditen der Investitionen den Kosten des Verschuldens, weshalb auf die Aufstellung eines Finanzplans, der bei einer Existenz von Soll- und Habenzinsen erforderlich wäre, verzichtet werden kann. Statt dessen kann durch die Annahme eines einheitlich geltenden Zinssatzes das finanzwirtschaftlich gängige Kalkül des Kapitalwerts für die Vorteilhaftigkeitsberechnung verwendet werden.

Um dieses ermitteln zu können, werden zunächst die Zahlungsströme unter Voraussetzung von Sicherheit dargestellt, wobei sich Sicherheit auf das Erreichen der Rentenphase durch den Versicherungsnehmer bezieht. Anschließend wird die Unsicherheit des Lebensverlaufes des Versicherten während der Ansparphase beleuchtet.

2.1 Sicherheit (bezüglich des Erreichens der Rentenphase)

Während der Akkumulationsphase erhält die Versicherungsgesellschaft vom Investor Prämienzahlungen $P(t)$ und verlangt von ihm die ihr entstehenden Kosten $\rho(t)$, welche sie durch Abzug vom Bruttoprämienbetrag geltend macht. Unter der Annahme zeitlicher Konstanz hinsichtlich der Prämienzahlungen und der anfallenden Kosten beläuft sich der Nettoprämienbetrag (Sparanteil) vor Steuern in der Akkumulationsphase wie folgt:

$$(2.4) \quad P(t)(1 - \rho(t)) = P(1 - \rho)$$

Falls der Versicherungsnehmer das Ende der Ansparphase erreicht (Durchhaltefall¹⁵), zahlt die Versicherungsgesellschaft dem Versicherungsnehmer eine Rente in konstanter Höhe von A zu jedem Zeitpunkt t in der Rentenphase aus, solange bis dieser verstirbt.

$$(2.5) \quad A(t) = A$$

Die Versicherungsgesellschaft VG finanziert die Rentenhöhe A aus dem dazugehörigen Deckungskapital DK am Ende der Ansparphase a unter Beachtung der Überlebenswahrscheinlichkeiten p_x der von ihr versicherten Personen. Das Deckungskapital besteht aus den verzinslich angesammelten Sparanteilen der Prämien und beläuft sich am Ende der Ansparphase a auf:

¹⁵ Dieser Begriff stammt von Gründl/Stehle/Waldow(2001). In anderen Aufsätzen wird vom Erlebensfall gesprochen (vgl. u.a. Albrecht (2001)).

$$(2.6) \quad DK_a = \sum_{t=0}^a (1-\rho)P(1+r)^{a-t} = (1-\rho)P \frac{((1+r)^a - 1)(1+r)}{r}$$

Der erwartete Barwert EA_a der lebenslang von der Versicherungsgesellschaft für einen, bei Vertragsabschluss x-jährigen Versicherungsnehmer zu leistenden Rente ist die Summe aller auf den Zeitpunkt a diskontierten, mit deren Eintrittswahrscheinlichkeiten gewichteten Rentenzahlungen¹⁶:

$$(2.7) \quad EA_a = A \sum_{t=a}^{T-1} \frac{{}_x p_{x+t} P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}}$$

mit ${}_t p_x :=$ Wahrscheinlichkeit, dass eine x-jährige Person die folgenden t-Jahre überlebt¹⁷. Die t-periodische Überlebenswahrscheinlichkeit setzt sich dabei multiplikativ aus den einperiodischen Überlebenswahrscheinlichkeiten ${}_t p_x = p_x p_{x+1} \dots p_{x+t-1}$ zusammen, wobei ${}_x p_x = 1$ ist. Da die Verrentung des Deckungskapitals in der Planung der Kosten des Versicherungsgebers bei Abschluss des Vertrages voll berücksichtigt wurde, fallen für den Versicherungsnehmer in der Rentenphase keine von der Versicherungsgesellschaft zu übernehmenden Kosten an.

Nach dem Äquivalenzprinzip¹⁸ müssen sich zum Zeitpunkt a Endwert der bezahlten Prämien und Barwert der zu erwartenden Rentenzahlungen entsprechen, woraus sich die zum Deckungskapital entsprechende Rente wie folgt ergibt:

$$(2.8) \quad DK_a = EA_a \Rightarrow$$

$$(2.9) \quad A = \frac{P(1-\rho) \left(\frac{((1+r)^a - 1)(1+r)}{r} \right)}{\sum_{t=a}^{T-1} \frac{{}_x p_{x+t} P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}}}$$

Für folgende Rahmenbedingungen erhält der Versicherungsnehmer eine Rente pro Prämieeinheit in Höhe von:

Tabelle 2.1: Rentenhöhe pro Prämieeinheit für fixierte Vertragsverhältnisse in Abhängigkeit vom Zinssatz r

r,x;x+a	45;60	40;60	30;60
3,25%	1,00	1,43	2,52
5%	1,40	2,12	4,18
7%	2,00	3,23	7,35

¹⁶ Während der Rentenzahlungsdauer wird angenommen, dass der Versicherte weiterhin an der Überschussbeteiligung partizipiert (sog. Überschussbeteiligte Renten).

¹⁷ Die Höhe der Sterbewahrscheinlichkeiten wird pauschal nach dem Geburtsjahrgang und dem Geschlecht des Versicherungsnehmers festgelegt. Ausbildung und ggf. die Rasse des Versicherten werden nicht berücksichtigt, obwohl sie einen signifikanten Einfluss auf die Höhe der Sterbewahrscheinlichkeiten nehmen (vgl. Brown (2002), S. 10).

¹⁸ Vgl. Famy (2000), S. 67 f.

2.2 Unsicherheit (bezüglich des Erreichens der Rentenphase)

Bisher wurde lediglich der Sicherheitsfall beleuchtet. Allerdings muss auch die Unsicherheit des Lebensverlaufes des Versicherungsnehmers in der Ansparphase berücksichtigt werden, die die Ereignisse Tod (Todesfall) und ein vorzeitiges Aussteigen aus dem Vertrag (Stornierungsfall) des Versicherungsnehmers beinhaltet. Der Stornierungsfall umfasst die Möglichkeiten des Rückkaufs und der Beitragsfreistellung des Versicherungsvertrages, deren Modellierung aus zweierlei Gründen erforderlich ist. Zum einen ist eine vorzeitige Stornierung mit Kosten verbunden, die in Abhängigkeit von Anspardauer und Stornierungszeitpunkt erheblich sein können. Zum anderen ist die steuerliche Handhabung für ihre Modellierung verantwortlich. Sollte nämlich innerhalb einer steuerschädlichen Frist die Stornierung vorgenommen werden, so müssen rechnungs- und außerrechnungsmäßige Zinsen nachversteuert werden. Die Höhe der Nachversteuerung richtet sich dabei nach dem Wert bei Stornierung.

Um einen Eindruck zu gewinnen, welche Bedeutung der Stornierung im Rahmen der privaten Rentenversicherung zukommt, wird die, auf Basis der von der Deutschen Aktuarvereinigung (DAV) ermittelten empirischen Stornowahrscheinlichkeiten abgeleitete Anzahl an Verträgen vorgestellt, die, abhängig von der Laufzeit des Vertrages, die Rentenphase erreichen.

Tabelle 2.2: Anzahl der Verträge in Abhängigkeit von der Laufzeit, die die Rentenphase erreichen (für eine Gesamtzahl von 100 Verträgen)¹⁹

a	15	20	30
Anz RP	54,90	40,02	20,10

Wie aus Tabelle 2.2 zu entnehmen ist, erreichen rund 60% aller Versicherten bei einer Laufzeit von 20 Jahren die Rentenphase aufgrund einer vorzeitigen Stornierung nicht. Bei zunehmender Vertragslaufzeit erhöht sich die Zahl der stornierten Verträge.

Die langfristigen Erfüllungsverpflichtungen des Versicherungsvertrages und die daraus resultierende Inflexibilität des Versicherungsnehmers stellt somit ein ernsthaftes Problem der privaten Rentenversicherung dar.

Die Einbeziehung des Stornierungsfalles ist für eine Analyse der Vorteilhaftigkeit einer privaten Rentenversicherung somit unumgänglich.

2.2.1 Rückkauf des Versicherungsvertrages:

Aufgrund persönlicher Umstände kann der Versicherungsnehmer gezwungen sein, das angesparte Vermögen vorzeitig zu liquidieren. Die Deckung des Liquiditätsbedarfs durch Fremdfinanzierung wird ausgeschlossen. Bei Kündigung des Vertrags²⁰ steht dem Versicherungsnehmer der Rückkaufwert $RK_{t_{RK}}|_{TF}$ einschließlich Überschussbeteiligung zu, höchstens jedoch die für den Todesfall versicherte Kapitalleistung.

Der Rückkaufswert zum Zeitpunkt t_{RK} der privaten Rentenversicherung ergibt sich aus dem Deckungskapital abzüglich der Stornokosten $KRK_{t_{RK}}|_{TF}$ unter Berücksichtigung der Todesfallleistung zum Abbruchzeitpunkt t_{RK} .

$$(2.10) \quad RK_{t_{RK}}|_{TF} = DK_{t_{RK}} - KRK_{t_{RK}}|_{TF}$$

¹⁹ Zunächst beitragsfrei gestellte und später rückgekaufte Versicherungsverträge sind bei letzteren hinzugerechnet.

²⁰ Es wird angenommen, dass der Rückkauf stets am Ende eines Versicherungsjahres vorgenommen wird.

Die Stornokosten ergeben sich aus Stornoquote $\psi_{x,a}$ und „riskiertem Kapital“^{21,22}.

$$(2.11) \quad \begin{aligned} KKK_{t_{RK}} &= \psi_{x,a} \left[(1-\rho)P \frac{((1+r_{gar})^a - 1)(1+r_{gar})}{r_{gar}} - (1-\rho)P \frac{((1+r)^{t_{RK}} - 1)(1+r)}{r} \right] \\ &= \psi_{x,a} (1-\rho)P \left[\frac{((1+r_{gar})^a - 1)(1+r_{gar})}{r_{gar}} - \frac{((1+r)^{t_{RK}} - 1)(1+r)}{r} \right] \end{aligned}$$

Die DAV hat für den Fall des Rückkaufs die in Tabelle 2.3 angegebenen Abzugsquoten in Promille des riskierten Kapitals ermittelt. Diese Stornoquoten werden als repräsentativ eingestuft und es wird angenommen, dass die Versicherungsgesellschaften diese exakt verwenden²³. In Abhängigkeit vom Alter x des Versicherungsnehmers bei Vertragsabschluss und der Laufzeit a des Vertrages sind die Abzugsquoten in Promille des riskierten Kapitals:

Tabelle 2.3: Stornoquoten bei Stornierung in Promille des riskierten Kapitals in Abhängigkeit vom Alter des Versicherten bei Vertragsabschluss und der Laufzeit des Vertrages

x ; a	15	20	25	30
30	17,9	16,4	15,6	14,4
35	17,9	16,4	15,6	
40	17,9	16,4		
45	17,9			

Quelle : DAV-Mitteilungen Nr. 6

Für die weitere Modellierung des Rückkaufes muss berücksichtigt werden, dass der Rückkaufswert maximal die Todesfalleistung erreicht. Für die Kosten des Rückkaufes bedeutet dies, dass sie nicht negativ sein dürfen, weil sie sonst zu einem Aufschlag auf den Betrag der Todesfalleistung führten.

Wie aus (2.11) ersichtlich, sind die Kosten des Rückkaufes negativ, falls der Zinssatz auf das Deckungskapital über dem garantierten Zinssatz r_{gar} von 3,25% liegt, und sich der Rückkaufszeitpunkt nahe dem Ende der Ansparphase befindet. In Abhängigkeit vom Zinssatz und der Anspardauer sind die Kosten des Rückkaufes erstmals zu folgendem Zeitpunkt $t_{a,r}^{KKK-}$ negativ:

Tabelle 2.4: Zeitpunkt $t_{a,r}^{KKK-}$ für verschiedene Kombinationen von Werten für Zinssatz und Ansparphase

a,r	3,25%	5%	7%
15	15	14	13
20	20	18	16
30	30	26	22

²¹ Vgl. DAV-Mitteilung Nr. 5, S. 6 f.

²² Unter dem Begriff „riskiertes Kapital“ versteht man den unter Risiko stehenden Teil der Versicherungssumme. Sie ergibt sich für private Rentenversicherungen als Differenz zwischen garantierter Kapitalabfindung und dem, nach den Rechnungsgrundlagen für die Deckungsrückstellung berechnetem Deckungskapital (vgl. Mohr (1965) S. 127 f.).

²³ In der DAV-Mitteilung Nr. 6, S. 12, wird darauf hingewiesen, dass jedes Versicherungsunternehmen die Werte anhand seines individuellen Bestandes auf ihre Anwendbarkeit aktuariell hin überprüfen und gegebenenfalls modifizieren soll.

Damit lässt sich (2.10) schreiben als:

$$(2.12) \quad RK_{t_{RK}} \Big|_{TF} = \begin{cases} RK_{t_{RK}}; t_{RK} < t_{a,r}^{K RK-} \\ TF_{t_{RK}}; t_{a,r}^{K RK-} \leq t_{RK} \end{cases}$$

mit

$$(2.13) \quad \begin{aligned} RK_{t_{RK}} &= DK_{t_{RK}} - K RK_{t_{RK}} \\ &= (1-\rho)P \left[(1+\psi_{x,a}) \frac{((1+r)^{t_{RK}} - 1)(1+r)}{r} - \psi_{x,a} \frac{((1+r_{gar})^a - 1)(1+r_{gar})}{r_{gar}} \right] \end{aligned}$$

Des Weiteren ist zu beachten, dass der Rückkaufswert nicht negativ sein kann. Wenn der Rückkaufszeitpunkt kurz nach Vertragsabschluss liegt, übersteigen die Kosten des Rückkaufes das Deckungskapital, womit der Versicherungsnehmer noch Kapital nachschießen müsste, um aus dem Versicherungsvertrag aussteigen zu können. Dies wird von den Versicherungsgesellschaften nicht verlangt.

Somit berechnet sich der Rückkaufswert $RK_{t_{RK}} \Big|_{TF \wedge +}$ unter der Nichtnegativitätsbedingung seines Wertes und unter Beachtung der Todesfalleistung als maximalen Rückkaufswert wie folgt:

$$(2.14) \quad RK_{t_{RK}} \Big|_{TF \wedge +} = \max \{ DK_{t_{RK}} - K RK_{t_{RK}} \Big|_{TF}; 0 \}$$

Wiederum kann für jede Kombination aus dem Zinssatz und der Beitragszahlungsdauer der Zeitpunkt $v_{a,r}$ bestimmt werden, für die der Rückkaufswert letztmalig negativ ist.

Tabelle 2.5 Zeitpunkt $v_{a,r}$ in Abhängigkeit vom Zinssatz und von der Ansparphase

a,r	3,25%	5%	7%
15	2	2	2
20	3	3	3
25	4	4	4
30	5	5	5

Unter Beachtung beider Bedingungen ist nun der Rückkaufswert endgültig:

$$(2.15) \quad RK_{t_{RK}} \Big|_{TF \wedge +} = \begin{cases} 0; t_{RK} \leq v_{a,r} \\ RK_{t_{RK}}; v_{a,r} < t_{RK} < t_{a,r}^{K RK-} \\ TF_{t_{RK}}; t_{a,r}^{K RK-} \leq t_{RK} \end{cases}$$

Unter Verwendung von (2.15) sind die Rückkaufswerte zum Zeitpunkt t_{RK} des Rückkaufs für eine Ansparphase von 30 Jahren in Abhängigkeit vom Zinssatz r wie folgt gegeben²⁴:

²⁴ Westerheide (2002), S. 25, gibt für eine Laufzeit von 25 Jahren die Rückkaufswerte in % der Prämiensumme an. Der Verlauf der Rückkaufswerte unterscheidet sich von den auf Basis der DAV-veröffentlichten Stornoabzüge ermittelten Rückkaufswerte.

Tabelle 2.6: Rückkaufswerte für eine Laufzeit von 30 Jahren in Abhängigkeit vom Rückkaufszeitpunkt und Zinssatz

t(RK),r	3,25%	5%	7%
5	0,00	0,00	0,00
10	5,70	6,97	8,59
15	13,51	16,70	21,05
20	22,67	29,12	38,53
25	33,43	44,97	60,91
30	46,04	62,78	90,97

2.2.2 Beitragsfreistellung des Versicherungsvertrages:

Eine aufgeschobene Leibrentenversicherung ist durch eine laufende Prämienleistung gekennzeichnet. Sollte der Versicherungsnehmer während der Beitragszahlungsdauer finanziell nicht mehr in der Lage sein, Prämien für die private Rentenversicherung zu leisten, bietet ihm die Versicherungsgesellschaft die Möglichkeit der Beitragsfreistellung des Versicherungsvertrages²⁵. Der Versicherungsnehmer muss für die restliche Laufzeit der Ansparphase keine weiteren Prämien bezahlen und erhält in der Rentenbezugsphase eine Rente auf Basis der bisher eingezahlten und verzinsten Sparanteile abzüglich der Stornokosten zum Zeitpunkt t_{BF} der Beitragsfreistellung.

Die Stornokosten der Beitragsfreistellung $KBF_{t_{BF}}$ entsprechen dabei den Stornokosten des Rückkaufes $KRK_{t_{BF}}$, weswegen Rückkaufs- und Beitragsfreistellungswert zum Zeitpunkt der Stornierung identisch sind.

$$(2.16) \quad KBF_{t_{BF}} = KRK_{t_{BF}} \Rightarrow BF_{t_{BF}} = RK_{t_{BF}}$$

In Analogie zur Ermittlung des Rückkaufwertes ergibt sich der Wert der Beitragsfreistellung zum Stornierungszeitpunkt t_{BF} zu:

$$(2.17) \quad BF_{t_{BF}} \Big|_{TF \wedge +} = \begin{cases} 0; t_{BF} \leq v_{a,r} \\ RK_{t_{BF}}; v_{a,r} < t_{BF} < t_{a,r}^{KRK-} \\ TF_{t_{BF}}; t_{a,r}^{KRK-} \leq t_{BF} \end{cases}$$

2.2.3 Tod des Versicherungsnehmers während der Ansparphase:

Sollte der Versicherungsnehmer in der Ansparphase versterben, so zahlt die Versicherungsgesellschaft den Hinterbliebenen das vorhandene Deckungskapital zum Zeitpunkt des Todes t_{TF} in der Ansparphase aus.

$$(2.18) \quad TF_{t_{TF}} = DK_{t_{TF}} = (1 - \rho)P \frac{\left((1+r)^{t_{TF}} - 1 \right) (1+r)}{r}$$

²⁵ In der deutschen Literatur findet sich kein Aufsatz, der die Beitragsfreistellung untersucht (vgl. Maurer/Schradin (1998), Albrecht (2001), Gründl/Stehle/Waldow (2001)). Vermutlich basiert dies auf der Überlegung, dass sich der Barwert der Rentenleistungen aus der Beitragsfreistellung und der Rückkaufswert zu jedem Zeitpunkt in der Ansparphase entsprechen. Dies trifft allerdings nur vor Steuern zu. Nach Steuern weist die Beitragsfreistellung einen höheren Barwert als der Rückkaufswert auf, da, abgesehen von einer möglichen vorteilhaften Verrentung des Deckungskapitals, das bei Stornierung vorhandene Deckungskapital bis zum Ende der Ansparphase steuerfrei verzinst wird.

Allerdings muss dem Umstand Rechnung getragen werden, dass die Todesfallleistung den Erben und nicht dem Erblasser selbst zur Verfügung steht. Dies geschieht durch die Verwendung eines Abschlags Ω , der den Disnutzen aus dem nicht für eigene Zwecke zur Verfügung stehenden Vermögen darstellt.

$$(2.19) \quad 0 \leq \Omega \leq 1$$

Damit ergibt sich für den Versicherungsnehmer ein Wert der Todesfallleistung zum Zeitpunkt t_{TF} in Höhe von:

$$(2.20) \quad TF_{t_{TF}, \Omega} = (1 - \Omega)DK_{t_{TF}} = (1 - \Omega)(1 - \rho)P \frac{((1 + r)^{t_{TF}} - 1)(1 + r)}{r}$$

3 Besteuerung der privaten Rentenversicherung

Für die Besteuerung der privaten Rentenversicherung wird die Rechtslage zum 01.01.2003 zugrunde gelegt.

3.1 Sicherheit (bezüglich des Erreichens der Rentenphase)

Die private Rentenversicherung gegen laufende Beitragszahlung mit Kapitalwahlrecht nimmt eine Sonderstellung im deutschen Einkommenssteuerrecht ein, sofern das Kapitalwahlrecht vertraglich erst nach Ablauf der Sperrfrist von zwölf Jahren ausgeübt werden kann. Während der Ansparphase können einerseits die Prämienzahlungen als Sonderausgaben innerhalb der Höchstgrenzen des § 10 III EStG zum Abzug gebracht werden, womit die Möglichkeit besteht, sie ganz oder zumindest teilweise aus un versteuertem Einkommen zu bezahlen. Die Höchstgrenzen der Vorsorgeaufwendungen hängen von verschiedenen Tatbeständen ab.

Da allerdings zu den beschränkt abzugsfähigen Sonderausgaben auch Beiträge zur gesetzlichen Renten- und Arbeitslosenversicherung zählen²⁶, verbleibt dem Versicherten – wenn überhaupt – nur ein geringes Ausschöpfungspotential für die Beiträge zur privaten Rentenversicherung²⁷; eine Modellierung wird daher im Beitrag nicht vorgenommen.

Andererseits stellen die aufgelaufenen Überschüsse der Sparanteile der Prämien nicht Einkünfte aus Kapitalvermögen im Sinne des § 20 I Nr. 6 EStG dar²⁸.

Statt dessen wird in der Rentenphase die Rente, deren Höhe die Sparanteile und deren angesammelte Zinsen widerspiegelt, fiktiv in einen Tilgungs- und einen Ertragsanteil unterteilt. Während der Tilgungsanteil nicht steuerbar ist, wird der Ertragsanteil nach § 22 I S. 3 a) EStG in Abhängigkeit vom Rentenbeginnalter des Versicherungsnehmers besteuert. Der für diesen Zeitpunkt geltende Ertragsanteil wird einmalig festgelegt und bis zum Ende der Rentenzahlungen angewandt²⁹.

Somit beträgt die Rentenhöhe nach Abzug von Steuern in Abhängigkeit vom persönlichen Grenzsteuersatz s_{RP} des Anlegers in der Rentenphase:

$$(3.1) \quad A(1 - s_{RP} \varepsilon_{x+a}) = \text{konstant}$$

²⁶ Vgl. § 10 I Nr. 2 EStG.

²⁷ Vgl. Adams (1997), S. 1858.

²⁸ Voraussetzung ist die Erfüllung der in § 20 I Nr. 6 genannten Tatbestände.

²⁹ Bei finanzmathematisch korrekter Betrachtung sinkt der Ertragsanteil von Leibrenten im Laufe der Zeit. Die Konstanz des Ertragsanteils nach dem EStG wird durch eine Durchschnittsbildung über die Zeit erreicht (vgl. Kiesewetter/Niemann (2002a), S. 50 f.).

Der Ertragsanteil ε_{x+a} , der in Prozent des steuerpflichtigen Anteils an der gesamten Rente angegeben wird, folgt für Versicherungsverträge, die im Jahr 2003 in die Rentenphase eintreten, nachstehender Tabelle³⁰:

Tabelle 3.1: Aktueller Ertragsanteil in % der Rente in Abhängigkeit vom Alter des Versicherten bei Rentenbeginn

Lebensalter bei Rentenbeginn	60	61	62	63	64	65
Ertragsanteil in % des geltenden Rechts	32	31	30	29	28	27

Quelle: § 22 I S. 3 a) EStG

Der Berechnung des aktuell geltenden Ertragsanteils werden die Lebenserwartung eines Mannes, die anhand der Sterbetafel 1986/88 ermittelt ist, und ein Zinssatz von 5,5% zugrunde gelegt³¹. Da Gegenstand der Untersuchung eine aufgeschobene Leibrentenversicherung ist, müssen die zum Zeitpunkt a gültigen Ertragsanteilssätze prognostiziert werden, d. h. es existiert diesbezüglich keine Planungssicherheit. Die prognostizierten Ertragsanteilssätze sind dabei selbst von der zum Zeitpunkt a gültigen fernerer Lebenserwartung eines Mannes und dem zu diesem Zeitpunkt gültigen Zinssatz abhängig.

Hierbei ist der Variable Zinssatz die weitaus höhere Bedeutung beizumessen, weswegen die Lebenserwartung gegenüber dem Zinssatz vernachlässigbar ist.

Für heutige Verhältnisse scheint der, für die Ermittlung der Ertragsanteilssätze unterstellte Zinssatz von 5,5% für die Zukunft relativ hoch angesetzt zu sein. Eine präzise Prognose der zukünftigen Entwicklung der Zinssätze ist aber vom heutigen Zeitpunkt aus für einen, in der anstehenden Untersuchung maximal betrachteten Zeitraum von 30 Jahren nicht möglich.

Für die folgende Untersuchung wird davon ausgegangen, dass die heutigen Ertragsanteilssätze für den, in der Untersuchung betrachteten Zeitraum weiterhin in derselben Höhe ihre Gültigkeit besitzen.

$$(3.2) \quad \varepsilon_x = \varepsilon_{x+a}; \quad 0 < a \leq 30$$

3.2 Unsicherheit (bezüglich des Erreichens der Rentenphase)

3.2.1 Rückkauf des Versicherungsvertrages:

Der Rückkauf wird im EStG abhängig von der Zeitspanne zwischen Vertragsbeginn und Rückkauf behandelt. Nach § 20 I Nr.6 S. 2 EStG und R 154 I S. 2 Nr. 4 EStR ist der Rückkauf nur nicht steuerbar, falls diese Zeitspanne über 12 Jahre beträgt. Anderenfalls stellen die rechnungs- und außerrechnungsmäßigen Zinsen³² aus den Sparanteilen Einkünfte aus Kapitalvermögen gemäß § 20 I Nr. 6 EStG dar, wobei eine Unterscheidung zwischen rechnungs- und außerrechnungsmäßigen Zinsen unter ökonomischen Gesichtspunkten irrelevant ist³³.

³⁰ Die Rürup-Kommission schlägt in ihrem Abschlussbericht zur Neuordnung der steuerrechtlichen Behandlung von Altersvorsorgeaufwendungen und Altersbezügen Ertragsanteile für das Jahr 2004 vor, deren Niveau in Abhängigkeit vom Lebensalter bei Renteneintritt des Berechtigten 8-9% niedriger liegt als das der aktuellen. Ihrer Berechnung liegt ein Zinssatz von 3,25% und die Sterbetafel 1997/99 für Männer zugrunde.

³¹ Vgl. Schmidt (1998), § 22 Anm. 101.

³² Rechnungsmäßige Zinsen sind Kapitalerträge auf das Deckungskapital in Höhe des garantierten Zinssatzes. Außerrechnungsmäßige Zinsen gründen auf der Überschussbeteiligung.

³³ Vgl. Harenberg in: Hermann/Heuer/Raupach, § 20 Anm. 736.

Die rechnungs- und außerrechnungsmäßigen Zinsen werden auf dem Versicherungskonto des Versicherungsnehmers verzinslich angesammelt und werden bei Rückkauf ausbezahlt³⁴. Die Höhe dieser steuerpflichtigen Kapitalerträge ist nach R 154 I S. 5 EStR vom Versicherer zu ermitteln. Nach H 154 EStH „Zinsen aus Lebensversicherungen“ wird für die Berechnung der rechnungs- und außerrechnungsmäßigen Zinsen auf verschiedene Veröffentlichungen des BMF verwiesen³⁵, in denen die Finanzverwaltung Näherungsverfahren für die, mit erheblichen Rechenaufwand verbundene Ermittlung der rechnungs- und außerrechnungsmäßigen Zinsen aus Sparanteilen zulässt. Für Zwecke der Analyse erfolgt eine Beschränkung auf das Näherungsverfahren vom 31.8.1979. Dieses Verfahren stützt sich auf wenige Modellparameter und ermöglicht eine modellendogene Abbildung der Steuerbemessungsgrundlage zur Klärung des Steuereinflusses. Die rechnungs- und außerrechnungsmäßigen Zinsen werden danach wie folgt berechnet³⁶:

$$(3.3) \quad \frac{3,2t_{RK} - 0,1a - 4,5}{100} RK \Big|_{TF \wedge +}$$

Die Steuerbemessungsgrundlage $BG_{t_{RK},a}^{RK}$ lautet für den Fall einer Unterschreitung des Zeitraumes von 12 Jahren zwischen Vertragsbeginn und Rückkauf gemäß amtlicher Näherungsformel als Funktion der tatsächlichen und der vereinbarten Laufzeit³⁷:

$$(3.4) \quad \begin{aligned} BG_{t_{RK},a}^{RK} &= RK_{t_{RK}} \Big|_{TF \wedge +} \max\{0, f(t_{RK}, a)\} \\ \text{mit } f(t_{RK}, a) &= 0,032t_{RK} - 0,001a - 0,045 \end{aligned}$$

Demnach beträgt die Höhe des Rückkaufwertes nach Steuern bei Zugrundelegung eines konstanten Grenzsteuersatz s_{AP} der Akkumulationsphase³⁸:

$$(3.5) \quad \begin{aligned} RK_{t_{RK},s} \Big|_{TF \wedge +} &= RK_{t_{RK}} \Big|_{TF \wedge +} - s_{AP} BG_{t_{RK},a}^{RK} \\ &= \begin{cases} 0 & ; t_{RK} \leq v_{a,r} \\ RK_{t_{RK}} [1 - s_{AP} f(t_{RK}, a)] & ; v_{a,r} < t_{RK} < 12 \\ RK_{t_{RK}} & ; 12 \leq t_{RK} < t_{a,r}^{KRK-} \\ TF_{t_{RK}} & ; t_{a,r}^{KRK-} \leq t_{RK} \end{cases} \end{aligned}$$

Um einen Eindruck über das Verhältnis zwischen Rückkaufwert und Bemessungsgrundlage gewinnen zu können, wird der entsprechende Quotient aus (3.4) gebildet:

³⁴ Vgl. Brunsbach/Lang (1998), S. 189. Von anderweitigen Verrechnungsmethoden der außerrechnungsmäßigen Zinsen wird abgesehen.

³⁵ BMF-Schreiben vom 31.8.1979 (BStBl I S. 592), vom 13.11.1985 (BStBl I, S. 661), vom 27.7.1995 (BStBl I, S. 371) und vom 15.6.2000 (BStBl I, S. 1118).

³⁶ Um zu gewährleisten, dass die Steuerbemessungsgrundlage dieses Näherungsverfahrens nicht negativ wird, müssten bestimmte Parameterkonstellationen ausgeschlossen werden (vgl. Niemann/Kiesewetter (2002)). Diese sind allerdings durch die Kosten der Stornierung unerheblich.

³⁷ Eine Bestimmung des Zeitpunktes V , der die Bemessungsgrundlage gerade verschwinden lässt, wie dies in Niemann/Kiesewetter (2002) vorgenommen wird, zeigt auf, dass er den Zeitpunkt $v_{a,r}$ unterschreitet. Somit ist der Zeitpunkt V für die Modellierung irrelevant.

³⁸ Der kritische Zeitpunkt $t_{r,a}^{KRK-}$ unterschreitet für alle Kombinationen aus Anspardauer und Zinssatz den steuerschädlichen Zeitpunkt für den Rückkauf von 12 Jahren nicht.

$$(3.6) \quad \frac{BG_{t_{RK},a}^{RK}}{RK_{t_{RK}} \Big|_{TF \wedge +}} = \max\{0, f(t_{RK}, a)\}$$

Tabelle 3.2: Verhältnis zwischen Rückkaufswert und Bemessungsgrundlage für verschiedene Rückkaufszeitpunkte und Ansparphasen in Prozent des jeweiligen Rückkaufwertes

t(RK),a	15	20	25	30	35
1					
2					
3	3,60%				
4	6,80%	6,30%			
5	10,00%	9,50%	9,00%		
6	13,20%	12,70%	12,20%	11,70%	
7	16,40%	15,90%	15,40%	14,90%	14,40%
8	19,60%	19,10%	18,60%	18,10%	17,60%
9	22,80%	22,30%	21,80%	21,30%	20,80%
10	26,00%	25,50%	25,00%	24,50%	24,00%
11	29,20%	28,70%	28,20%	27,70%	27,20%

Diese in Tabelle 2.2 angeführten Abschläge sind für jeden beliebigen Zinssatz gültig, da der Quotient unabhängig von der erwirtschafteten Rendite der Versicherung ist. Somit sind die Rückkaufswerte nach Steuern:

Tabelle 3.3: Rückkaufswert nach Steuern für Rückkaufszeitpunkte innerhalb der steuerschädlichen Frist von 12 Jahren in Abhängigkeit vom Steuersatz in der Ansparphase

t(RK),s(AP)	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
0 bis 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,72	0,72	0,71	0,71	0,71	0,70	0,70	0,69	0,69	0,69
7	2,17	2,16	2,14	2,12	2,11	2,09	2,07	2,06	2,04	2,03
8	3,69	3,66	3,63	3,59	3,56	3,53	3,49	3,46	3,43	3,41
9	5,29	5,23	5,18	5,12	5,06	5,01	4,95	4,90	4,84	4,81
10	6,97	6,88	6,80	6,71	6,63	6,54	6,46	6,37	6,28	6,24
11	8,73	8,61	8,49	8,37	8,24	8,12	8,00	7,88	7,76	7,70

Tabelle 3.3 verdeutlicht, dass der Rückkaufswert nach Steuern für sinkende Steuersätze ansteigt. Dieses Verhalten ist bei Betrachtung von (3.5) verständlich. Der steuerlich bedingte Abschlag auf den Rückkaufswert vor Steuern hängt bei konstanter Bemessungsgrundlage nur noch von der Höhe des Steuersatzes des Versicherten ab.

3.2.2 Beitragsfreistellung des Versicherungsvertrages:

Die Voraussetzung für die Steuerfreiheit der Erträge ist eine laufende Beitragszahlung. Diese liegt vor, wenn für den Vertrag eine laufende Beitragszahlungsdauer von mindestens fünf Jahren ab dem Zeitpunkt des Vertragsabschlusses vereinbart ist³⁹ und dieser Verpflichtung

³⁹ Vgl. H 88 EStR „Beitragszahlungsdauer“.

auch tatsächlich nachgekommen wird⁴⁰. Laufende Beitragsleistungen können auch in unregelmäßigen Zeitabständen und Höhen erfolgen, wobei jedoch die einzelnen Beitragsleistungen grundsätzlich in einem wirtschaftlich ausgewogenen Verhältnis zueinander stehen müssen⁴¹. Wie aber die Höhe und die Proportionen der Beiträge in den unterschiedlichen Jahren sein müssen, um diese Eigenschaft aufweisen zu können, ist selbst nach dem BMF-Schreiben vom 22.8.2002 weiterhin umstritten⁴².

Eine nachträgliche Besteuerung der rechnungs- und außerrechnungsmäßigen Zinsen ist allerdings nur für Verträge möglich, die zum Zeitpunkt der Beitragsfreistellung ein nach Abzug der Stornokosten vorhandenes Deckungskapital aufweisen. Da sich die Kosten für Rückkauf und Beitragsfreistellung entsprechen, sind auch für die Beitragsfreistellung die kritischen Werte $v_{a,r}$ aus Tabelle 2.5 gültig. Für eine Laufzeit von bspw. 25 Jahren liegt der kritische Zeitpunkt $v_{a,r}$, für den letztmalig die Kosten der Beitragsfreistellung das vorhandene Deckungskapital übersteigen, bei vier Jahren, weswegen mangels Existenz von Zinsen de facto keine Nachversteuerung trotz der Beitragsfreistellung innerhalb der steuerschädlichen Frist vorzunehmen ist.

Bedenkt man, neben der unklaren Regelung hinsichtlich eines wirtschaftlich ausgewogenen Verhältnis zwischen verschiedenen Beitragsleistungen und des frühestmöglichen Zeitpunktes einer effektiven Besteuerung bei Beitragsfreistellung von 3 Jahren unter Zugrundelegung einer 15-jähriger Laufzeit, weiterhin, dass der durchschnittliche Versicherungsnehmer für diese Laufzeit lediglich 3,98 von 100 Verträgen in der Spanne von drei bis vier Jahren beitragsfrei stellt, so erscheint für die weitere Untersuchung der privaten Rentenversicherung eine Implementierung von Steuern in die Modellierung der Beitragsfreistellung nicht notwendig zu sein⁴³.

Daher wird im Folgenden angenommen, dass die gutgeschriebenen Erträge bei Beitragsfreistellung des Versicherungsvertrages steuerfrei bleiben.

$$(3.7) \quad BF_{t_{BF},s} \Big|_{TF \wedge +} = BF_{t_{BF}} \Big|_{TF \wedge +} = \begin{cases} 0; t_{BF} \leq v_{a,r} \\ RK_{t_{BF}}; v_{a,r} < t_{BF} \leq t_{a,r}^{KRK-} \\ TF_{t_{BF}}; t_{a,r}^{KRK-} < t_{BF} \end{cases}$$

3.2.3 Tod des Versicherungsnehmers während der Ansparphase

Verstirbt der Versicherte während der Ansparphase, so wird das vorhandene Deckungskapital dem Begünstigten des Versicherungsvertrages ausbezahlt. Dieses unterliegt der Erbschaftssteuer gemäß § 3 I Nr. 1 oder Nr. 2 ErbStG, je nachdem, ob der Begünstigte auch gleichzeitig Erbe ist oder nicht. Das ErbStG sieht je nach Verwandtschaftsgrad der hinterbliebenen Person zum Erblasser gestaffelte Freibeträge nach § 16 ErbStG und für Ehepartner und Kinder zusätzlich einen besonderen Versorgungsfreibetrag nach § 17 ErbStG für das vererbte Vermögen vor. Diese werden per Annahme durch die Todesfalleistung aus dem Versicherungsvertrag und dem zusätzlich anfallenden Vermögen für die einzelnen Erben

⁴⁰ Wird die Beitragszahlungsdauer während der Vertragszeit gesenkt, so gilt steuerrechtlich der geänderte Vertrag als „alter Vertrag“, der unverändert fortgeführt wird. Der „alte Vertrag“ ist steuerlich begünstigt, wenn er die dafür erforderlichen Voraussetzungen erfüllt. Dabei ist auf den ursprünglichen Vertragsabschlusszeitpunkt abzustellen (vgl. DStR (39/2002), S. 1670).

⁴¹ DStR (39/2002), S. 1668.

⁴² So auch Map-report special „Vorsicht...“.

⁴³ Diese Approximation führt zu einer leichten Verbesserung der privaten Rentenversicherung. Ein positiver Vertragswert zum Zeitpunkt der Beitragsfreistellung führt nicht nur zu einer Nachversteuerung der bisher gutgeschriebenen Erträge, sondern beinhaltet ebenfalls eine Versteuerung der zukünftigen Erträge.

nicht überschritten, weswegen die Höhe der Zahlung im Todesfall vor und nach Steuern gleich ist.

$$(3.8) \quad TF_{t_{TF},\Omega} = TF_{t_{TF},\Omega,s}$$

4 Alternativanlage und Kalkül zur Vorteilhaftigkeitsmessung

Ziel dieses Beitrags ist die Gewinnung eines Kalküls, das die Vorteilhaftigkeit einer privaten Rentenversicherung gegenüber alternativen Anlagen misst. Da das Produkt der privaten Rentenversicherung ökonomisch aus den zwei Komponenten Risikoschutz und Sparvertrag besteht, die aneinander gekoppelt sind, stellt sich die Frage nach einer adäquaten Alternative, mit der man die private Rentenversicherung vergleichen kann.

Als zentrales Kalkül zur Analyse von privaten Rentenversicherungen hat sich der erwartete Kapitalwert EKW durchgesetzt⁴⁴. Er misst die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung für einen Versicherungsnehmer, der am Anfang seines Versicherungsverhältnisses steht und dessen weiterer Lebensprozess nur seiner Gesetzmäßigkeit nach (ex-ante Sicht), nicht aber im Hinblick auf seinen konkreten Verlauf bekannt ist⁴⁵. Für die Kalkulation eines erwarteten Kapitalwerts müssen daher Annahmen über die Sterbewahrscheinlichkeit und das Alter des Versicherungsnehmers bei Vertragsabschluss, den Zinssatz und die Kostenstruktur der Versicherungsgesellschaft getroffen werden⁴⁶. Ebenfalls sind Wahrscheinlichkeiten für eine vorzeitige Stornierung einzubeziehen.

Welchen Kapitalwert der einzelne Versicherte durch die private Rentenversicherung realisiert, hängt vom konkreten Verlauf des Versicherungsvertrages hinsichtlich Tod, Stornierung und Ausübungspolitik des Kapitalwahlrechts des Versicherten ab (ex-post Sicht). Die Schwankungsbreite dieses Kapitalwerts, welcher ein Maß für das Risiko des Investments in eine private Rentenversicherung ist, spielt in dieser Untersuchung keine Rolle⁴⁷, d. h. der Investor besitzt die Eigenschaft der Risikoneutralität und trifft daher Entscheidungen ausschließlich auf Basis von Erwartungswerten.

Dem Kapitalwert liegt als Alternative eine festverzinsliche Anlage zugrunde. Der Vorteil dieser Alternative besteht natürlich in ihrer Einfachheit der finanzwirtschaftlichen Implementierung in ein Kalkül. Hinter ihr steht die Überlegung, dass der Versicherungsnehmer die Möglichkeit besitzt, zwischen der Zahlung in eine private Rentenversicherung und in einen Sparvertrag bei der Bank zu wählen⁴⁸. Der Sparvertrag der Bank übernimmt allerdings nicht das Langlebigkeitsrisiko des Kontoinhabers, welcher sich somit der Gefahr aussetzt, sein angesammeltes Vermögen vor seinem Tod vollständig zu verbrauchen. Für den Vergleich der beiden Anlagen bedeutet dies, dass die Alternative der festverzinslichen Anlage die Versicherungskomponente nicht beinhaltet⁴⁹ und somit kein exakter Vergleich beider Produkte gewährleistet ist.

⁴⁴ Vgl. Friedman/Warshawsky (1988), Mitchell et al. (1999) etc., die den erwarteten Barwert bestimmen.

⁴⁵ Vgl. Albrecht (2001), S. 6.

⁴⁶ Vgl. Albrecht/Maurer (2002), S. 3.

⁴⁷ Anstelle des Kapitalwerts ist selbstverständlich eine Ermittlung der Investitionsrendite möglich, deren Volatilität das Risikomaß der Investition in der klassischen finanzwirtschaftlichen Literatur steht.

⁴⁸ Gründl/Stehle/Waldow (2001) verwenden neben dem Sparbuch auch ein Portfeuille aus Bundesanleihen oder dem DAX-Aktienportfeuille als Alternativanlage.

⁴⁹ Um dem Risikoschutz des Versicherten in einen modelltheoretisch korrekten Vergleich einfließen zu lassen, müsste für jeden Versicherten eine individuelle Von-Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion entwickelt werden, wie es in Friedman/Warshawsky (1988) vorgenommen wird.

Dennoch ist die Stärke dieses Vergleichs nicht zu unterschätzen, denn er zieht einen „Eichstrich“ oder Benchmark für die private Rentenversicherung. Diese Benchmark ist deshalb wichtig, weil ohne sie die Wirkung der Besteuerung der privaten Rentenversicherung im Vergleich zu der festverzinslichen Anlage nicht gemessen werden könnte, da die Null-Linie nicht bekannt wäre. Die Ermittlung der Wirkung der Besteuerung auf die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung gegenüber einer „normal“ besteuerten Anlage wäre somit nicht möglich.

Da die Versicherungskomponente somit nicht in der Analyse berücksichtigt wird, erfolgt eine streng anlegerorientierte Bewertung der privaten Rentenversicherung.

5 Empirische Modelldaten der privaten Rentenversicherung

Damit eine Analyse der privaten Rentenversicherung sinnvoll erfolgen kann, muss das Modell mit empirischen Preisen unterlegt werden. Für eine Analyse angebracht, erscheinen Angebote für private Rentenversicherungen, bei denen der Rentenbeginn im Altersbereich von 60 Jahren liegt, da diese in der Regel von den Versicherten nachgefragt werden⁵⁰. Hierfür wurden 40 Versicherungsangebote, die in Deutschland auf dem Markt angeboten wurden, für männliche Versicherte mit den folgenden fixierten Vertragsverhältnissen eingeholt, die im Hinblick auf den relevanten Zeitpunkt des Beginns der Rentenphase mit 60 Jahre für verschiedene Alter des Versicherungsnehmers bei Vertragsabschluss gewählt wurden.

Tabelle 5.1: Fixierte Vertragsverhältnisse bezogen auf das Alter bei Vertragsabschluss und bei Rentenbeginn

x;x+a	45;60	40;60	30;60
-------	-------	-------	-------

Mit Hilfe dieser fixierten Vertragsverhältnisse lässt sich auch die Wirkung von verschiedenen Anspardauern auf die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung bemessen. Exemplarisch erfolgt eine Analyse der Versicherungsangebote für einen 30-jährigen Versicherten mit 30 Jahren Laufzeit des Versicherungsvertrages, der eine vorschüssige Rente beziehen möchte, die auf einem jährlich vorschüssig zu leistenden Prämienbetrag in Höhe von 1000 Euro basiert.

5.1 Ermittlung der aktuellen, empirischen Kostenquote ρ der Bruttoprämie

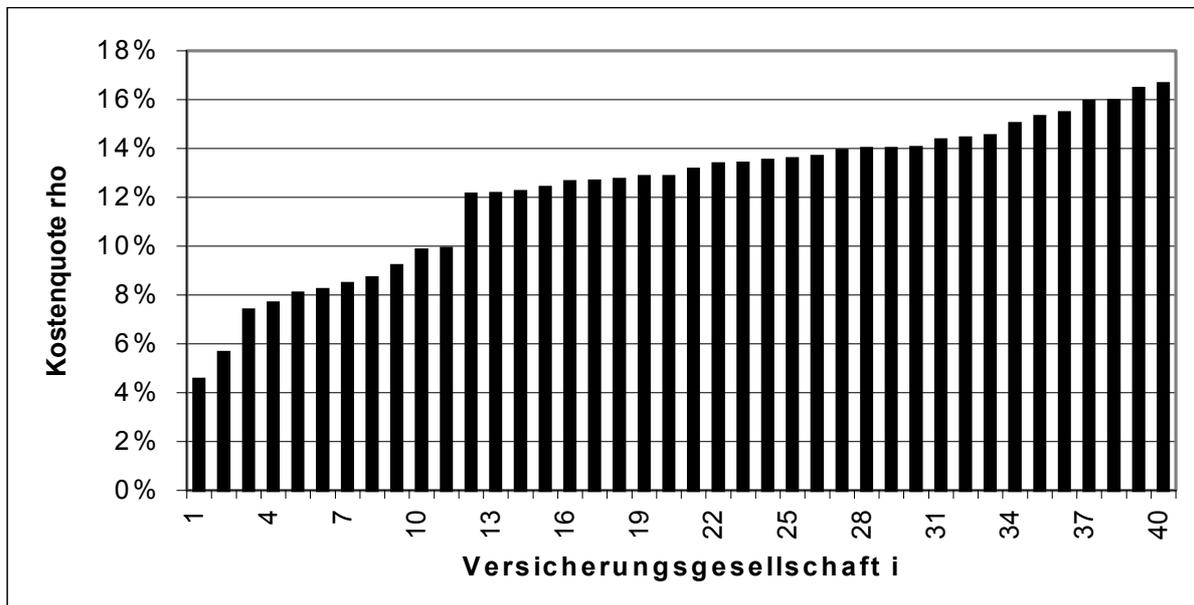
Die Kostenquote ρ ergibt sich durch Umformen von (2.9) zu:

$$(5.1) \quad \rho = 1 - \frac{DK_a}{P \frac{(1+r)^a - 1}{r} (1+r)}$$

Die in Anhang 2 angeführten Angebote für private Rentenversicherungen enthalten somit folgende Kostenquoten:

⁵⁰ Vgl. DAV-Mitteilung Nr. 4, S. 10.

Abbildung 5.1: Kostenquote ρ (rho) der Angebote von privaten Rentenversicherungen unter Zugrundelegung der Daten von 40 verschiedenen Versicherungsgesellschaften am Beispiel eines bei Vertragsabschluss 30-jährigen Versicherten und einer Laufzeit von 30 Jahren



In Abbildung 5.1 sind die Versicherungsgesellschaften nach der Höhe ihrer in den Angeboten impliziten Kostenquoten aufgeführt⁵¹. Die angeführten Werte sind auf Basis der Rentenversicherungstafel 1994R ermittelt⁵². Für die aktuellen Angebote von privaten Rentenversicherungen bewegt sich der Wert der Kostenquote ρ im Bereich von 4 bis 17% der laufenden Beitragszahlung⁵³.

Für die weitere Untersuchung wird von einer Kostenquote von 10%⁵⁴ ausgegangen. Diese wird bewusst unter dem Median und dem Mittelwert der Verteilung gewählt, weil davon ausgegangen wird, dass der Versicherte die Entscheidung für den Abschluss einer privaten Rentenversicherung bei einer bestimmten Versicherungsgesellschaft neben anderen Faktoren auch von der Kostenquote abhängig macht.

5.2 Renditen auf Brutto- und Nettobasis

Die von den Versicherungsgesellschaften angebotenen privaten Rentenversicherungen weisen Ablaufrenditen aus, welche sich auf die eingezahlten Bruttoprämien beziehen. Die bisher erfolgte Modellierung, die auf Renditen der Nettoprämien aufbaut, erfordert eine Umrechnung der Renditen von der Brutto- auf die Nettoprämienbasis. Unter Berücksichtigung der Bruttoprämienverzinsung zwischen 3% und 7% und der Kostenquote zwischen 5% bis 15% liegt die Nettoprämienverzinsung im Bereich zwischen 3,3% und

⁵¹ Für die Höhe der Kostenquote wird angenommen, dass ihre Höhe unabhängig von der Versicherungssumme ist.

⁵² Dass jede angeführte Versicherungsgesellschaft tatsächlich die DAV-Rententafel zur Berechnung des Verhältnisses von Prämie- und Rentenhöhe verwendet, ist zu bestätigen. Die durchgeführte Überprüfung basiert auf der Idee, dass in der Rentenphase der Barwert der Rente der garantierten Ablaufleistung entspricht.

⁵³ Für andere Werte von x und a weicht die Kostenquote marginal ab.

⁵⁴ Diese Kostenquote wird auch von Westerheide (2002) angegeben.

7,5%^{55,56}. Die Differenz zwischen Brutto- und Nettorendite beträgt demnach zwischen 0,3% und 0,5% bezogen auf die laufende Prämienzahlung⁵⁷.

Der Map-Report Nr. 537 ermittelte für die Lebensversicherer eine angegebene Rendite der Nettoprämien für das Jahr 2003 von 4,79% im Branchenschnitt. In den letzten fünf Jahren betrug die durchschnittliche Verzinsung 6,61%, wobei seit dem Spitzenjahr 1999 ein Rückgang der Renditen von durchschnittlich 7,25% auf 4,79% zu verzeichnen ist.

Als Standard wird für die weitere Analyse eine Verzinsung von 5% auf das Deckungskapital gewählt, für den Fall eines 30-jährigen Versicherungsnehmers mit 30 Jahren Anspardauer werden auch Zinsen in Höhe von 3,25% und 7% untersucht.

6 Kapitalwert nach Steuern unter Sicherheit

Zunächst wird der Endwert der sich auf dem Kapitalmarkt, alternativ zur privaten Rentenversicherung, anbietenden festverzinslichen Anlage bestimmt. Anschließend werden die Kapitalwerte bei Ausübung des Kapitalwahlrechts und bei Verrentung des Deckungskapitals auf Lebenszeit hergeleitet, deren jeweilige Höhe über die Verwendung des Kapitalwahlrechts entscheidet.

6.1 Endwert der Prämien bei Investierung in eine festverzinsliche Anlage

Für den Versicherungsnehmer besteht die Möglichkeit, die Prämien in eine festverzinsliche Anlage zu investieren. Die einbezahlten Prämien in der Ansparphase in die festverzinsliche Anlage ergeben einen Endwert der Prämienzahlungen nach Steuern für den Zeitpunkt a in Höhe von:

$$(6.1) \quad P_{a,s} = P(1 - \chi) \left(\frac{((1 + r(1 - s_{AP}))^a - 1)(1 + r(1 - s_{AP}))}{r(1 - s_{AP})} \right)$$

und einen Barwert nach Steuern für den Zeitpunkt $t = 0$ in Höhe von

$$(6.2) \quad P_{(a),s} = P \left(\frac{((1 + r(1 - s_{AP}))^a - 1)(1 + r(1 - s_{AP}))}{(1 + r(1 - s_{AP}))^a r(1 - s_{AP})} \right)$$

6.2 Ausübung des Kapitalwahlrechts

Nach Ende der Vertragslaufzeit hat der Versicherungsnehmer die Möglichkeit, auf die ihm eingeräumte Option der Ausübung des Kapitalwahlrechts zurückzugreifen.

⁵⁵ Der Untersuchung unterliegen 76 Lebensversicherer. Die in den angeführten Angeboten nach Maßstab der garantierten Rentenzahlung besten 40 Lebensversicherer weisen durchschnittlich eine Rendite von 6% aus, allerdings sind dies für die gesamte Ansparphase durchschnittliche Renditen, die dem Versicherungsnehmer als Illustration präsentiert werden.

⁵⁶ Zwischen den Kosten der privaten Rentenversicherung und der in Aussicht gestellten Rendite besteht dabei keine Korrelation (vgl. Westerheide (2002), S. 17 f.).

⁵⁷ So auch Stark (1997), S. 704, der die auf einer Capital-Untersuchung aus dem Jahre 1992 basierenden Erlebensfallsrenditen von 4,9%, 5,7% und 5,5% Jahren auf die Bruttoprämie bei einer Laufzeit von 12, 20 und 30 durch einen Aufschlag von 0,3-0,5% in Renditen auf das Deckungskapital umrechnet.

Ein Versicherungsvertrag ohne ein eingeräumtes Kapitalwahlrecht verfügt effektiv über ein Kapitalwahlrecht, weil der Versicherte im letzten Jahr der Ansparphase den Vertrag rückkaufen kann.

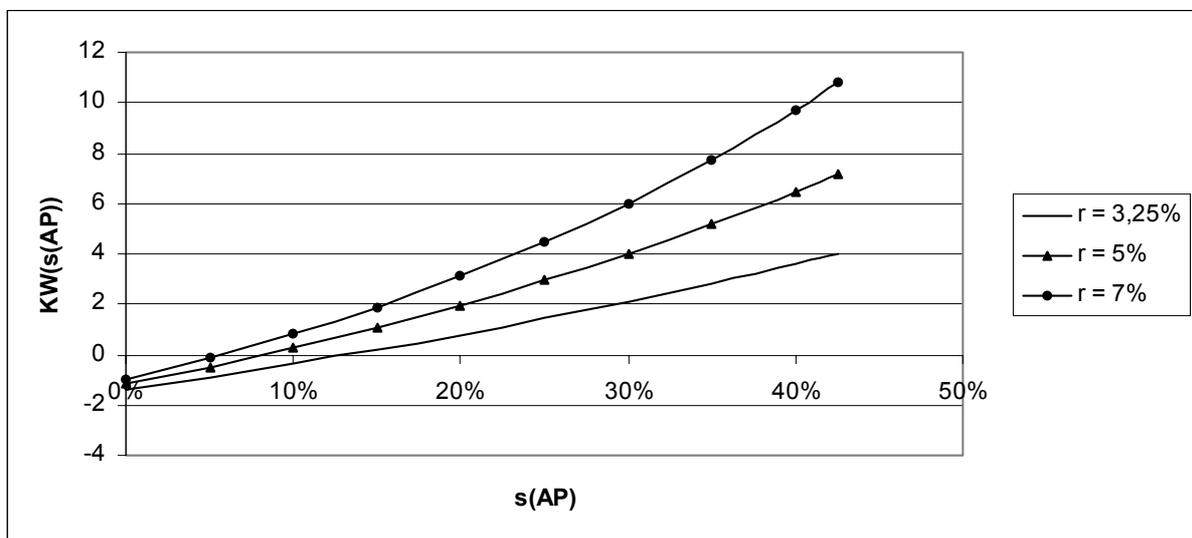
Dem Versicherungsnehmer wird bei Ausübung (oder Rückkauf im letzten Jahr der Ansparphase⁵⁸) das bis zum Ende der Laufzeit aufgebaute Deckungskapital ausbezahlt.

Da per Annahme nur Verträge beleuchtet werden, die mit einer Laufzeit über der steuerschädlichen Zeit von 12 Jahren ausgestattet sind, fallen bei Ausübung des Kapitalwahlrechts keine Steuern an. Somit ist lediglich die Verzinsung der alternativen Anlage zu versteuern. Der Kapitalwert $KW_{(a),s}^A$ nach Steuern bei Ausübung A des Kapitalwahlrechts errechnet sich wie folgt:

$$\begin{aligned}
 KW_{(a),s}^A &= \frac{1}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^a} (DK_a - P_{a,s}) \\
 (6.3) \quad &= P(1+r(1-s_{AP}))^{-a} \\
 &\quad \left[\left(\frac{1-\rho}{1-\chi} \right) \left(\frac{((1+r)^a - 1)(1+r)}{r} \right) - \left(\frac{((1+r(1-s_{AP}))^a - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{r(1-s_{AP})} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Für eine Ansparphase von 30 Jahren ist der Kapitalwert $KW_{(a),s}^A$ nach Steuern für ausgewählte Zinssätze:

Abbildung 6.1: Kapitalwert nach Steuern pro Prämieinheit bei Ausübung des Kapitalwahlrechts nach der Ansparphase von 30 Jahren für ausgewählte Zinssätze in Abhängigkeit vom Steuersatz der Ansparphase



Dass der Kapitalwert vor Steuern⁵⁹ bei Ausübung des Kapitalwahlrechts negativ ist, ist bei Betrachtung von (6.3) keine Überraschung. Ursache hierfür ist die Kostenquote der Rentenversicherung, die wegen der Absicherung des Versicherungsnehmers gegen sein Langlebkeitsrisiko höher als die der alternativen Anlage ist.

⁵⁸ Der Rückkauf im letzten Jahr der Ansparphase verursacht keine Stornoabzüge.

⁵⁹ Der Kapitalwert vor Steuern wird selbstverständlich in der Berechnung der Kapitalwerte nach Steuern durch Anwendung eines Steuersatzes von 0% errechnet.

Eindrucksvoll ist die Wirkung der Besteuerung auf den Kapitalwert nach Steuern. Je höher der Steuersatz des Versicherungsnehmers ist, desto höher fallen die Kapitalwerte nach Steuern aus. Dies ist auf die steuerliche Regelung zurückzuführen, dass Erträge aus steuerlich begünstigten Rentenversicherungen nicht Einkünfte aus Kapitalvermögen darstellen, während Zinsen aus der festverzinslichen Anlage zu dieser Einkunftsart gehören. Mit steigendem Steuersatz des Anlegers verbreitert sich der, durch die unterschiedliche Besteuerung der beiden Alternativen herbeigeführte Keil zwischen steuerfreien und versteuerten Renditen am Kapitalmarkt. Somit werden Klienteleffekte induziert, da insbesondere Versicherungsnehmer mit einem hohen Steuersatz von der steuerlichen Regelung profitieren. Ein höherer Zinssatz verstärkt dabei die Wirkung der Besteuerung auf die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung.

Abbildung 6.2: Kapitalwerte nach Steuern pro Prämieinheit bei Ausübung des Kapitalwahlrechts für ausgewählte Anspardauern und für einen Zinssatz von 5% in Abhängigkeit vom Steuersatz der Ansparphase

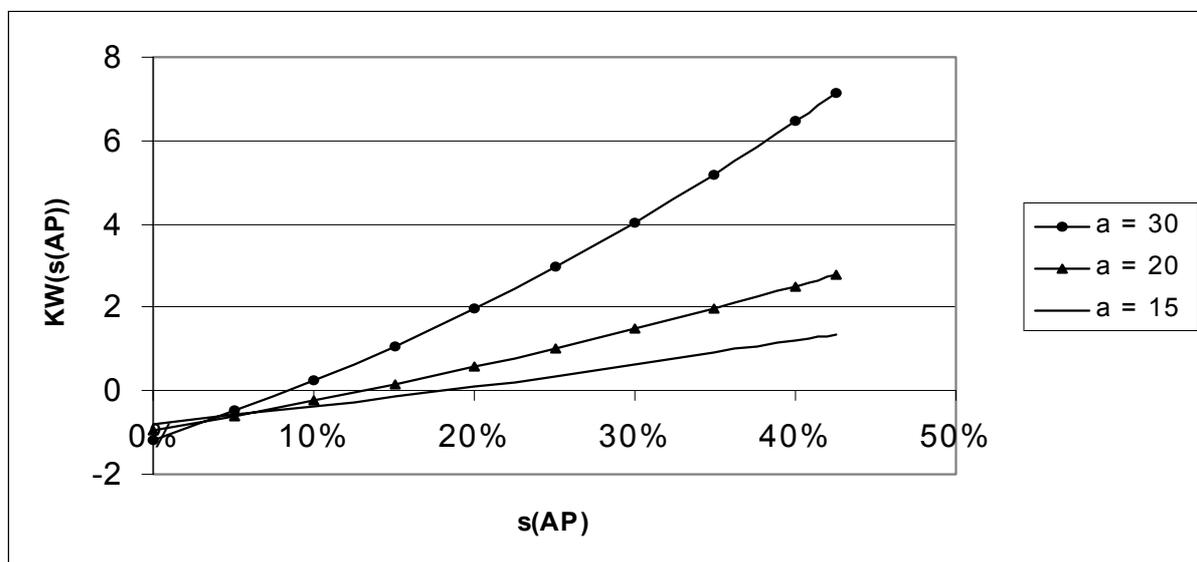


Abbildung 6.2 zeigt auf, wie der Kapitalwert nach Steuern bei Ausübung des Kapitalwahlrechts unter Sicherheit aufgrund der Steuerfreiheit der Erträge der privaten Rentenversicherung mit zunehmender Anspardauer ansteigt.

Von dieser Dauer hängt auch der kritische Steuersatz ab, für welchen der Kapitalwert nach Steuern positiv wird. Je geringer die Laufzeit ist, desto höher wird der kritische Steuersatz, damit sich eine Investition in die, gegenüber der festverzinslichen Anlage kostenintensivere private Rentenversicherung bei Ausübung des Kapitalwahlrechts lohnt. Ab einer Beitragszahlungsdauer von ungefähr 15 Jahren ist die Investition in die private Rentenversicherung für einen Investor unter den getroffenen Annahmen vorteilhaft, dessen persönlicher Grenzsteuersatz oberhalb des Eingangsteuersatzes liegt.

6.3 Verrentung des Deckungskapitals auf Lebenszeit

6.3.1 Realisierter Kapitalwert in Abhängigkeit vom Zeitpunkt des Versterbens in der Rentenphase (ex-post)

Verstirbt der Versicherungsnehmer in der Rentenphase zum Zeitpunkt t_{TF} , so realisiert er folgenden Barwert $A_{(t_{TF}),s}$ nach Steuern in Abhängigkeit vom Steuersatz s , sofern er sein Kapitalwahlrecht zum Zeitpunkt a nicht ausgeübt hat (ex-post Betrachtung).

$$\begin{aligned}
 (6.4) \quad A_{(t_{TF}),s} &= \frac{A}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^a} \left[\sum_{t=a}^{t_{TF}} \frac{(1-s_{RP} \mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \right] \\
 &= P \frac{(1-\rho)}{(1-\chi)} \left(\frac{((1+r)^a - 1)(1+r)}{r} \right) (1+r(1-s_{AP}))^{-a} \left(\sum_{t=a}^{T-1} \frac{x+t P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}} \right)^{-1} \sum_{t=a}^{t_{TF}} \frac{(1-s_{RP} \mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}}
 \end{aligned}$$

Der realisierte Kapitalwert $KW_{(t_{TF}),s}^{NA}$ unter Sicherheit und Nichtausübung NA des Kapitalwahlrechts ergibt sich in Abhängigkeit vom Todeszeitpunkt in der Rentenphase als Differenz von (6.4) und (6.2):

$$\begin{aligned}
 (6.5) \quad KW_{(t_{TF}),s}^{NA} &= A_{(t_{TF}),s} - P_{(a),s} \\
 &= P(1+r(1-s_{AP}))^{-a} \left[\frac{(1-\rho)}{(1-\chi)} \left(\frac{((1+r)^a - 1)(1+r)}{r} \right) \left(\sum_{t=a}^{T-1} \frac{x+t P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}} \right)^{-1} \sum_{t=a}^{t_{TF}} \frac{(1-s_{RP} \mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{((1+r(1-s_{AP}))^a - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{r(1-s_{AP})} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Für eine Analyse wird ein bei Abschluss des Versicherungsvertrages 30-jähriger Versicherungsnehmer mit 30 Jahren Anspardauer und ein Zinssatz von 5% (Standardfall) unterstellt.

Der realisierte Kapitalwert unter Sicherheit und Verrentung des Deckungskapitals ergibt sich in Abhängigkeit vom Todeszeitpunkt $T > t_{TF} > a$ in der Rentenphase nach (6.5), wobei das maximale Lebensalter T mit 106 Jahren erreicht ist⁶⁰.

⁶⁰ Mitchell et al.(1999) nimmt eine maximale Lebensdauer von 115 Jahren an.

Abbildung 6.3: Realisierter Kapitalwert nach Steuern pro Prämieinheit bei Verrentung des Deckungskapitals in Abhängigkeit vom Todeszeitpunkt in der Rentenphase und ausgewählten Steuersätzen für den Standardfall

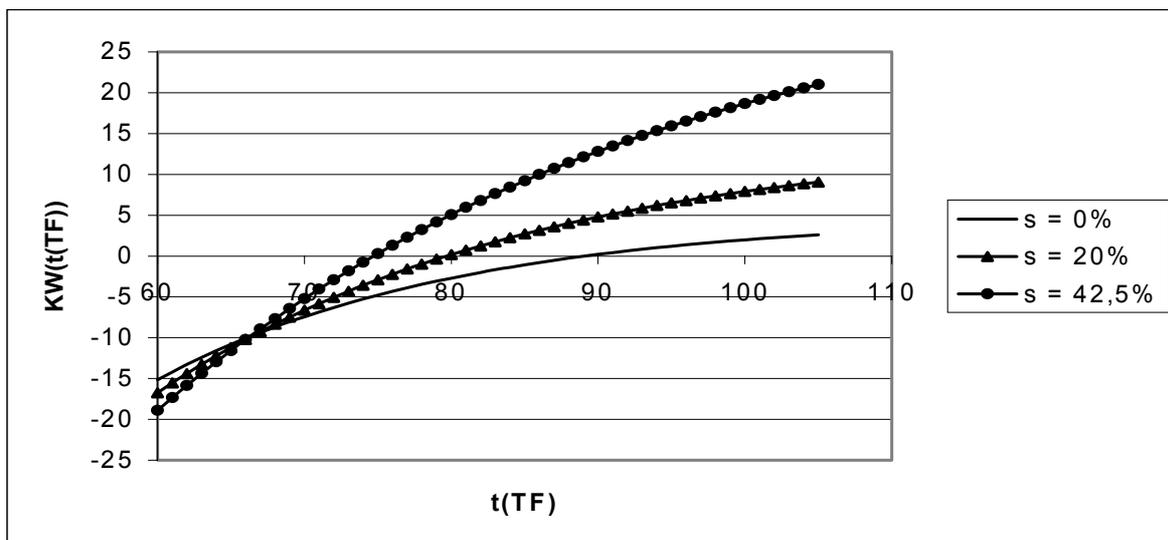


Abbildung 6.3 veranschaulicht die realisierten Kapitalwerte nach Steuern bei Verrentung des Deckungskapitals in Abhängigkeit vom Todeszeitpunkt in der Rentenphase und ausgewählten Steuersätzen für den Standardfall.

Deutlich ist die Wetteigenschaft bzw. das Investitionsrisiko der privaten Rentenversicherung in der Rentenphase für den Versicherungsnehmer zu erkennen, falls das Kapitalwahlrecht nicht ausgeübt wird⁶¹. Risikoscheue Anleger, die sich auf diese Wette in dieser Form nicht einlassen wollen, können neben der Ausübung des Kapitalwahlrechts auch die Höhe des Investitionsrisikos durch eine entsprechende Anpassung der Höhe der Rentengarantiezeit festlegen⁶².

Vor Steuern wird die private Rentenversicherung für einen Versicherten erstmalig ab dem Zeitpunkt $x + t_{TF} = 89$ vorteilhaft. Dieser Zeitpunkt entspricht approximativ⁶³ der von der Versicherungsgesellschaft angenommenen Lebenserwartung eines Versicherten, welcher das Ende der Ansparphase erreicht hat.

Das Verhalten des realisierten Kapitalwerts nach Steuern ist wie folgt zu erklären:

Bis zum Zeitpunkt $x + t_{TF} = 65$ erzeugt die Summe der mit dem Diskontierungsfaktor nach Steuern abgezinsten Leibrenten, welche mit dem, vom Lebensalter des Versicherten bei Rentenbeginn abhängigen Ertragsanteil ε_{x+a} besteuert werden, einen höheren realisierten Kapitalwert für sinkende Steuersätze; die Summe der Einmaleffekte aus der Besteuerung der Leibrente übersteigt somit die Wirkung ihrer periodenübergreifenden Diskontierung mit dem Zinssatz nach Steuern. Mit dem Zeitpunkt $x + t_{TF} = 66$ verschiebt sich diese Wirkung: mit zunehmendem Steuersatz steigt der realisierte Kapitalwert nach Steuern. Die Ursache hierfür ist neben der vorteilhaften Wirkung der Steuerfreiheit der in der privaten Rentenversicherung

⁶¹ Ebenfalls besteht die Möglichkeit, das Deckungskapital am Ende der Ansparphase als Opportunitätskosten zu wählen, welches bei Ausübung des Kapitalwahlrechts zur Verfügung steht.

⁶² Diese Höhe ist auf Basis einer Von-Morgenstern-Nutzenfunktion zu treffen, die hierfür entwickelt werden müsste.

⁶³ Dieser nur approximativen Übereinstimmung ist ursächlich, dass die Kosten der festverzinslichen Anlage nicht denen der Versicherungsgesellschaft entsprechen, wobei die Versicherungsgesellschaft auf Basis des vorhandenen Deckungskapitals zum Zeitpunkt a kalkuliert.

anfallenden Erträge mit der steuerlichen Regelung zu erklären, dass Leibrenten mit dem, für eine neutrale Besteuerung zu niedrig angesetzten Ertragsanteil besteuert werden⁶⁴.

Die Besteuerung der beiden alternativen Investmentmöglichkeiten induziert bei Verrentung des Deckungskapitals einen mit der Höhe des Steuersatzes breiter werdenden Steuerkeil zwischen beiden Anlagemöglichkeiten, so dass die Kapitalwertdifferenz vor und nach Steuern, für einen Steuersatz von 42,5%, bereits das 12,4-fache der jährlichen Prämie P beträgt, wenn der realisierte Kapitalwert vor Steuern bei $x + t_{TF} = 89$ erstmalig positiv wird. Dagegen wird der realisierte Kapitalwert nach Steuern für den Spitzensteuersatz von 42,5% bereits mit Erreichen des 75. Lebensjahres positiv. Vergleicht man beide Zeitpunkte, bei denen der realisierte Kapitalwert null beträgt, für einen Steuersatz von 42,5%, so wird die private Rentenversicherung nach Steuern durch die Besteuerungsunterschiede bereits 14 Jahre früher vorteilhaft als dies vor Steuern der Fall ist. Der Versicherungsnehmer trägt dadurch bis zum Zeitpunkt $x + t_{TF} = 75$ das Risiko, sich fälschlicherweise für die Investition in die private Rentenversicherung zu entscheiden. Ab diesem Zeitpunkt übernimmt der Fiskus aufgrund der steuerlichen Subventionierung der privaten Rentenversicherung dieses Risiko, denn ohne Steuern wäre die private Rentenversicherung bis zum Zeitpunkt $x + t_{TF} = 89$ nachteilig.

Für die Versicherungsgesellschaft selbst ergibt sich ein Nachteil aus der privaten Rentenversicherung erst bei Überschreiten der von ihr zum Zeitpunkt a für den Versicherten kalkulierten Lebenserwartung, die sie auf den Zeitpunkt $x + t_{TF} = 89$ prognostiziert.

6.3.2 Kapitalwert bei Verrentung des Deckungskapitals auf Lebenszeit

(ex-ante)

Ein rational handelnder Investor orientiert sich allerdings bei seiner Entscheidungsfindung nicht am Kapitalwert nach Steuern, sofern er ein bestimmtes Lebensalter in der Rentenphase erreichen wird, sondern seine Entscheidungsgrundlage bildet bei unterstellter Risikoneutralität der, auf Basis des erwarteten Barwerts der Rentenzahlungen ermittelte Kapitalwert nach Steuern, welcher die Eintrittswahrscheinlichkeiten bestimmter Lebensalter berücksichtigt (ex-ante Sicht). Für den durchschnittlich Versicherten werden die biometrischen Daten aus der Rentenversicherungstafel 1994R zugrunde gelegt.

Der Erwartungswert der garantierten lebenslangen Rentenzahlung zum Zeitpunkt $t = 0$ für den Versicherungsnehmer ist der erwartete Barwert $EA_{(a)}$ aus diesen Rentenzahlungen A . Nach Steuern ergibt sich ein erwarteter Barwert der Rentenzahlungen von:

$$\begin{aligned}
 EA_{(a),s} &= \frac{A}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^a} \left[\sum_{t=a}^{T-1} \frac{{}_{x+t}P_{x+a}(1-s_{RP}\mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \right] \\
 (6.6) \quad &= P \frac{(1-\rho)}{(1-\chi)} \left(\frac{(1+r)^a - 1}{r} (1+r) \right) (1+r(1-s_{AP}))^{-a} \sum_{t=a}^{T-1} \frac{{}_{x+t}P_{x+a}(1-s_{RP}\mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \left(\sum_{t=a}^{T-1} \frac{{}_{x+t}P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}} \right)^{-1}
 \end{aligned}$$

Wie aus (6.6) ersichtlich, entsprechen sich vor Steuern die vom Versicherungsgeber und Versicherungsnehmer kalkulierten Barwerte der Eintrittswahrscheinlichkeiten der Rentenzahlungen. Daher wären die zugrunde gelegten biometrischen Daten unerheblich.

⁶⁴ Eine Ursache für die positive Wirkung der Ertragsanteilsbesteuerung liegt in dem Umstand, dass vor allem Personen eine private Rentenversicherung nachfragen, deren Lebenserwartung über der in Deutschland durchschnittlichen Lebenserwartung liegt. Hiervon abgesehen haben Kiesewetter/Niemann (2002a) aufgezeigt, dass die Höhe der Ertragsanteilsätze für durchschnittliche in Deutschland lebende Personen zu niedrig ausfallen, um eine Steuerneutralität für eine private Rentenversicherung gegen Einmalbetrag zu gewährleisten.

Allerdings muss lediglich der Versicherungsnehmer die Besteuerung der Rente und der Alternativenanlage in sein Kalkül nach Steuern aufnehmen, weshalb die Barwerte von Versicherungsgeber und Versicherungsnehmer für jeden Steuersatz $s_{RP} \neq 0$ nicht mehr identisch sind. Die Angabe der zugrunde gelegten biometrischen Daten ist demnach für die Berechnung der Kapitalwerte nach Steuern erforderlich.

Der Kapitalwert nach Steuern $KW_{(a),s}^{NA}$ bei Nichtausübung des Kapitalwahlrechts ist die Differenz zwischen dem erwarteten Barwert der Rentenzahlung und dem Prämienbarwert:

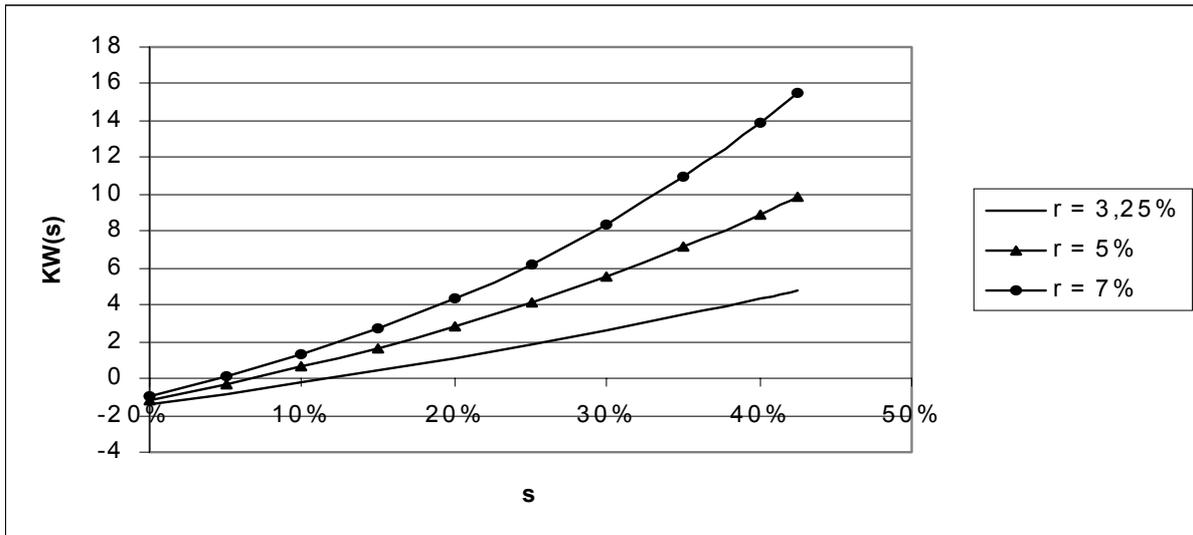
$$\begin{aligned}
 KW_{(a),s}^{NA} &= EA_{(a),s} - P_{(a),s} \\
 &= P(1+r(1-s_{AP}))^{-a} \\
 (6.7) \quad &\left[\frac{(1-\rho) \left[\frac{((1+r)^a - 1)(1+r)}{r} \sum_{t=a}^{T-1} \frac{{}_{x+t}P_{x+a} (1-s_{RP} \varepsilon_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \left(\sum_{t=a}^{T-1} \frac{{}_{x+t}P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}} \right)^{-1} \right]}{(1-\chi)} \right]}{- \left[\frac{((1+r(1-s_{AP}))^a - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{r(1-s_{AP})} \right]} \right]
 \end{aligned}$$

Wenn man (6.3) und (6.7) analysiert, erkennt man, dass es sich bei der Entscheidung über die Ausübung des Kapitalwahlrechts zum Zeitpunkt a um die Ermittlung der Vorteilhaftigkeit einer Investition in eine sofort beginnende Leibrentenversicherung handelt. Das vorhandene Deckungskapital ist der Prämieinsatz, um eine Leibrente zu erlangen. Für einen Versicherungsnehmer, der sich sicher ist, dass er die private Rentenversicherung nicht vorzeitig storniert, besteht demnach eine aufgeschobene Leibrentenversicherung aus zwei Komponenten: einem mit steuerfreien Renditen verbundenen Sparvertrag, dessen Laufzeit der Anspardauer des Versicherungsvertrages entspricht und einer sofort beginnenden Leibrentenversicherung zum Ende der Ansparphase, über deren Durchführung der Versicherte erst zum Ende der Ansparphase entscheiden muss.

6.3.2.1 Wirkung der Besteuerung unter Zugrundelegung eines einheitlichen Steuersatzes während Anspar- und Rentenphase

Zunächst wird die Wirkung der Besteuerung auf die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung gegenüber einer festverzinslichen Anlage unter Zugrundelegung eines für die Anspar- und Rentenphase einheitlich gültigen Steuersatzes s ermittelt. Für den Standardfall ergeben sich in Abhängigkeit von Zins- und Steuersatz die Kapitalwerte nach Steuern bei Nichtausübung des Kapitalwahlrechts unter Verwendung von (6.7) zu:

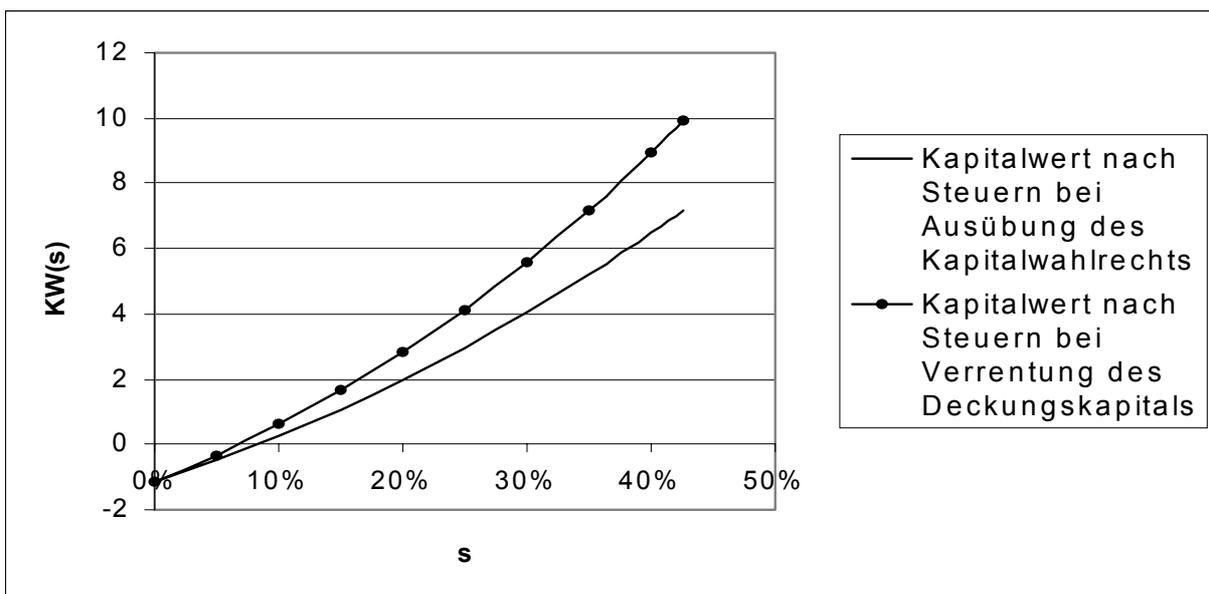
Abbildung 6.4: Kapitalwert nach Steuern pro Prämieinheit unter Sicherheit für den Standardfall in Abhängigkeit vom Zins- und Steuersatz



Dass der Kapitalwert vor Steuern unter obigen Annahmen negativ ist, ist auf die gegenüber der Alternativanlage höhere Kostenquote der Rentenversicherung zurückzuführen. Die Wirkung des Zins- und des Steuersatzes bleibt selbstverständlich wie im Fall der Ausübung des Kapitalwahlrechts beschrieben.

Welche Wirkung die Ertragsanteilsbesteuerung auf die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung entfaltet, kann durch einen Vergleich der Kapitalwerte bei Ausübung des Kapitalwahlrechts und bei Verrentung des Deckungskapitals auf Lebenszeit gewonnen werden.

Abbildung 6.5: Kapitalwerte nach Steuern pro Prämieinheit bei Ausübung des Kapitalwahlrechts und bei Verrentung des Deckungskapitals auf Lebenszeit für den Standardfall in Abhängigkeit von einem einheitlichen Steuersatz für Anspar- und Rentenphase



Vor Steuern sind die beiden Möglichkeiten Ausübung und Rentenbezug äquivalent. Ist aber der persönliche Grenzsteuersatz $s > 0$, so wirkt sich die Ertragsanteilsbesteuerung positiv auf

die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung aus. Somit stellt die Ertragsanteilsbesteuerung in der Rentenphase neben der Steuerfreiheit der Erträge in der Ansparphase eine zusätzliche Steuerbegünstigung für den Versicherungsnehmer dar⁶⁵. Daher machen rationale Versicherungsnehmer, die eine Lebenserwartung entsprechend dem Durchschnitt der Versicherten haben, keinen Gebrauch von ihrem Kapitalwahlrecht am Ende der Ansparphase. Die optimale Ausübungspolitik eines durchschnittlichen Versicherungsnehmers besteht somit, unabhängig vom eigenen persönlichen Steuersatz, darin, das am Ende der Ansparphase vorhandene Deckungskapital in eine lebenslange Rente umwandeln zu lassen.

Für die fixierten Vertragsverhältnisse ergeben sich folgende Kapitalwerte unter Sicherheit:

Abbildung 6.6: Kapitalwerte nach Steuern pro Prämieinheit unter Sicherheit bei optimaler Ausübungspolitik für einen Versicherten nach dessen Alter bei Vertragsabschluss und bei Rentenbeginn für einen Zinssatz von 5% in Abhängigkeit vom einheitlichen Steuersatz in Anspar- und Rentenphase

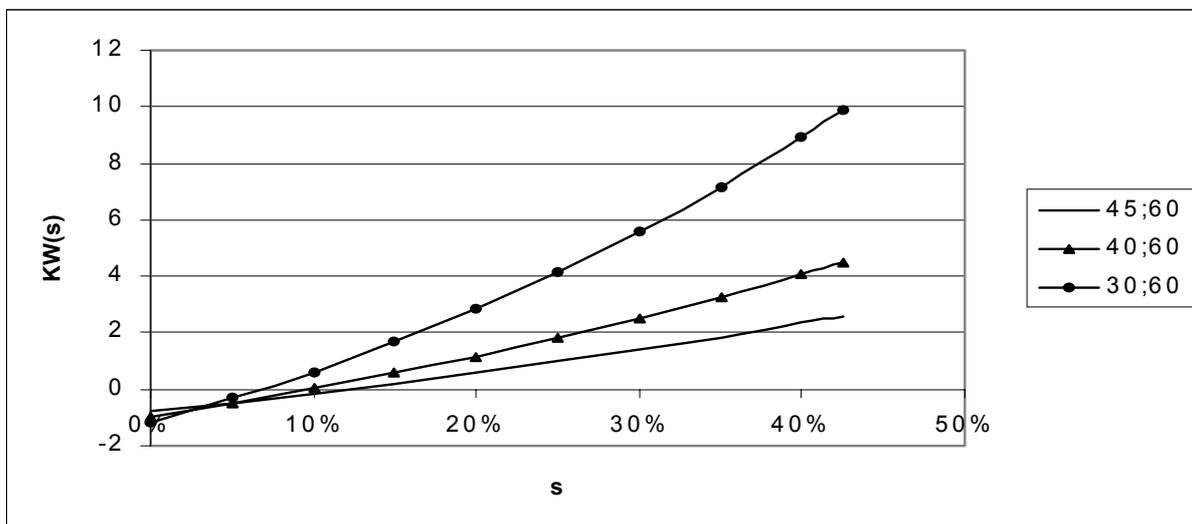


Abbildung 6.6⁶⁶ veranschaulicht die, durch die in der Ansparphase geltende Steuerfreiheit der Erträge und durch die bei optimaler Ausübungspolitik in der Rentenphase zum Zuge kommende Ertragsanteilsbesteuerung der Leibrente induzierte, massive steuerliche Bevorzugung der privaten Rentenversicherung gegenüber der Alternative der festverzinslichen Anlage mit Besteuerung des Zinsertrags. Die Subventionierung des Fiskus der privaten Rentenversicherung führt trotz, der gegenüber der festverzinslichen Anlage erheblich höheren Kostenquote schon bei Erreichen des Eingangssteuersatzes zu einer Rangfolgeverschiebung. Aufgrund der nicht steuerneutralen Behandlung der beiden Alternativen erweist sich die private Rentenversicherung nach Steuern nun doch als lohnende Investition.

⁶⁵ Aufbauend auf dieser Steuerbegünstigung konstruieren Richter/Ruß (2001) ein Portfolio aus einer sofort beginnenden Leibrente und einer aufgeschobenen Leibrentenversicherung, in die der Investor bis zu seinem Tod einbezahlt. Da dieses Portfolio denselben Zahlungsfluss wie eine festverzinsliche Anlage ausweist und die Leibrente aufgrund der Ertragsanteilsbesteuerung steuerlich bevorzugt wird, schließen Richter/Ruß, dass eine „tax arbitrage“ besteht.

⁶⁶ Die entsprechende Tabelle ist in Anhang 5.1 aufgeführt.

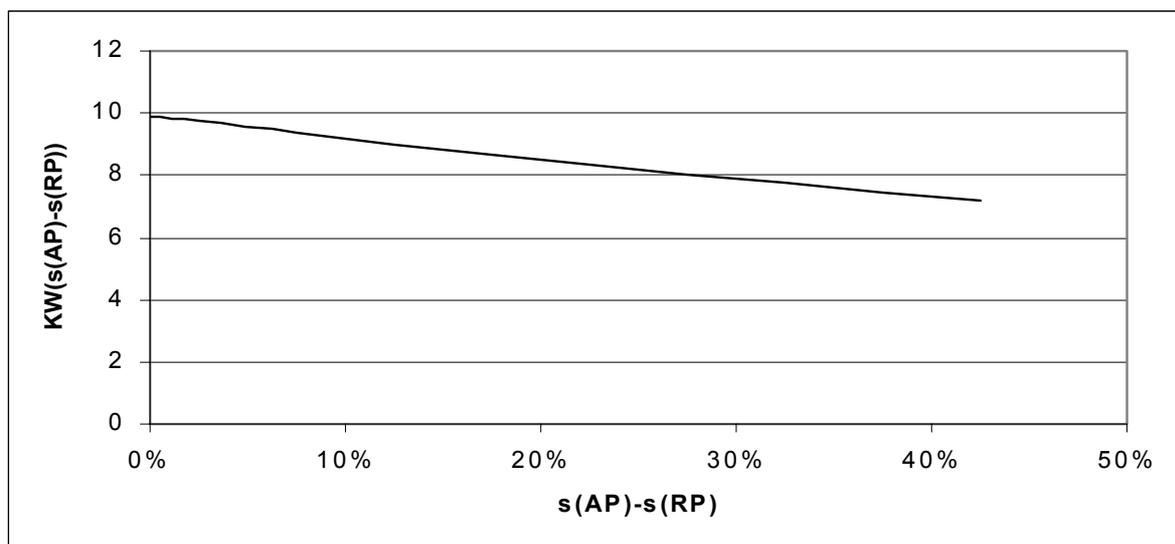
6.3.2.2 Wirkung von unterschiedlichen Steuersätzen während Anspar- und Rentenphase

Während im vorigen Abschnitt die auf einem einheitlichen Steuersatz beruhenden Wirkungen der Besteuerung untersucht wurden, wird jetzt das Augenmerk auf möglicherweise unterschiedliche persönliche Steuersätze zwischen Anspar- und Rentenphase gelegt, da davon ausgegangen werden kann, dass das zu versteuernde Einkommen eines Steuerpflichtigen im Ruhestand niedriger als während seiner Verdienstjahre ausfällt. Sofern das zu versteuernde Einkommen des Versicherungsnehmers in der Rentenphase aufgrund der verminderten Einkünfte nicht in einem Bereich des zu versteuernden Einkommens liegt, das mit dem Spitzensteuersatz von 42,5% belastet wird, ist der in der Rentenphase anzuwendende, dem zu versteuernden Einkommen entsprechende Steuersatz niedriger als der in der Ansparphase gültige Steuersatz.

$$(6.8) \quad s_{RP} \leq s_{AP}$$

Da die optimale Ausübungspolitik für den durchschnittlich Versicherten die Verrentung des Deckungskapitals darstellt und die vorteilhafte Wirkung der Ertragsanteilsbesteuerung steuersatzabhängig ist, werden durch den verminderten Steuersatz Kapitalwertveränderungen nach Steuern hervorgerufen. Diese werden anhand des Standardfalles und eines Steuersatzes in der Ansparphase von 42,5% illustriert.

Abbildung 6.7: Kapitalwert nach Steuern pro Prämieinheit unter Sicherheit in Abhängigkeit der Differenz zwischen den Steuersätzen von Anspar- und Rentenphase für den Standardfall



Wie man aus Abbildung 6.7 entnehmen kann, wird der Kapitalwert nach Steuern umso niedriger, je größer die Differenz zwischen beiden Steuersätzen wird. Für den minimal möglichen Steuersatz in der Rentenphase von 0% verschwindet die vorteilhafte Wirkung der Ertragsanteilsbesteuerung. Demnach besteht zwischen dem Kapitalwert nach Steuern und der Höhe der Differenz zwischen beiden Steuersätzen eine negative Korrelation, wobei bei maximaler Steuersatzdifferenz der Kapitalwert nach Steuern bei Ausübung des Kapitalwahlrechts nicht unterschritten wird.

7 Erwarteter Kapitalwert unter Unsicherheit

Bei Abschluss einer Rentenversicherung herrscht Unsicherheit über die zukünftig eintretenden Ereignisse in der Ansparphase. Für die private Rentenversicherung sind im Leben des Versicherungsnehmers folgende Ereignisse zu unterscheiden: Tod und Sterblichkeit in der Ansparphase und „Durchhalten“ bis zum Ende der Ansparphase⁶⁷.

7.1 Durchhalten bis zur Rentenphase

Falls der Versicherungsnehmer bis zum Ende der Ansparphase durchhält, besitzt er die Möglichkeit, sein Kapitalwahlrecht auszuüben. Von dieser Möglichkeit macht er keinen Gebrauch, da die Verrentung des Deckungskapitals, wie bereits erläutert, die optimale Ausübungspolitik darstellt.

Der erwartete Kapitalwert ${}_{(x,a)}EKW_s^{DF,NA}$ nach Steuern für den Durchhaltefall bei Verrentung des Deckungskapitals lässt sich somit aus der Wahrscheinlichkeit des Durchhaltens \bar{p}_{x+a} , welche vom Alter x des Versicherungsnehmers bei Vertragsabschluss und von der Laufzeit a des Versicherungsvertrages abhängig ist, und aus dem Kapitalwert für den Sicherheitsfall bei Nichtausübung des Kapitalwahlrechts nach Steuern ableiten:

$$(7.1) \quad {}_{(x,a)}EKW_s^{DF,NA} = \bar{p}_{x+a} KW_{(a),s}^{NA}$$

Hierbei bezeichnet \bar{p}_{x+a} die Wahrscheinlichkeit eines x -jährigen Versicherungsnehmers, die nächsten a -Jahre im Versicherungsvertrag mit Laufzeit a ohne Abänderung desselben zu verbleiben. Unter einer Abänderung des Versicherungsvertrages wird ein Rückkauf oder eine Beitragsfreistellung verstanden. $\bar{p}_{x,a}$ ist die einperiodische Wahrscheinlichkeit für eine x -jährige Person, im „alten“ Versicherungsvertrag zu verbleiben.

Unter Verwendung der Rückkaufswahrscheinlichkeit $\lambda_{x+t_{RK},a}$, die in Anlehnung an die DAV in Abhängigkeit von der bereits abgelaufenen und der vereinbarten Vertragsdauer steht, und der, unter Anwendung der analogen Notation dargestellten Beitragfreistellungswahrscheinlichkeit $\mathcal{G}_{x+t_{BF},a}$, ergibt sich die einperiodische Wahrscheinlichkeit des Verbleibens im „alten“ Vertrag zu:

$$(7.2) \quad \bar{p}_{x,a} = p_x - (\lambda_{x,a} + \mathcal{G}_{x,a})$$

und die t -periodische Verbleibenswahrscheinlichkeit \bar{p}_{x+t} zu:

$$(7.3) \quad \bar{p}_{x+t} = \bar{p}_{x,a} \bar{p}_{x+1,a} \cdots \bar{p}_{x+t-1,a} = \prod_{t=0}^{t-1} \bar{p}_{x+t,a}$$

7.2 Rückkauf des Versicherungsvertrages

Der Endwert des Rückkaufes nach Steuern ist durch (3.5) gegeben.

Dem Rückkauf als Zufluss stehen als Abflüsse die einbezahlten Prämien gegenüber. Der Kapitalwert nach Steuern bei Rückkauf beläuft sich demnach wie folgt:

⁶⁷ Dieser Begriff stammt von Gründl/Stehle/Waldow(2001). In anderen Aufsätzen wird vom Erlebensfall gesprochen (vgl. u.a. Albrecht (2001)).

$$(7.4) \quad KW_{(t_{RK}),s}^{RK} = \begin{cases} \frac{-P_{t_{RK},s}}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} & ; t_{RK} \leq v_{a,r} \\ \frac{RK_{t_{RK}} [1-s_{AP} f(t_{RK}, a)] - P_{t_{RK},s}}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} & ; v_{a,r} < t_{RK} < 12 \\ \frac{RK_{t_{RK}} - P_{t_{RK},s}}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} & ; 12 \leq t_{RK} < t_{a,r}^{KRR-} \\ \frac{TF_{t_{RK}} - P_{t_{RK},s}}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} & ; t_{a,r}^{KRR-} \leq t_{RK} \end{cases}$$

mit

$$(7.5) \quad \frac{(RK_{t_{RK}} - P_{t_{RK},s})}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} = P(1+r(1-s_{AP}))^{-t_{RK}} \left[\frac{(1-\rho)(1+\psi_{x,a})((1+r)^{t_{RK}} - 1)(1+r)}{(1-\chi)r} - \frac{((1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}} - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{r(1-s_{AP})} - \frac{(1-\rho)\psi_{x,a}((1+r_{gar})^a - 1)(1+r_{gar})}{(1-\chi)r_{gar}} \right]$$

Damit ergibt sich der Kapitalwert des Rückkaufs zum Zeitpunkt t_{RK} unter Berücksichtigung des Steuersatzes zu:

Abbildung 7.1: Kapitalwerte nach Steuern pro Prämieinheit für den Rückkauf im Zeitpunkt t_{RK} und für einen Zinssatz von 5% unter Zugrundelegung ausgewählter Steuersätze in der Ansparphase

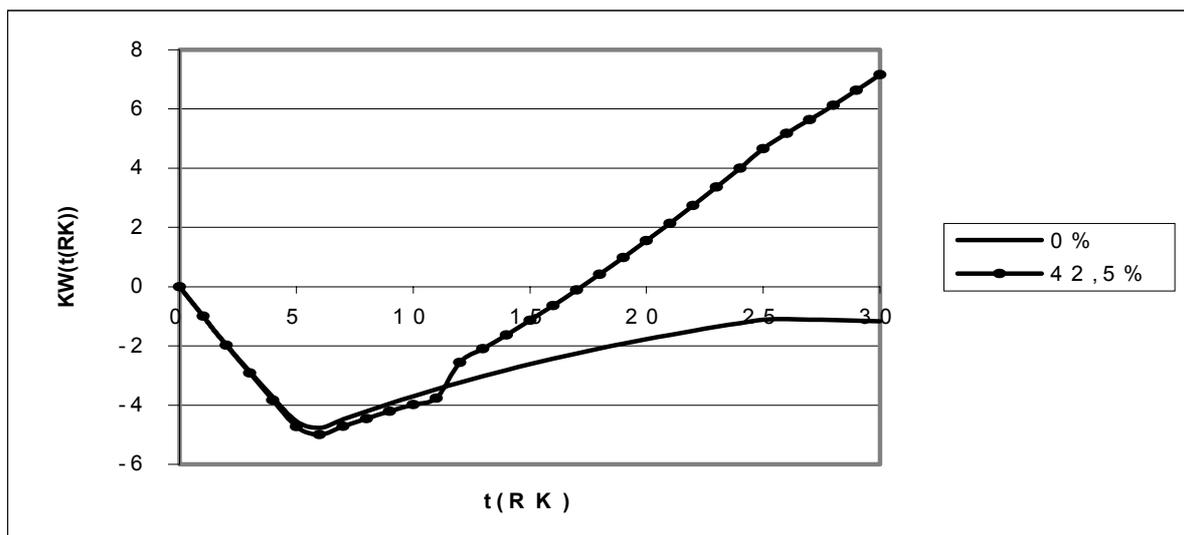


Abbildung 7.1 beschreibt den Verlauf des Kapitalwerts nach Steuern für den Rückkauf⁶⁸. Deutlich sind die in (7.4) angegebenen Phasen zu erkennen.

Der Kapitalwert nach Steuern für den Rückkauf sinkt bis zum Zeitpunkt $v_{a,r}$ kontinuierlich. Die Ursache hierfür ist in der Regelung zu finden, dass rückgekaufte Versicherungsverträge

⁶⁸ Die der Abbildung 7.1 zugrunde liegenden Werte sind im Anhang 3 tabellarisch aufgeführt.

keinen negativen Wert ausweisen können. Anderenfalls bedeutete dies für den Versicherungsnehmer, dass er zur Deckung der Abschlusskosten, die im Laufe der Vertragszeit mit den Prämien verrechnet werden, den ausstehenden Betrag nachschießen müsste, um den Vertrag rückkaufen zu können. Da eine solche Regelung nicht existiert, hängt der Kapitalwert des Rückkaufs demnach nur von dem Kapitalwert nach Steuern der einbezahlten Prämien bis zum Zeitpunkt $v_{a,r}$ ab. Der von $t_{RK} = 0$ bis $t_{RK} = v_{a,r}$ ansteigende Kapitaleinsatz erwirtschaftet denselben Rückkaufswert von null.

Das weitere Absinken des Kapitalwerts nach Steuern zwischen den beiden Zeitpunkten $v_{a,r}$ und $v_{a,r} + 1$ ist ebenfalls noch durch die Deckung ausstehender Abschlusskosten zu erklären.

In der Zeitspanne von $t_{RK} = v_{a,r} + 1$; 11 ist der Rückkaufswert positiv. Der steuerlich bedingte Abschlag auf den Rückkaufswert aufgrund des Rückkaufes in der steuerschädlichen Zeit wirkt sich stärker auf den Kapitalwert nach Steuern aus als die, durch die Besteuerung der Alternative induzierte Differenz der Renditen vor und nach Steuern.

Sobald der Rückkauf außerhalb der steuerschädlichen Zeit getätigt wird, dreht sich die Wirkung der Besteuerung auf die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung bei Rückkauf um. Während der Rückkaufswert nach Steuern innerhalb der steuerschädlichen Zeit mit steigendem Steuersatz weiter absinkt, bewirkt er außerhalb dieser Zeitspanne ein Ansteigen des Kapitalwerts nach Steuern. Dieser Effekt, der auf der Besteuerung der Zinsen der festverzinslichen Anlage und der Steuerfreiheit der Erträge der privaten Rentenversicherung in dieser Zeitspanne beruht, induziert einen steuersatzabhängigen Keil in die Kapitalwerte nach Steuern, der umso breiter wird, je später in der Ansparphase der Versicherungsvertrag rückgekauft wird.

Nach dem Zeitpunkt $t_{a,r}^{KKK-} = 25$ knickt die Steigung der zwei Kurven ein⁶⁹. Dies hängt mit der Regelung der Versicherungsgeber zusammen, dass der Rückkaufswert maximal den Wert der Todesfallleistung erreicht, was bedeutet, dass der Rückkaufswert nach diesem Zeitpunkt nicht in demselben Maße weiter ansteigen kann wie zuvor.

Wenn man die Kapitalwerte nach Steuern für die jeweiligen Rückkaufszeitpunkte mit den statistischen Rückkaufswahrscheinlichkeiten für einen, mit einer Ansparphase von a-Jahren ausgestatteten Vertrag unterlegt, erhält man den erwarteten Kapitalwert ${}_{(x,a)}EKW_s^{RK}$ nach Steuern für den Rückkauf für einen bei Vertragsabschluss x-jährigen Versicherungsnehmer:

$$\begin{aligned}
 {}_{(x,a)}EKW_s^{RK} &= \sum_{t_{RK}=0}^{a-1} \bar{p}_{x+a} \lambda_{x+t_{RK},a} KW_{(t_{RK}),s}^{RK} = \sum_{t=0}^{a-1} \bar{p}_{x+a} \lambda_{x+t_{RK},a} \left(RK_{(t_{RK}),s} \Big|_{TF_{\wedge+}} - P_{(t_{RK}),s} \right) \\
 &= \sum_{t_{RK}=0}^{v_{a,r}} \frac{\bar{p}_{x+a} \lambda_{x+t_{RK},a} (-P_{t_{RK},s})}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} \\
 (7.6) \quad &+ \sum_{v_{a,r}+1}^{11} \frac{\bar{p}_{x+a} \lambda_{x+t_{RK},a} (RK_{t_{RK}}(1-s_{AP}f(t_{RK},a)) - P_{t_{RK},s})}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} \\
 &+ \sum_{t_{RK}=12}^{t_{a,r}^{KKK-}-1} \frac{\bar{p}_{x+a} \lambda_{x+t_{RK},a} (RK_{t_{RK}} - P_{t_{RK},s})}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} + \sum_{t_{a,r}^{KKK-}}^{a-1} \frac{\bar{p}_{x+a} \lambda_{x+t_{RK},a} (TF_{t_{RK}} - P_{t_{RK},s})}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}}
 \end{aligned}$$

⁶⁹ Das Absinken der Steigung zeigt die Kurve $s = 0\%$ besonders anschaulich.

7.3 Beitragsfreistellung des Versicherungsvertrages

Das zum Zeitpunkt der Beitragsfreistellung vorhandene Deckungskapital abzüglich der Stornierungskosten verbleibt bis zum Ende der Ansparphase bei der Versicherungsgesellschaft⁷⁰. Die in dieser Zeitspanne anfallenden Kapitalerträge, die auf dem Versicherungskonto des Versicherungsnehmers gutgeschrieben werden, bleiben wie die bisherigen Zinsen steuerfrei.

Der Endwert der zum Zeitpunkt t_{BF} beitragsfrei gestellten Versicherung $BF_{a(t_{BF})} \Big|_{TF \wedge +}$ beträgt am Ende der Ansparphase a:

$$(7.7) \quad BF_{a(t_{BF})} \Big|_{TF \wedge +} = \begin{cases} BF_{t_{BF}} \Big|_{TF \wedge +} (1+r)^{a-t_{BF}} & ; t_{BF} \leq v_{a,r} \\ 0 & ; t_{BF} \leq v_{a,r} \\ RK_{t_{BF}} (1+r)^{a-t_{BF}} & ; v_{a,r} < t_{BF} < t_{a,r}^{KRK-} \\ TF_{t_{BF}} (1+r)^{a-t_{BF}} & ; t_{a,r}^{KRK-} \leq t_{BF} \end{cases}$$

Zu diesem Zeitpunkt hat der Versicherungsnehmer die Möglichkeit, sein Kapitalwahlrecht auszuüben.

Da der Versicherungsnehmer bei optimaler Ausübungspolitik sein Kapitalwahlrecht nicht in Anspruch nimmt, wird das Deckungskapital zum Zeitpunkt a in eine lebenslang zu leistende Rente umgewandelt. Leibrenten werden mit ihrem Ertragsanteil besteuert. Der mit den biometrischen Daten unterlegte erwartete Barwert $EA_{(t_{BF}),s} \Big|_{TF \wedge +}$ nach Steuern bei Verrentung des Deckungskapitals auf Lebenszeit beläuft sich wie folgt:

$$(7.8) \quad EA_{(t_{BF}),s} \Big|_{TF \wedge +} = \begin{cases} 0 & ; t_{BF} \leq v_{a,r} \\ EA_{(t_{BF}),s} = \frac{(1+r)^{a-t_{BF}}}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^a} RK_{t_{BF}} & \\ \sum_{t=a}^{T-1} \frac{x+t P_{x+a} (1-s_{RP} \mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \left(\sum_{t=a}^{T-1} \frac{x+t P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}} \right)^{-1} & ; v_{a,r} < t_{BF} < t_{a,r}^{KRK-} \\ TF_{(t_{BF}),s} = \frac{(1+r)^{a-t_{BF}}}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^a} TF_{t_{BF}} & \\ \sum_{t=a}^{T-1} \frac{x+t P_{x+a} (1-s_{RP} \mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \left(\sum_{t=a}^{T-1} \frac{x+t P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}} \right)^{-1} & ; t_{a,r}^{KRK-} \leq t_{BF} \end{cases}$$

Der Kapitalwert $KW_{(t_{BF}),s}^{BF,NA}$ nach Steuern der zum Zeitpunkt t_{BF} beitragsfrei gestellten Versicherung, deren Kapitalwahlrecht nicht ausgeübt wird, ist die Differenz aus dem Barwert der Versicherungsleistung und der geleisteten Prämien nach Steuern:

⁷⁰ Von der Möglichkeit der Beitragsfreistellung mit späterem Rückkauf wird abgesehen, weshalb die Stornowahrscheinlichkeit für einen im Zeitpunkt t(BF) beitragsfrei gestellten Versicherungsvertrag, der später im Zeitpunkt t(RK) rückgekauft wird, zu den im Zeitpunkt t(RK) rückgekauften Versicherungsverträge gerechnet wird. Die Möglichkeit des Versterbens des Versicherungsnehmers nach der Beitragsfreistellung wird aus Gründen der Wahrscheinlichkeit des Eintretens dieses Falles (vgl. Sterblichkeits- und Beitragsfreistellungswahrscheinlichkeiten) nicht in die Modellierung aufgenommen.

$$(7.9) \quad KW_{(t_{BF}),s}^{BF,NA} = EA_{(t_{BF}),s} \Big|_{TF \wedge +} - P_{(t_{BF}),s} = \begin{cases} -P_{(t_{BF}),s} & ; t_{BF} \leq v_{a,x,r} \\ EA_{(t_{BF}),s} - P_{(t_{BF}),s} & ; v_{a,r} < t_{BF} < t_{a,r}^{KRK-} \\ TF_{(t_{BF}),s} - P_{(t_{BF}),s} & ; t_{a,r}^{KRK-} \leq t_{BF} \end{cases}$$

Der Kapitalwert nach Steuern beträgt bei einheitlichem Steuersatz s unter Verwendung von (7.9) für ausgewählte Steuersätze:

Tabelle 7.1: Kapitalwert nach Steuern bei Beitragsfreistellung zum Zeitpunkt t_{BF} für einen Zinssatz von 5% in Abhängigkeit von einem einheitlichen Steuersatz in Anspar- und Rentenphase

t(BF),s	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
5	-4,55	-4,57	-4,59	-4,61	-4,63	-4,65	-4,67	-4,69	-4,72	-4,73
10	-3,70	-3,40	-3,08	-2,71	-2,31	-1,86	-1,36	-0,81	-0,21	0,12
15	-2,62	-2,07	-1,47	-0,80	-0,06	0,77	1,68	2,69	3,81	4,42
20	-1,77	-1,06	-0,27	0,61	1,59	2,67	3,87	5,21	6,69	7,48
25	-1,11	-0,29	0,63	1,65	2,78	4,03	5,43	6,98	8,70	9,63
30	-1,16	-0,32	0,62	1,66	2,83	4,13	5,57	7,17	8,95	9,91

Während der Ansparphase bestehen für den Versicherungsnehmer grundsätzlich Rückkauf und Beitragsfreistellung als Stornierungsmöglichkeiten zur Verfügung. Demnach drängt sich die Frage auf, welche von beiden Möglichkeiten die optimale Wahl des Versicherungsnehmers darstellt, falls er den Vertrag stornieren müsste.

Abbildung 7.2: Vergleich der Kapitalwerte nach Steuern pro Prämieinheit für Rückkauf und Beitragsfreistellung für ausgewählte Steuersätze in Abhängigkeit des Zeitpunktes der Stornierung unter Zugrundelegung eines Zinssatzes von 5%

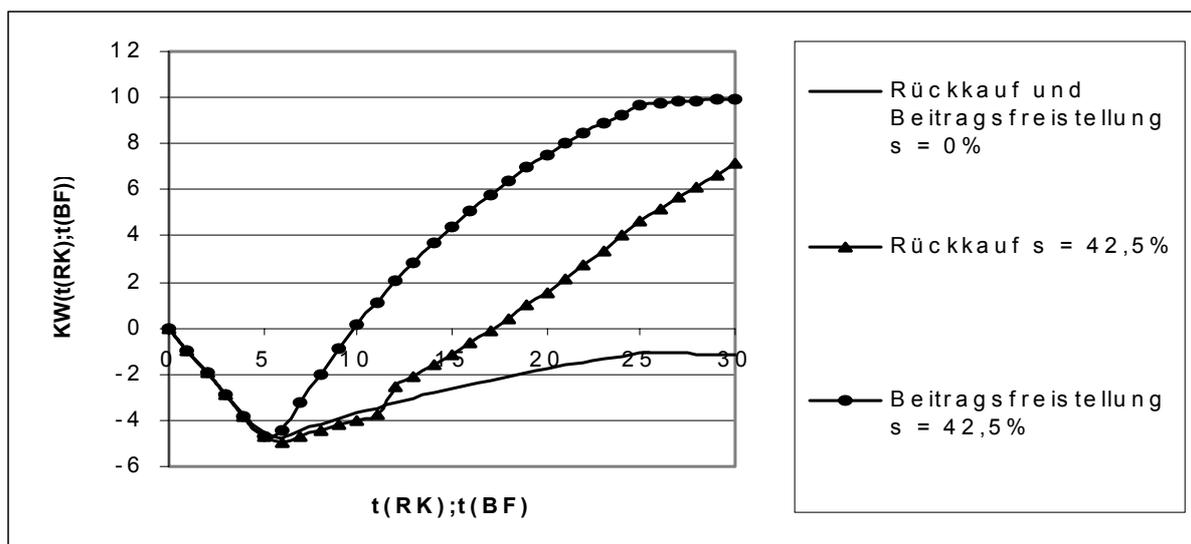


Abbildung 7.2 basiert auf einem Vergleich zwischen beiden Möglichkeiten der Stornierung des Versicherungsvertrages.

Vergleicht man Beitragsfreistellung und Rückkauf, so ist ab dem Zeitpunkt $v_{a,r} + 1$, der den frühesten Zeitpunkt mit nach Abzug der Stornierungskosten positivem Deckungskapital darstellt, die Beitragsfreistellung als Stornierungsmöglichkeit des Versicherungsvertrages zu

bevorzugen. Dies basiert auf zwei Gegebenheiten: Erstens induziert die Besteuerung eine Vorteilhaftigkeit der Beitragsfreistellung, weil das vorhandene Deckungskapital weiterhin mit steuerfreien Kapitalerträgen bis zum Ende der Laufzeit verzinst wird, während beim Rückkauf eine Verzinsung bis zum Ende der Laufzeit nur durch eine Investition in die festverzinsliche Anlage möglich ist, deren Erträge Einkünfte aus Kapitalvermögen darstellen. Zweitens hat der Versicherungsnehmer am Ende der Ansparphase die Möglichkeit, neben der Ausübung seines Kapitalwahlrechts, sein vorhandenes Deckungskapital in eine Leibrente umwandeln zu lassen. Die zum Zuge kommende Ertragsanteilsbesteuerung beinhaltet für den Versicherungsnehmer eine weitere Steigerung der Vorteilhaftigkeit der Beitragsfreistellung gegenüber dem Rückkauf.

Durch die Gewichtung der Kapitalwerte nach Steuern mit deren Eintrittswahrscheinlichkeiten, die vom Lebensalter des Versicherungsnehmers bei Vertragsabschluss x und von der Anspardauer a des Versicherungsvertrages abhängen, ergibt sich der erwartete Kapitalwert ${}_{(x,a)}EKW_s^{BF,NA}$ nach Steuern für den zum Zeitpunkt t_{BF} beitragsfrei gestellten Versicherungsvertrag, dessen Deckungskapital zum Zeitpunkt a in eine Leibrente umgewandelt wird, zu:

$$\begin{aligned}
(7.10) \quad {}_{(x,a)}EKW_s^{BF,NA} &= \sum_{t=0}^{a-1} \bar{p}_{x,a} \mathcal{G}_{x+t_{BF},a} KW_{(t_{BF}),s}^{BF,NA} = \sum_{t=0}^{a-1} \bar{p}_{x,a} \mathcal{G}_{x+t_{BF},a} \left(EA_{(t_{BF}),s} \Big|_{TF \wedge +} - P_{(t_{BF}),s} \right) \\
&= \sum_{t=0}^{v_{a,r}} \bar{p}_{x,a} \mathcal{G}_{x+t_{BF},a} \left(-P_{(t_{BF}),s} \right) + \sum_{v_{a,r}+1}^{t_{a,r}^{KRR}-1} \bar{p}_{x,a} \mathcal{G}_{x+t_{BF},a} \left(EA_{(t_{BF}),s} - P_{(t_{BF}),s} \right) \\
&\quad + \sum_{t_{a,r}^{KRR}-}^{a-1} \bar{p}_{x,a} \mathcal{G}_{x+t_{BF},a} \left(TF_{(t_{BF}),s} - P_{(t_{BF}),s} \right)
\end{aligned}$$

7.4 Erwarteter Kapitalwert bei Tod des Versicherungsnehmers in der Ansparphase

Um die Auswirkungen eines möglichen Versterbens in der Ansparphase auf die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung quantifizieren zu können, wird für jeden Zeitpunkt in der Ansparphase die Todesfalleistung und der ihr gegenüber stehende Wert der bis dahin einbezahlten Prämien ermittelt.

Die Todesfalleistung unter Abschlag von Ω nach Steuern wurde in (2.20) und (3.8) ermittelt. Der Todesfalleistung gegenüber stehen die bis dahin einbezahlten Prämien, welche bei Investierung in die festverzinsliche Anlage unter Berücksichtigung des Abschlages Ω zu einer Auszahlung in Höhe von:

$$(7.11) \quad P_{t_{TF},\Omega} = (1-\Omega)(1-\chi)P \left(\frac{\left((1+r(1-s_{AP}))^{t_{TF}} - 1 \right) (1+r(1-s_{AP}))}{r(1-s_{AP})} \right)$$

zum Zeitpunkt t_{TF} nach Steuern führen. Nun ist die kapitalisierte Differenz aus beiden alternativen Anlagemöglichkeiten nach Steuern zu bilden, um den Kapitalwert $KW_{(t(TF),\Omega),s}^{TF}$ nach Steuern für den Todesfall zum Zeitpunkt t_{TF} in der Ansparphase zu gewinnen.

$$\begin{aligned}
KW_{(t(TF)),\Omega,s}^{TF} &= \frac{TF_{t_{TF},\Omega} - P_{t_{TF},s,\Omega}}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{TF}}} \\
(7.12) \quad &= (1-\Omega)P(1+r(1-s_{AP}))^{-t_{TF}} \left[\frac{(1-\rho)\left((1+r)^{t_{TF}} - 1\right)(1+r)}{(1-\chi)r} - \frac{\left((1+r(1-s_{AP}))^{t_{TF}} - 1\right)(1+r(1-s_{AP}))}{r(1-s_{AP})} \right]
\end{aligned}$$

Für die Annahme $\Omega = 0$ ⁷¹ gelten unter Zugrundelegung des Standardfalles folgende Kapitalwerte in Abhängigkeit vom Steuersatz s:

Tabelle 7.2: Kapitalwerte nach Steuern pro Prämieeinheit für einen Versicherungsnehmer mit 30 Jahren Anspardauer in Abhängigkeit vom Steuersatz in der Anparphase unter Zugrundelegung eines Zinssatzes von 5%

t(TF),s	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
5	-0,33	-0,30	-0,27	-0,24	-0,21	-0,17	-0,14	-0,11	-0,07	-0,06
10	-0,59	-0,48	-0,38	-0,27	-0,16	-0,04	0,08	0,20	0,33	0,40
15	-0,79	-0,58	-0,36	-0,13	0,11	0,36	0,63	0,91	1,20	1,35
20	-0,94	-0,60	-0,24	0,15	0,57	1,01	1,48	1,98	2,51	2,79
25	-1,07	-0,57	-0,02	0,56	1,19	1,88	2,62	3,41	4,27	4,73
30	-1,16	-0,49	0,26	1,08	1,97	2,95	4,02	5,20	6,48	7,16

Wie aus Tabelle 7.2 zu entnehmen ist, können Todesfalleistungen sowohl negative als auch positive erwartete Kapitalwerte ausweisen. Ähnlich wie im Fall des Erlebens der Rentenphase beruhen die positiven Kapitalwerte auf der Steuerfreiheit der Kapitalerträge der Rentenversicherung. Diese wirkt sich insbesondere für höhere Steuersätze viel stärker als die erhöhten Kosten der Rentenversicherung aus. Auffallend ist, dass deshalb schon bei einem Steuersatz von 20% und einer Beitragszahlungsdauer von 15 Jahren der erwartete Kapitalwert nach Steuern positiv ist, d. h. der Steuerpflichtige müsste schon ein sehr niedriges zu versteuerndes Einkommen ausweisen, damit sich bei Analysierung des Todesfalls die alternative Anlage als günstigere Anlagemöglichkeit der beiden erweist⁷².

⁷¹ Dieser Wert für Ω wird in der Literatur implizit verwendet. Andere zulässige Werte von Ω bewirken ein Absinken des Betrages des Kapitalwerts nach Steuern. Der Begriff „Betrag“ wird im mathematischen Sinne verstanden.

⁷² Untersucht wird eine optimale Investitionsentscheidung, d. h. in welche Anlage sollte ein rational handelnder Investor investieren, gegeben die Bedingung, dass er investieren und nicht sofort konsumieren möchte.

Abbildung 7.3: Vergleich der Kapitalwerte nach Steuern pro Prämieinheit bei Rückkauf und Tod für ausgewählte Steuersätze in der Ansparphase unter Zugrundelegung einer Ansparphase von 30 Jahren und eines Zinssatzes von 5%

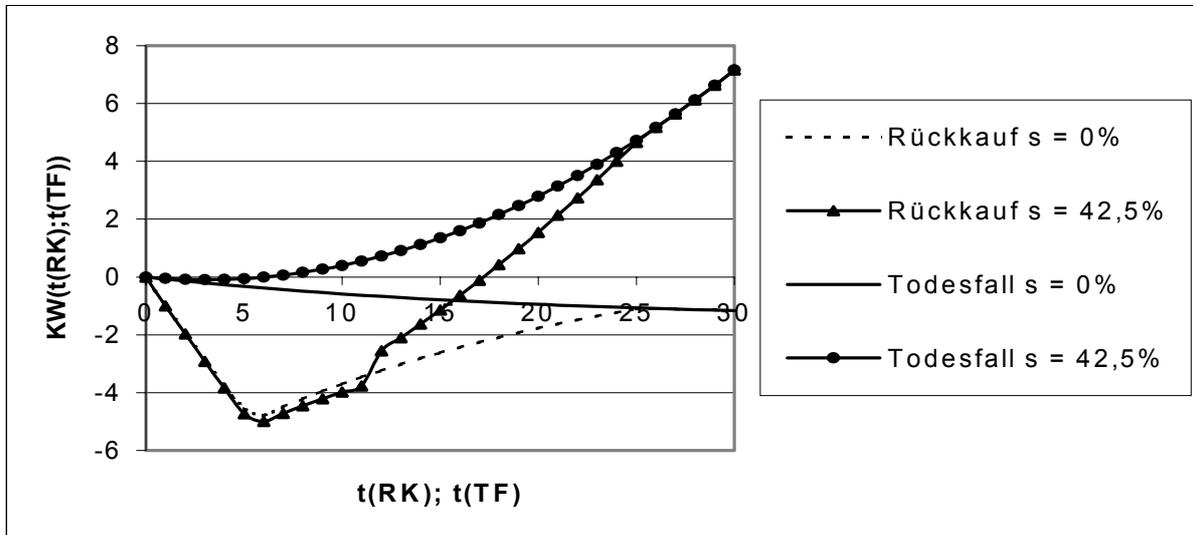


Abbildung 7.3 veranschaulicht das Verhältnis zwischen den Kapitalwerten nach Steuern für Rückkauf und Tod in der Ansparphase.

Bis zum Zeitpunkt $v_{a,r}$ und ab dem Zeitpunkt $t = 12$ bis $t_{a,r}^{KRK-}$ stellt die Differenz der jeweiligen Kurven, die mit demselben Steuersatz ermittelt wurden, die Höhe der kapitalisierten Kosten der Stornierung dar.

Innerhalb der steuerschädlichen Zeitspanne von $v_{a,r} + 1$ bis 11 beruht die unterschiedliche Höhe von Todesfalleistung und Rückkaufswert nach Steuern neben den Kosten der Stornierung auch auf der Besteuerung des Rückkaufswertes.

Mit dem Zeitpunkt $t_{a,r}^{KRK-} + 1 = 26$ werden die Kosten, die am riskierten Kapital bemessen werden, negativ, was de facto bedeutete, dass der Rückkaufswert die Todesfalleistung überstiege. Da die Angebote von Versicherungsverträgen für den Rückkauf maximal die Todesfalleistung vorsehen, entsprechen sich ab diesem Zeitpunkt die beiden Werte.

Um den erwarteten Kapitalwert nach Steuern für den Todesfall zu erlangen, werden die entsprechenden Kapitalwerte jeweils mit ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit gewichtet. Die Eintrittswahrscheinlichkeit des Versterbens in der Periode vom Zeitpunkt t_{TF} bis $t_{TF} + 1$ ist das Produkt aus der bis zum Sterbenszeitpunkt t_{TF} -periodischen Verbleibenswahrscheinlichkeit ${}_{x+t_{TF}}p_{x,a}$ im Vertrag und der, dem Todeszeitpunkt zugehörigen Sterbewahrscheinlichkeit $q_{x+t_{TF}}$.

Der erwartete Kapitalwert ${}_{(x,a)}EKW_{\Omega,s}^{TF}$ im Todesfall des Versicherungsnehmers in der Ansparphase ergibt sich unter Berücksichtigung aller möglichen Todeszeitpunkte in Abhängigkeit von x , Ω und a nach Steuern zu:

$$(7.13) \quad {}_{(x,a)}EKW_{\Omega,s}^{TF} = \sum_{t_{TF}=0}^{a-1} {}_{x+t_{TF}}p_{x,a} q_{x+t_{TF}} KW_{(t(TF)),\Omega,s}^{TF}$$

7.5 Erwarteter Kapitalwert nach Steuern der privaten Rentenversicherung

7.5.1 Unsicherheit ohne Stornierungsfall (Unsicherheit I)

Nun wird davon ausgegangen, dass sich der Versicherungsnehmer dem gesetzmäßigen Lebensprozess auch in der Ansparphase gegenüber sieht. Die Möglichkeit einer vorzeitigen Stornierung wird zunächst nicht berücksichtigt.

$$(7.14) \quad \bar{p}_x = p_x \quad \text{und somit auch} \quad \bar{p}_{x+t} = p_{x+t}$$

Die Beschränkung auf den Erlebens- und Todesfall ist für diejenigen Versicherungsnehmer von Interesse, welche davon ausgehen, dass sie ihren Vertrag mit Sicherheit nicht vorzeitig stornieren werden.

Der erwartete Kapitalwert unter Unsicherheit I für einen Versicherten ${}^I EKW_s^{PRV}$ ergibt sich in Abhängigkeit vom Alter des Versicherungsnehmers bei Vertragsabschluss und der Anspardauer durch Gewichtung der jeweiligen Kapitalwerte mit deren Eintrittswahrscheinlichkeiten zu:

$$(7.15) \quad \begin{aligned} {}^I EKW_s^{PRV} &= {}^I EKW_s^{DF,NA} + {}^I EKW_{\Omega,s}^{TF} \\ &= p_{x+a} KW_{(a),s}^{NA} + \sum_{t_{TF}=0}^{a-1} p_x q_{x+t_{TF}} KW_{(t_{TF}),\Omega,s} \end{aligned}$$

Der erwartete Kapitalwert der privaten Rentenversicherung unter Unsicherheit I beläuft sich bei einheitlichem Steuersatz für Anspar- und Rentenphase unter Gewichtung der bereits in den Kapiteln 6.3.2.1 und 7.4 illustrierten Kapitalwerte für den Standardfall und $\Omega = 0$ auf⁷³:

Tabelle 7.3: Erwarteter Kapitalwert nach Steuern unter Unsicherheit I für den Standardfall in Abhängigkeit vom Steuersatz

s	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
EKW(TF)	-0,05	-0,03	-0,01	0,02	0,05	0,08	0,11	0,14	0,18	0,20
EKW(RP)	-1,11	-0,31	0,59	1,59	2,70	3,94	5,31	6,84	8,54	9,45
EKW	-1,16	-0,34	0,58	1,61	2,75	4,01	5,42	6,98	8,72	9,65

Der erwartete Kapitalwert aus der Todesfallleistung ist im Verhältnis zum erwarteten Kapitalwert im Falle des Erreichens der Rentenphase gering. Dies resultiert aus der, gegenüber der Überlebenswahrscheinlichkeit bis zum Beginn der Rentenphase niedrig ausfallenden Wahrscheinlichkeit des Versterbens in der Ansparphase unter Zugrundelegung des Alters des Versicherungsnehmers bei Vertragsabschluss. Der Todesfall ist demnach insgesamt, unabhängig vom Wert Ω , für eine Analyse der privaten Rentenversicherung vernachlässigbar.

Der Kapitalwert nach Steuern unter Unsicherheit I ist durch den Kapitalwert unter Sicherheit approximativ gegeben.

⁷³ Die erwarteten Kapitalwerte unter Unsicherheit I für die fixierten Vertragsverhältnisse sind der Vollständigkeit halber im Anhang 5.2 angegeben.

Die private Rentenversicherung ist somit bei Berücksichtigung des möglichen Todesfalles in der Ansparphase weiterhin ein für Anleger vorteilhaftes Investment, sofern dieser nicht ein zu versteuerndes Einkommen innerhalb des Grundfreibetrags aufweist.

7.5.2 Unsicherheit mit Stornierungsfall (Unsicherheit II)

Der erwartete Kapitalwert ${}_{(x,a)}^{II}EKW_s^{PRV}$ nach Steuern unter Unsicherheit II in Abhängigkeit vom Alter des Versicherungsnehmers bei Vertragsabschluss und von der Laufzeit ist die Summe aus den erwarteten Kapitalwerten nach Steuern für die vier möglichen Ereignisse Durchhalten bis zum Ende der Ansparphase, Tod in der Ansparphase, Rückkauf sowie Beitragsfreistellung des Versicherungsvertrages, wobei, wie bereits erläutert wurde, die Nichtausübung des Kapitalwahlrechts die optimale Ausübungspolitik für den Versicherungsnehmer darstellt.

$$(7.16) \quad \begin{aligned} {}_{(x,a)}^{II}EKW_s^{PRV} &= {}_{(x,a)}^{II}EKW_s^{DF,NA} + {}_{(x,a)}^{II}EKW_{\Omega,s}^{TF} + {}_{(x,a)}^{II}EKW_s^{RK} + {}_{(x,a)}^{II}EKW_s^{BF,NA} \\ &+ \bar{p}_{x+a} P_{x,a} KW_{(a),s}^{NA} + \sum_{t_{TF}=0}^{a-1} \bar{p}_{x+t_{TF}} q_{x+t_{TF}} KW_{(t_{TF}),\Omega,s} + \\ &\sum_{t_{RK}=0}^{a-1} \bar{p}_{x+t_{RK}} \lambda_{x+t_{RK},a} KW_{(t_{RK}),s}^{RK} + \sum_{t=0}^{a-1} \bar{p}_{x+a} g_{x+t_{BF},a} KW_{(t_{BF}),s}^{BF,NA} \end{aligned}$$

Die Einbeziehung der Stornierungsmöglichkeit des Versicherungsvertrages erfordert die Unterlegung derselben mit einer realistischen Wahrscheinlichkeitsverteilung. Grundsätzlich ist diese für jeden Versicherungsnehmer getrennt zu veranschlagen⁷⁴. Um einen Anhaltspunkt zu erlangen, welchem erwarteten Kapitalwert nach Steuern der durchschnittliche Versicherte bei Abschluss einer privaten Rentenversicherung entgegen blickt, werden die von der DAV veröffentlichten empirischen Stornowahrscheinlichkeiten für den Rückkauf und der Beitragsfreistellung herangezogen⁷⁵.

Unter Verwendung dieser Stornowahrscheinlichkeiten beläuft sich der erwartete Kapitalwert nach Steuern bei einheitlichem Steuersatz von Anspar- und Rentenphase unter Zugrundelegung des Standardfalls wie folgt ($\Omega = 0$)⁷⁶:

Tabelle 7.4 Erwarteter Kapitalwert nach Steuern pro Prämieeinheit unter Unsicherheit II für den Standardfall in Abhängigkeit vom, für Anspar- und Rentenphase gültigen Steuersatz s

s	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
EKW(RP)	-0,22	-0,06	0,12	0,32	0,54	0,79	1,06	1,37	1,71	1,90
[EKW(TF)	-0,01	-0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,04]
EKW(RK)	-1,68	-1,65	-1,61	-1,58	-1,53	-1,49	-1,44	-1,38	-1,33	-1,29
EKW(BF)	-0,53	-0,51	-0,48	-0,46	-0,43	-0,40	-0,37	-0,33	-0,28	-0,26
EKW	-2,45	-2,23	-1,98	-1,71	-1,41	-1,08	-0,72	-0,31	0,14	0,38

Für den erwarteten Kapitalwert nach Steuern für einen Versicherungsnehmer, dessen Stornowahrscheinlichkeiten dem Durchschnitt der Versicherten entsprechen, ist eine Investition in eine private Rentenversicherung ex-ante bei unterstellter Risikoneutralität des Versicherten ab einem Steuersatz von 40% vorteilhaft. Die Ursache für den niedrigen

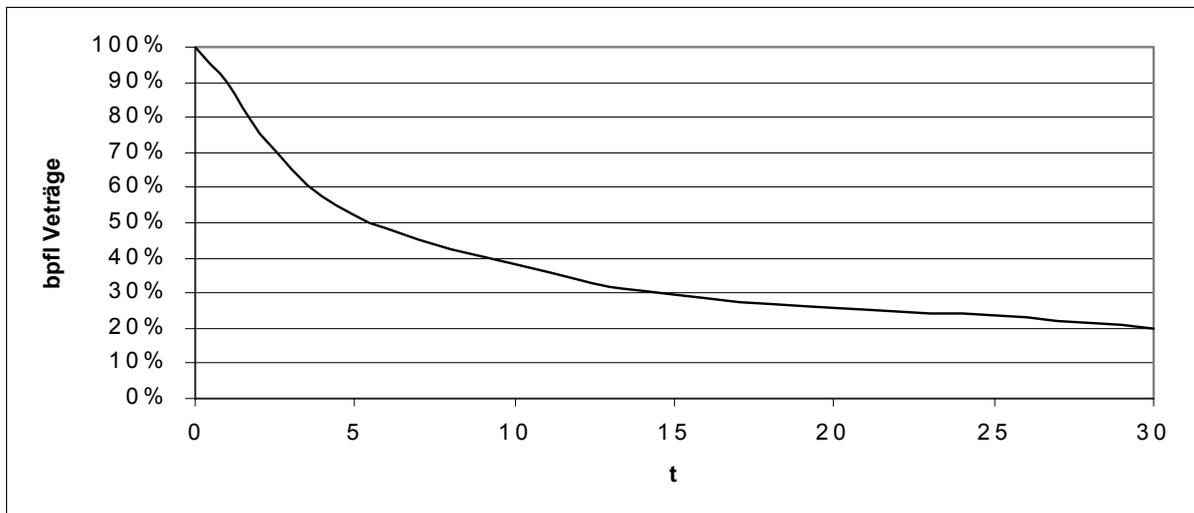
⁷⁴ Vgl. Gründl/Stehle/Waldow (2001), S. 6 und Niemann/Kiesewetter (2002), S. 35, die verschiedene Verläufe von Stornowahrscheinlichkeiten für die Kapitallebensversicherung zur Illustrierung verwenden.

⁷⁵ Diese sind im Anhang 4 aufgeführt.

⁷⁶ Zur Verdeutlichung, dass der Todesfall vernachlässigbar ist, wird er ein letztes Mal Ω berücksichtigt.

erwarteten Kapitalwert unter Unsicherheit II im Vergleich zu selbigem unter Unsicherheit I ist bei den hohen Stornowahrscheinlichkeiten zu finden.

Abbildung 7.4: Beitragspflichtige Verträge in % der Anzahl abgeschlossener Verträge unter Zugrundelegung der statistischen Stornowahrscheinlichkeiten für eine Anspardauer von 30 Jahren



Aus Abbildung 7.4 geht hervor, dass ungefähr 50% aller auf 30 Jahre neu abgeschlossenen Verträge bereits innerhalb der ersten fünf Jahre storniert werden, und dass nur 20% der Versicherungsnehmer die Vertragsverpflichtungen bis zum Ende der Ansparphase erfüllen. Daher liegt die Gewichtung beim erwarteten Kapitalwert nach Steuern primär auf den frühzeitig stornierten Versicherungsverträgen. Deshalb sind auch die erwarteten Kapitalwerte nach Steuern für Rückkauf und Beitragsfreistellung, unabhängig vom persönlichen Grenzsteuersatz des Anlegers, negativ, obwohl man bei Betrachtung der in Abbildung 7.1 illustrierten Kapitalwerte für einen Steuersatz von 42,5% vermuten könnte, dass auch der erwartete Kapitalwert nach Steuern auf jeden Fall positiv sein müsste. Höhere Steuersätze verbessern zwar aufgrund des breiteren Steuerkeils zwischen beiden alternativen Investitionsmöglichkeiten den erwarteten Kapitalwert nach Steuern, sie können aber die negativen Folgen der stark gewichteten frühzeitigen Stornierung nicht kompensieren.

Somit versprechen lange Anspardauern zwar hohe Kapitalwerte nach Steuern für den Durchhaltefall, allerdings erhöhen sie auch die Wahrscheinlichkeit einer frühzeitigen Stornierung des Vertrages.

Folglich sind kürzere Ansparphasen für Versicherungsverträge als die bisher beleuchteten 30 Jahre in Betracht zu ziehen.

Für andere Laufzeiten ergeben sich folgende erwartete Kapitalwerte nach Steuern unter Unsicherheit II.

Abbildung 7.5: Erwarteter Kapitalwert nach Steuern pro Prämieinheit unter Zugrundelegung der statistischen Stornowahrscheinlichkeiten für fixierte Vertragsverhältnisse und für einen Zinssatz von 5% in Abhängigkeit vom Steuersatz

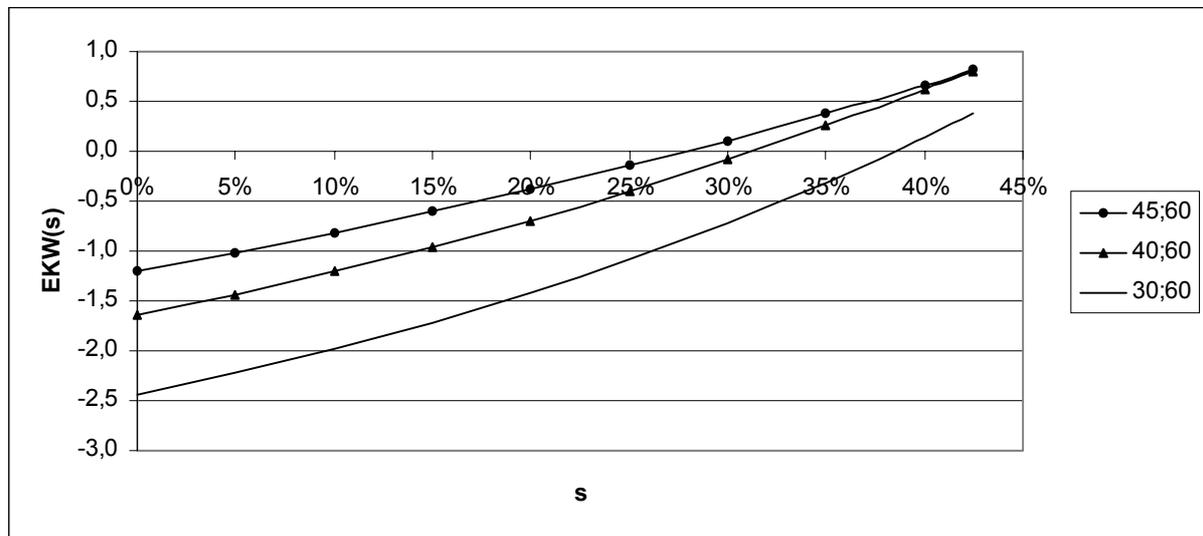


Abbildung 7.5 zeigt die Vorteilhaftigkeit von privaten Rentenversicherungen unter den getroffenen Annahmen für verschiedene Lebensalter bei Abschluss des Versicherungsvertrages und unterschiedlichen Ansparphasen auf. Durchschnittliche Versicherungsnehmer, die eine private Rentenversicherung im Hinblick auf ihren Ruhestand mit 60 abschließen, realisieren ex-ante die oben angeführten erwarteten Kapitalwerte nach Steuern.

Steuern verursachen einen Steuerkeil zwischen beiden Anlagemöglichkeiten zugunsten der privaten Rentenversicherung, weswegen eine Klientelbildung induziert wird.

Betrachtet man die verschiedenen Laufzeiten, so steigt der erwartete Kapitalwert nach Steuern mit sinkender Laufzeit⁷⁷. Die mit der abnehmenden Laufzeit verbundene abnehmende Stornowahrscheinlichkeit des Vertrages lässt zum einen die Anzahl der Verträge sinken, die frühzeitig storniert werden und zum anderen die Anzahl an Verträgen steigen, die bis zum Ende der Ansparphase erfüllt werden. Bei einer Laufzeit von 15 Jahren wird folglich die private Rentenversicherung, ex-ante betrachtet, bereits ab einem Steuersatz von ungefähr 25% vorteilhaft, während bei einer Anspardauer von 30 Jahren der Steuersatz bei 40% liegen muss, damit sich die private Rentenversicherung ex-ante als vorteilhafte Alternative erweist⁷⁸.

Vergleicht man die Anspardauern von 15 und 20 Jahren, so nähern sich beide erwarteten Kapitalwerte nach Steuern für einen Steuersatz von 42,5% an, bis sie nahezu identische Werte aufweisen. Die für den erwarteten Kapitalwert nach Steuern vorteilhafte Wirkung der Besteuerung gleicht somit die, auf der Stornierung der Verträge basierenden negativen Folgen aus.

Die Vorteilhaftigkeit einer privaten Rentenversicherung hängt demnach stark von den Faktoren Steuersatz und Stornowahrscheinlichkeit des Versicherungsvertrages ab. Da beide mit der Länge der Ansparphase positiv korreliert sind, wirken sich beide Faktoren

⁷⁷ Albrecht (2001), S. 16, gibt lediglich für eine Laufzeit von zwölf Jahren biometrische Renditen (vor Steuern) in Höhe von 6,73% für einen 40-jährigen und 6,38% für einen 53-jährigen an, die auf empirische Auswertungen von Kapitallebensversicherungsverträgen einer großen deutschen Versicherungsgesellschaft beruhen. Auch Gründl/Stehle/Waldow (2001) gehen bei ihrer empirischen Untersuchung von Kapitallebensversicherungen von einer Anspardauer von zwölf Jahren aus.

⁷⁸ Die verschiedenen Lebensalter, auf denen die Anspardauern basieren, ändern nichts an diesem Zusammenhang.

gegensätzlich aus. Somit ist für jede Kombination aus Steuersatz und subjektiver Wahrscheinlichkeit der Stornierung eine optimale Anspardauer zu ermitteln. Versicherungsnehmer, deren Stornowahrscheinlichkeiten einem durchschnittlichen Versicherten entsprechen, müssen im Sinne einer Kapitalwertmaximierung im Erwartungswert niedrige, aber über der steuerlich bedingten Sperrfrist von zwölf Jahren liegende Laufzeiten wählen und sollten zumindest über ein Steuersatz über 25% verfügen. Versicherungsnehmer, die der Überzeugung sind, dass ihre Stornowahrscheinlichkeiten niedriger als die durchschnittlichen sind, können durch den Vergleich der erwarteten Kapitalwerte nach Steuern unter Unsicherheit I und II die Vorteilhaftigkeit einer Investition in die private Rentenversicherung abschätzen.

8 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Im vorliegenden Beitrag wurde die Vorteilhaftigkeit einer aufgeschobenen Leibrentenversicherung untersucht. Im Mittelpunkt der Analyse standen zwei Faktoren: Die Besteuerung der privaten Rentenversicherung im Vergleich zu einer festverzinslichen Anlage und die Unsicherheit bezüglich des weiteren Lebensprozesses des Versicherten.

Als Kennzahl für die Vorteilhaftigkeit einer Investition bei sicherem Erreichen der Rentenphase wurde das Kapitalwertkriterium gewählt.

Die Einbeziehung der Unsicherheit bezüglich des Lebensprozesses des Versicherungsnehmers in der Ansparphase erfordert die Ermittlung der Kapitalwerte aller möglichen eintretenden Ereignisse zu jedem möglichen Zeitpunkt. Auf Basis dieser Kapitalwerte wird unter Gewichtung derselben mit ihren Eintrittswahrscheinlichkeiten der erwartete Kapitalwert nach Steuern ermittelt, welcher die Entscheidungsgrundlage für einen rational handelnden, risikoneutralen Investor darstellt.

Zunächst wurden hierfür die Zahlungsströme unter Sicherheit und unter Unsicherheit entwickelt. Besonderes Augenmerk wurde auf die Implementierung der Besteuerung gelegt. Um die Transparenz der privaten Rentenversicherung zu erhöhen, wurden die Ereignisse Stornierung, Tod und Erleben der Rentenphase getrennt analysiert. Rückkaufs- und Beitragsfreistellungswerte wurden auf Grundlage der von der DAV veröffentlichten Stornoabzüge systematisch ermittelt.

Um das Modell weiterhin möglichst nahe an der Empirie zu halten, wurde eine adäquate Kostenquote für private Rentenversicherungen durch die Analyse von Versicherungsangeboten berechnet.

Die Vorteilhaftigkeitsanalyse der privaten Rentenversicherung bei sicherem Erreichen der Rentenphase für einen Versicherten, dessen biometrischen Daten den durchschnittlichen der Versicherten entspricht, ermöglichte eine Messung der Wirkung der Besteuerung auf den Kapitalwert nach Steuern. Die Steuerfreiheit der Erträge und die bei optimaler Ausübungspolitik zum Zuge kommende Ertragsanteilsbesteuerung der Leibrente bewirken einen massiven Steuervorteil der privaten Rentenversicherung gegenüber der festverzinslichen Anlage, welcher besonders stark für ansteigende Laufzeiten ausfällt. Die Höhe der Differenz der Kapitalwerte nach Steuern für verschiedene Zins- und Grenzsteuersätze verdeutlichen den induzierten Klienteleffekt, welcher unter unsicherem Anlagezeitraum weiterhin besteht.

Für diesen wurden die erwarteten Kapitalwerte eines Versicherten analysiert. Für die erforderliche Wahrscheinlichkeitsverteilung wurde der gesetzliche Lebensprozess unterstellt, welcher anschließend durch Einbeziehung von empirischen Stornowahrscheinlichkeiten angepasst wurde. Der Stornierungsfall wurde getrennt für Rückkauf und Beitragsfreistellung analysiert, mit dem Ergebnis, dass der Beitragsfreistellung aufgrund der bis zum Ende der

Ansparphase steuerfrei anfallenden Erträge und der vorteilhaften Ertragsanteilsbesteuerung gegenüber dem Rückkauf der Vorzug zu geben ist.

Die nach den Ereignissen Tod in der Ansparphase und Erleben der Rentenphase aufgeschlüsselten erwarteten Kapitalwerte nach Steuern bei ausschließlicher Berücksichtigung des gesetzlichen Lebensprozesses ließen erkennen, dass die Einbeziehung des möglichen Todesfalles in der Ansparphase annähernd zu keiner Veränderung der Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung führt. Dies gilt unabhängig davon, welchen Disnutzen Ω der Erblasser aus dem, nicht für eigene Zwecke zur Verfügung stehenden Vermögen empfindet.

Die Einbeziehung des Stornierungsfalles unter Beachtung der statistischen Stornowahrscheinlichkeiten verschlechtert dagegen massiv die Vorteilhaftigkeit der privaten Rentenversicherung. Eine lange Anspardauer ermöglicht zwar einen ausgeprägten Steuervorteil, der durch die Steuerfreiheit der Erträge induziert wird, allerdings sinkt gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit, dass der Versicherte den Vertrag bis zum Ende der Ansparphase erfüllt. Mit zunehmender Anspardauer wird die Gewichtung auf die frühzeitig stornierten Verträge gelegt. Durchschnittliche Versicherungsnehmer sollten daher langfristige Engagements in privaten Rentenversicherungen trotz des massiven steuerlichen Anreizes meiden. Der potentielle Versicherungsnehmer sollte sich vor einer Investition eingehend mit seinen subjektiven Stornowahrscheinlichkeiten beschäftigen, die er seiner Investitionsentscheidung zugrunde legt, weil ihnen, wie die extremen Unterschiede zwischen dem erwarteten Kapitalwert ohne und mit Berücksichtigung des Stornierungsfalls anzeigen, eine enorme Bedeutung zukommt.

Anhang

Anhang 1: Ausgewählte Herleitungen von Formeln

Die Zwischenschritte der im Beitrag vorzufindenden Formeln sind entsprechend ihrer Nummerierung angeführt.

$$\begin{aligned}
 RK_{t_{RK}} &= DK_{t_{RK}} - KRK_{t_{RK}} \\
 &= (1-\rho)P \frac{((1+r)^{t_{RK}} - 1)(1+r)}{r} \\
 (2.13) \quad &- \psi_{x,a} (1-\rho)P \left[\frac{((1+r_{gar})^a - 1)(1+r_{gar})}{r_{gar}} - \frac{((1+r)^{t_{RK}} - 1)(1+r)}{r} \right] \\
 &= (1-\rho)P \left[(1+\psi_{x,a}) \frac{((1+r)^{t_{RK}} - 1)(1+r)}{r} - \psi_{x,a} \frac{((1+r_{gar})^a - 1)(1+r_{gar})}{r_{gar}} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 KW_{(t_{TF},s)}^{NA} &= A_{(t_{TF},s)} - P_{(a),s} \\
 &= \frac{A}{(1-\chi)} \left[\sum_{t=a}^{t_{TF}} \frac{(1-s_{RP}\mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}(1+r(1-s_{AP}))^a} \right] - P \left(\frac{((1+r(1-s_{AP}))^a - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{(1+r(1-s_{AP}))^a r(1-s_{AP})} \right) \\
 (6.5) \quad &= P \frac{(1-\rho)}{(1-\chi)} \left(\frac{((1+r)^a - 1)(1+r)}{r} \right) (1+r(1-s_{AP}))^{-a} \left(\sum_{t=a}^{T-1} \frac{P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}} \right)^{-1} \sum_{t=a}^{t_{TF}} \frac{(1-s_{RP}\mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \\
 &\quad - P \left(\frac{((1+r(1-s_{AP}))^a - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{(1+r(1-s_{AP}))^a r(1-s_{AP})} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 KW_{(a),s}^{NA} &= EA_{(a),s} - P_{(a),s} \\
 &= \frac{A}{(1-\chi)} (1+r(1-s_{AP}))^{-a} \sum_{t=a}^{T-1} \frac{P_{x+a} (1-s_{RP}\mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \\
 (6.7) \quad &- P \left(\frac{((1+r(1-s_{AP}))^a - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{(1+r(1-s_{AP}))^a r(1-s_{AP})} \right) \\
 &= P(1+r(1-s_{AP}))^{-a} \\
 &\quad \left[\frac{(1-\rho)}{(1-\chi)} \frac{((1+r)^a - 1)(1+r)}{r} \sum_{t=a}^{T-1} \frac{P_{x+a} (1-s_{RP}\mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \left(\sum_{t=a}^{T-1} \frac{P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}} \right)^{-1} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{((1+r(1-s_{AP}))^a - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{r(1-s_{AP})} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(7.5) \quad \frac{(RK_{t_{RK},s} - P_{t_{RK},s})}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} &= \frac{(1-\rho)P \left[(1+\psi_{x,a}) \frac{((1+r)^{t_{RK}} - 1)(1+r)}{r} - \psi_{x,a} \frac{((1+r_{gar})^a - 1)(1+r_{gar})}{r_{gar}} \right]}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} \\
&- \frac{(1-\chi)P \frac{((1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}} - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{r}}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}}} \\
&= P(1+r(1-s_{AP}))^{-t_{RK}} \left[\frac{(1-\rho)(1+\psi_{x,a}) \frac{((1+r)^{t_{RK}} - 1)(1+r)}{r} - \frac{((1+r(1-s_{AP}))^{t_{RK}} - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{r}}{(1-\chi)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{(1-\rho) \frac{((1+r_{gar})^a - 1)(1+r_{gar})}{r_{gar}}}{(1-\chi) \psi_{x,a}} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(7.9) \quad KW_{(t_{BF},s)}^{BF,NA} &= EA_{(t_{BF},s)} \Big|_{TF \wedge +} - P_{(t_{BF},s)} = \begin{cases} -P_{(t_{BF},s)} & ; t_{BF} \leq v_{a,r} \\ EA_{(t_{BF},s)} - P_{(t_{BF},s)} & ; v_{a,r} < t_{BF} < t_{a,r}^{KRK-} \\ TF_{(t_{BF},s)} - P_{(t_{BF},s)} & ; t_{a,r}^{KRK-} \leq t_{BF} \end{cases} \\
&= \begin{cases} -P \left(\frac{((1+r(1-s_{AP}))^{t_{BF}} - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{(1+r(1-s_{AP}))^{t_{BF}} r(1-s_{AP})} \right) & ; t_{BF} \leq v_{a,r} \\ \frac{(1+r)^{a-t_{BF}}}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^a} RK_{t_{BF}} \sum_{t=a}^{T-1} \frac{x+t P_{x+a} (1-s_{RP} \mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \left(\sum_{t=a}^{T-1} \frac{x+t P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}} \right)^{-1} & ; v_{a,r} < t_{BF} < t_{a,r}^{KRK-} \\ -P \left(\frac{((1+r(1-s_{AP}))^{t_{BF}} - 1)(1+r(1-s_{AP}))}{(1+r(1-s_{AP}))^{t_{BF}} r(1-s_{AP})} \right) & ; t_{a,r}^{KRK-} \leq t_{BF} \\ \frac{(1+r)^{a-t_{BF}}}{(1-\chi)(1+r(1-s_{AP}))^a} TF_{t_{BF}} \sum_{t=a}^{T-1} \frac{x+t P_{x+a} (1-s_{RP} \mathcal{E}_{x+a})}{(1+r(1-s_{RP}))^{t-a}} \left(\sum_{t=a}^{T-1} \frac{x+t P_{x+a}}{(1+r)^{t-a}} \right)^{-1} & \end{cases}
\end{aligned}$$

Anhang 2: Eingeholte Angebote von privaten Rentenversicherungen

Die nachfolgende Tabelle weist Angebote für private Rentenversicherungen mit einem Vertragsabschluss zum 01.01.2003 für einen am 01.01.1973 geborenen, männlichen Versicherten sowie einer Laufzeit und Beitragszahlungsdauer von 30 Jahren. Die Prämienhöhe beträgt 1000 Einheiten und wird jährlich vorschüssig geleistet. Die garantierte Rente wird monatlich vorschüssig geleistet. Die Verträge sind nach der Höhe der garantierten Abfindung in absteigender Reihenfolge sortiert.

Die Kostenquoten beruhen auf eigene Berechnungen.

Verträge mit anderen Geburtsdaten und Anspardauern, die in diesem Beitrag ebenfalls untersucht werden, weisen ungefähr dieselben Kostenquoten aus.

Nr.	garantierte Abfindung	garantierte Rente	Kostenquote	gesamte Abfindung	Ablaufrendite
1	48832	227	0,05	83125	5,96%
2	48269	223	0,06	78176	5,62%
3	47382	220	0,07	54140	3,58%
4	47232	219	0,08	68286	4,88%
5	47026	217	0,08	77465	5,57%
6	46951	218	0,08	102554	7,08%
7	46826	217	0,08	72392	5,20%
8	46707	217	0,09	66572	4,74%
9	46453	215	0,09	83635	5,99%
10	46126	214	0,10	66355	4,72%
11	46092	214	0,10	63788	4,50%
12	44954	208	0,12	53839	3,54%
13	44941	208	0,12	54268	3,59%
14	44899	208	0,12	64291	4,55%
15	44811	209	0,12	67276	4,80%
16	44693	207	0,13	82217	5,90%
17	44680	207	0,13	82797	5,94%
18	44647	207	0,13	83003	5,95%
19	44589	207	0,13	63982	4,52%
20	44587	207	0,13	69183	4,95%
21	44435	206	0,13	69178	4,95%
22	44321	205	0,13	62822	4,42%
23	44306	205	0,13	73968	5,32%
24	44247	205	0,14	83367	5,97%
25	44215	205	0,14	89925	6,38%
26	44162	205	0,14	81339	5,84%
27	44037	204	0,14	64680	4,58%
28	44000	204	0,14	80922	5,81%
29	44000	204	0,14	69620	4,99%
30	43978	201	0,14	58484	4,02%
31	43814	203	0,14	53295	3,49%
32	43779	201	0,14	83735	6,00%
33	43729	202	0,15	64261	4,54%
34	43475	201	0,15	52940	3,45%
35	43327	201	0,15	43327	2,28%
36	43252	201	0,15	83894	6,01%
37	43006	200	0,16	86148	6,15%
38	42992	199	0,16	86087	6,15%
39	42742	198	0,16	68059	4,86%
40	42641	198	0,17	86400	6,16%

Quelle: Hoesch + Partner Versicherungsmakler, Eigene Berechnungen

Anhang 3: Rückkaufswerte der privaten Rentenversicherung

Die folgenden Rückkaufswerte basieren auf den, von der DAV empfohlenen Stornierungsabzügen. Es wurde für die Berechnung eine Prämienhöhe von einer Einheit festgelegt.

a = 15			
t(RK)	3,25%	5%	7%
1	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00
3	0,24	0,36	0,50
4	1,45	1,65	1,89
5	2,69	3,01	3,38
6	3,98	4,43	4,97
7	5,31	5,92	6,67
8	6,68	7,49	8,50
9	8,09	9,13	10,45
10	9,55	10,86	12,54
11	11,06	12,68	14,77
12	12,62	14,58	17,16
13	14,23	16,58	19,40
14	15,89	18,52	21,72
15	17,60	20,39	24,20

a = 20			
t(RK)	3,25%	5%	7%
1	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00
4	0,34	0,54	0,78
5	1,57	1,88	2,25
6	2,84	3,28	3,82
7	4,15	4,76	5,50
8	5,50	6,30	7,30
9	6,90	7,93	9,23
10	8,34	9,63	11,29
11	9,83	11,43	13,49
12	11,37	13,31	15,85
13	12,96	15,28	18,38
14	14,60	17,36	21,08
15	16,29	19,54	23,97
16	18,04	21,82	26,86
17	19,84	24,22	29,70
18	21,70	26,59	32,74
19	23,63	28,86	36,00
20	25,61	31,25	39,48

a = 30			
t(RK)	3,25%	5%	7%
1	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00
6	0,29	0,72	1,25
7	1,58	2,17	2,90
8	2,91	3,69	4,67
9	4,28	5,29	6,57
10	5,70	6,97	8,59
11	7,16	8,73	10,76
12	8,67	10,58	13,08
13	10,23	12,52	15,56
14	11,84	14,56	18,21
15	13,51	16,70	21,05
16	15,23	18,95	24,09
17	17,00	21,31	27,35
18	18,83	23,78	30,83
19	20,72	26,38	34,55
20	22,67	29,12	38,53
21	24,69	31,99	42,80
22	26,77	35,00	47,19
23	28,92	38,16	51,46
24	31,14	41,48	56,02
25	33,43	44,97	60,91
26	35,79	48,30	66,14
27	38,23	51,66	71,73
28	40,75	55,19	77,71
29	43,36	58,89	84,11
30	46,04	62,78	90,97

Quelle: DAV-Mitteilung Nr. 6, Eigene Berechnungen

Anhang 4 : Stornowahrscheinlichkeiten für private Rentenversicherungen

Die Werte in den folgenden Tabellen basieren auf den entsprechenden Werten, die im Jahr 1992 im Bestand einer großen deutschen Lebensversicherungsgesellschaft gemessen wurden und zwar bezogen auf die Vertragsstückzahl⁷⁹.

Um marktdurchschnittliche Aussagen über die Stornoquoten zu erhalten, wurden die für diese Gesellschaft erhobenen Werte mit dem Verhältnis der unternehmensspezifischen Stornoquote zur marktdurchschnittlichen Stornoquote gewichtet. Diese Stornowahrscheinlichkeiten legt die DAV auch bei Berechnung von Stornoabzügen bei Rentenversicherungen zugrunde⁸⁰.

Legende:

sx	=	Storno beitragspflichtiger Versicherungen in % des Periodenbestandes
Anz sx	=	Anzahl stornierter Verträge
bsx	=	Storno beitragsfreier Versicherungen in % des Periodenbestandes
bx	=	Beitragsfreistellungswahrscheinlichkeit in % des Periodenbestandes
Anz bx	=	Anzahl beitragsfrei gestellter Verträge
beitragspflichtig	=	Anzahl am Ende der Periode noch beitragspflichtiger Verträge

Laufzeit 15 Jahre

Jahr	sx	Anz sx	bsx	Anz bsx	Anz sx+bsx	bx	Anz bx	Anz bx-bsx	beitragspflichtig	sx+bsx	bx-bsx
0									100		
1	2,98	2,98	0,00	0,00	2,98	0,20	0,20	0,20	96,82	2,98	0,20
2	5,76	5,58	22,96	0,05	5,62	3,66	3,54	3,49	87,70	5,81	3,61
3	4,76	4,17	22,02	0,78	4,95	2,77	2,43	1,65	81,10	5,65	1,88
4	3,66	2,97	20,87	0,51	3,47	1,91	1,55	1,04	76,58	4,28	1,29
5	2,61	2,00	19,49	0,30	2,30	1,41	1,08	0,77	73,51	3,00	1,01
6	2,09	1,54	17,90	0,19	1,73	1,13	0,83	0,64	71,14	2,36	0,86
7	2,08	1,48	16,09	0,13	1,61	0,96	0,68	0,55	68,98	2,26	0,77
8	2,03	1,40	14,06	0,10	1,50	0,85	0,58	0,49	66,99	2,17	0,71
9	1,78	1,19	11,82	0,07	1,26	0,74	0,50	0,43	65,30	1,88	0,64
10	1,41	0,92	9,36	0,05	0,97	0,56	0,37	0,32	64,01	1,48	0,49
11	1,34	0,85	6,68	0,02	0,88	0,52	0,33	0,31	62,83	1,37	0,48
12	1,11	0,70	3,79	0,01	0,71	0,45	0,28	0,27	61,85	1,13	0,43
13	2,66	1,64	9,30	0,03	1,67	0,44	0,27	0,25	59,93	2,70	0,40
14	2,80	1,68	5,57	0,02	1,69	0,40	0,24	0,22	58,02	2,82	0,37
15	5,17	3,00	4,00	0,01	3,01	0,21	0,12	0,11	54,90	5,19	0,19
		32,10		2,26	34,36		13,00	10,74			

⁷⁹ Vgl. DAV-Mitteilung Nr. 5, Anlage 2.

⁸⁰ Vgl. DAV-Mitteilung Nr. 6.

Laufzeit 20 Jahre

Jahr	sx	Anz sx	bsx	Anz bsx	Anz sx+bsx	bx	Anz bx	Anz bx-bsx	beitragspflichtig	sx+bsx	bx-bsx
0									100		
1	5,80	5,80	0,00	0,00	5,80	0,09	0,09	0,09	94,11	5,80	0,09
2	6,93	6,52	20,32	0,02	6,54	3,70	3,48	3,46	84,11	6,95	3,68
3	5,67	4,77	20,80	0,72	5,49	3,05	2,57	1,84	76,77	6,53	2,19
4	4,78	3,67	20,83	0,53	4,20	2,42	1,86	1,32	71,25	5,47	1,72
5	4,35	3,10	20,42	0,38	3,48	1,88	1,34	0,96	66,81	4,89	1,34
6	4,19	2,80	19,57	0,26	3,06	1,47	0,98	0,72	63,03	4,58	1,08
7	3,73	2,35	18,28	0,18	2,53	1,21	0,76	0,58	59,91	4,02	0,93
8	3,28	1,96	16,54	0,13	2,09	1,00	0,60	0,48	57,35	3,49	0,79
9	2,96	1,69	14,37	0,09	1,78	0,90	0,52	0,43	55,13	3,11	0,75
10	2,69	1,48	11,75	0,06	1,54	0,83	0,46	0,40	53,20	2,80	0,72
11	2,43	1,29	8,68	0,04	1,33	0,83	0,44	0,40	51,46	2,50	0,75
12	2,08	1,07	5,18	0,02	1,10	0,68	0,35	0,33	50,04	2,13	0,64
13	2,57	1,29	13,38	0,05	1,33	0,62	0,31	0,26	48,45	2,66	0,52
14	2,34	1,13	8,31	0,03	1,16	0,60	0,29	0,26	47,02	2,39	0,54
15	2,33	1,09	7,35	0,02	1,12	0,53	0,25	0,23	45,68	2,37	0,48
16	2,31	1,06	6,06	0,02	1,07	0,34	0,15	0,14	44,47	2,34	0,31
17	2,27	1,01	4,72	0,01	1,02	0,19	0,09	0,08	43,38	2,29	0,18
18	2,23	0,97	4,00	0,00	0,97	0,17	0,07	0,07	42,34	2,24	0,16
19	2,18	0,92	3,94	0,00	0,93	0,17	0,07	0,07	41,34	2,19	0,16
20	3,08	1,27	4,13	0,00	1,28	0,12	0,05	0,05	40,02	3,09	0,11
		45,26		2,56	47,82		14,73	12,17			

Laufzeit 30 Jahre

Jahr	sx	Anz sx	bsx	Anz bsx	Anz sx+bsx	bx	Anz bx	Anz bx-bsx	beitragspflichtig	sx+bsx	bx-bsx
0									100		
1	10,10	10,10	0,00	0,00	10,10	0,03	0,03	0,03	89,87	10,10	0,03
2	10,93	9,82	14,04	0,00	9,83	5,35	4,81	4,80	75,24	10,93	5,35
3	9,05	6,81	16,54	0,80	7,60	4,78	3,60	2,80	64,83	10,11	3,72
4	7,36	4,77	18,32	0,66	5,43	3,81	2,47	1,81	57,59	8,38	2,79
5	6,00	3,46	19,37	0,48	3,93	3,03	1,75	1,27	52,39	6,83	2,20
6	5,05	2,65	19,71	0,34	2,99	2,45	1,28	0,94	48,46	5,71	1,79
7	4,41	2,14	19,33	0,25	2,39	2,05	0,99	0,75	45,33	4,92	1,54
8	4,07	1,84	18,23	0,18	2,03	1,82	0,83	0,64	42,66	4,47	1,42
9	3,97	1,69	16,40	0,14	1,83	1,74	0,74	0,61	40,23	4,29	1,42
10	3,97	1,60	13,86	0,10	1,70	1,71	0,69	0,58	37,94	4,23	1,45
11	3,93	1,49	10,60	0,07	1,56	1,63	0,62	0,55	35,83	4,12	1,44
12	3,79	1,36	6,62	0,04	1,40	1,46	0,52	0,48	33,95	3,90	1,35
13	4,57	1,55	22,93	0,12	1,67	1,25	0,42	0,30	31,97	4,92	0,90
14	2,93	0,94	10,37	0,04	0,98	1,06	0,34	0,29	30,70	3,07	0,92
15	2,84	0,87	10,12	0,03	0,91	0,91	0,28	0,25	29,55	2,95	0,80
16	2,67	0,79	9,71	0,03	0,82	0,77	0,23	0,20	28,53	2,76	0,68
17	2,40	0,68	9,10	0,02	0,71	0,64	0,18	0,16	27,66	2,47	0,57
18	2,08	0,58	8,25	0,02	0,59	0,52	0,14	0,13	26,94	2,13	0,47
19	1,86	0,50	7,30	0,01	0,51	0,43	0,12	0,11	26,33	1,90	0,39
20	1,73	0,46	6,26	0,01	0,46	0,37	0,10	0,09	25,77	1,76	0,34
21	1,66	0,43	5,12	0,00	0,43	0,32	0,08	0,08	25,26	1,68	0,30
22	1,57	0,40	3,95	0,00	0,40	0,28	0,07	0,07	24,80	1,58	0,27
23	1,43	0,35	2,39	0,00	0,36	0,23	0,06	0,06	24,38	1,44	0,22
24	1,47	0,36	2,39	0,00	0,36	0,21	0,05	0,05	23,98	1,48	0,20
25	1,81	0,43	2,39	0,00	0,44	0,20	0,05	0,05	23,49	1,82	0,19
26	2,40	0,56	2,39	0,00	0,56	0,19	0,04	0,04	22,88	2,40	0,19
27	3,01	0,69	2,16	0,00	0,69	0,17	0,04	0,04	22,16	3,01	0,17
28	3,05	0,68	2,16	0,00	0,68	0,15	0,03	0,03	21,45	3,05	0,15
29	3,05	0,65	2,16	0,00	0,65	0,15	0,03	0,03	20,76	3,05	0,15
30	3,05	0,63	2,16	0,00	0,63	0,15	0,03	0,03	20,10	3,05	0,15
		59,28		3,36	62,64		20,62	17,27			

Anhang 5: Ausgewählte Beispielrechnungen

5.1 Kapitalwert unter Sicherheit

$x; x+a, s$	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
45;60	-0,79	-0,48	-0,15	0,20	0,57	0,97	1,40	1,86	2,34	2,60
40;60	-0,94	-0,48	0,03	0,57	1,17	1,81	2,50	3,26	4,07	4,51
30;60	-1,16	-0,32	0,62	1,66	2,83	4,13	5,57	7,17	8,95	9,91

5.2 Erwarteter Kapitalwert unter Unsicherheit I

$x; x+a = 45;60$

s	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
EKW(TF)	-0,02	-0,02	-0,01	-0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02
EKW(RP)	-0,75	-0,46	-0,15	0,19	0,54	0,93	1,33	1,77	2,24	2,48
EKW	-0,77	-0,48	-0,16	0,18	0,54	0,93	1,34	1,78	2,26	2,50

$x; x+a = 40;60$

s	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
EKW(TF)	-0,03	-0,02	-0,01	-0,01	0,00	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
EKW(RP)	-0,90	-0,46	0,02	0,55	1,11	1,72	2,38	3,10	3,88	4,29
EKW	-0,93	-0,48	0,01	0,54	1,12	1,74	2,41	3,14	3,93	4,35

$x; x+a = 30;60$

s	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
EKW(TF)	-0,05	-0,03	-0,01	0,02	0,05	0,08	0,11	0,14	0,18	0,20
EKW(RP)	-1,11	-0,31	0,59	1,59	2,70	3,94	5,31	6,84	8,54	9,45
EKW	-1,16	-0,34	0,58	1,61	2,75	4,01	5,42	6,98	8,72	9,65

5.3 Erwartete Kapitalwerte nach Steuern unter Unsicherheit II

$x; x+a = 45;60$

s	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
EKW(RP)	-0,41	-0,25	-0,08	0,10	0,30	0,51	0,73	0,97	1,23	1,36
EKW(TF)	-0,02	-0,01	-0,01	-0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
EKW(RK)	-0,57	-0,56	-0,54	-0,53	-0,52	-0,50	-0,49	-0,47	-0,46	-0,45
EKW(BF)	-0,20	-0,19	-0,18	-0,17	-0,16	-0,15	-0,14	-0,13	-0,11	-0,11
EKW	-1,20	-1,01	-0,82	-0,61	-0,38	-0,15	0,11	0,38	0,67	0,82

$x; x+a = 40;60$

s	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
EKW(RP)	-0,36	-0,18	0,01	0,22	0,44	0,69	0,95	1,24	1,55	1,71
EKW(TF)	-0,02	-0,01	-0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03
EKW(RK)	-0,99	-0,97	-0,95	-0,93	-0,91	-0,89	-0,86	-0,83	-0,81	-0,79
EKW(BF)	-0,28	-0,27	-0,26	-0,24	-0,23	-0,21	-0,19	-0,17	-0,15	-0,14
EKW	-1,65	-1,44	-1,21	-0,96	-0,69	-0,40	-0,09	0,25	0,62	0,81

$x; x+a = 30;60$

s	0%	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	42,5%
EKW(RP)	-0,22	-0,06	0,12	0,32	0,54	0,79	1,06	1,37	1,71	1,90
EKW(TF)	-0,01	-0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,04
EKW(RK)	-1,68	-1,65	-1,61	-1,58	-1,53	-1,49	-1,44	-1,38	-1,33	-1,29
EKW(BF)	-0,53	-0,51	-0,48	-0,46	-0,43	-0,40	-0,37	-0,33	-0,28	-0,26
EKW	-2,45	-2,23	-1,98	-1,71	-1,41	-1,08	-0,72	-0,31	0,14	0,38

Literaturverzeichnis

- Adams, Michael** (1997): „Die Kapitallebensversicherung als Anlegerschädigung“, Zeitschrift für Wirtschaftsrecht, S. 1857-1869.
- Adams, Michael** (1999): „Nochmals: Die Kapitallebensversicherung als Anlegerschädigung!“, Zeitschrift für Wirtschaftsrecht, S. 1386-1388.
- Albrecht, Peter** (2001): „Zur systematischen Leistungsbeurteilung von Kapitallebensversicherungsverträgen unter Performance- und Risikoaspekten“, Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft – Nr. 129.
- Albrecht, Peter, Göbel, Thorsten** (2000): „Rentenversicherung vs. Fondsentnahmepläne, oder: Wie groß ist die Gefahr, den Verzehr des eigenen Vermögens zu überleben?“, Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft: verfügbar unter [http:// www.bwl.uni-mannheim.de/Albrecht/downl_extern](http://www.bwl.uni-mannheim.de/Albrecht/downl_extern).
- Albrecht, Peter, Maurer, Raimond** (2002): “Self- Annuitization, Consumption Shortfall in Retirement and Asset Allocation: The Annuity Benchmark”, Pension Research Council Working Paper 2002 – 6. Wharton School. Philadelphia, PA.
- Albrecht, Peter, Maurer, Raimond, Schradin, Heinrich R.** (1998): „Die Kapitallebensversicherung als Anlegerschädigung? Anmerkung zu einem Beitrag von M. Adams unter aktuariellen und ökonomischen Gesichtspunkten“, Mannheimer Manuskripte zu Versicherungsbetriebslehre, Finanzmanagement und Risikotheorie – Nr. 109.
- Blaesius, Stefan** (1988): „Zur Rentabilität von Lebensversicherungen – Helmut Diederich zum 60. Geburtstag“, Zeitschrift für Betriebswirtschaft, S. 708-723.
- Brown, Jeffrey R.** (2002): ”Redistribution and Insurance: Mandatory Annuitization with Mortality Heterogeneity”, Discussion Paper PI- 0204, Birkbeck College, University of London.
- Brunsbach, Stefan, Lang, Oliver** (1998): „Steuervorteile und die Rendite des Lebensversicherungssparens“, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, S. 185-213.
- Deutsche Aktuarvereinigung e.V. (Hrsg.)**, Diverse Mitteilungen.
- Farny, Dieter** (2000): „Versicherungsbetriebslehre“, 3. Aufl., Karlsruhe.
- Friedman, Benjamin M., Warshawsky, Mark** (1988): “Annuity Prices and Saving Behavior in the United States”, in: Z. Bodie, J. Shoven und D. Wise, eds., Pensions in the U.S. economy. University of Chicago Press, pp. 53-84.
- Friedman, Benjamin M., Warshawsky, Mark J.** (1990): “The cost of annuities: Implications for saving behavior and bequests”, The Quarterly Journal of Economics, pp. 135-154.
- Gründl, Helmut, Stehle, Richard, Waldow, Thorsten** (2001): „Zur Vorteilhaftigkeit von Kapitallebensversicherungen gegenüber alternativen Anlageformen. -Eine Analyse aus Anlegersicht“, Diskussionsbeitrag, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, Humboldt - Universität zu Berlin.
- Hermann, Carl, Heuer, Gerhard, Raupach, Arndt**: „Einkommensteuer- und Körperschaftsteuergesetz mit Nebengesetzen“, Kommentar, Köln 1950/ 92.

- Kiesewetter, Dirk, Niemann, Rainer**(2002a): „Entscheidungsneutralität der Ertragsanteilsbesteuerung von Renten“, Steuer und Wirtschaft, S. 48-54.
- Kiesewetter, Dirk, Niemann, Rainer** (2002b): „Eine Erhöhung der Ertragsanteile bei der Rentenbesteuerung ist ökonomisch geboten“, Betriebs-Berater, S. 857-860.
- map-report** (Hrsg.): „Lebensversicherung: Der Markt nach Senkung der Gewinnbeteiligungen“, Nr. 537.
- map-report** (Hrsg.): „Vorsicht: Steuerfallen bei der Änderung von Lebenspolicen“, map-report special.
- map-report** (Hrsg.): „Reserven und Renditen deutscher Lebensversicherer 2001“, map-report special.
- Maurer, Raimond, Schradin, Heinrich R.** (1998): „Versicherungsprodukte zur Privaten Altersvorsorge“, Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft – Nr. 107.
- Mitchell, Olivia S., et al.** (1999): “New Evidence on the Money’s Worth of Individual Annuities”, American Economic Review, pp. 1299-1318.
- Mitchell, Olivia S., McCarthy, David** (2002): “Annuities for an Ageing World”, No. 93, Working Paper Series: Finance & Accounting.
- Modigliani, Franco** (1986): “Life Cycle, Individual Thrift, and the Wealth of Nations”, American Economic Review, pp. 297-313.
- Modigliani, Franco, Modigliani, Leah** (1997): “Risk-Adjusted Performance. How to measure it and why.”, The Journal of Portfolio Management, pp. 45-53.
- Mohr, H.** (1965): „Die Lebensversicherung“, Wiesbaden 1965; hier: Teil D: Der Preis der Lebensversicherung, S. 116 ff.
- Niemann, Rainer, Kiesewetter, Dirk** (2002): „Zur steuerlichen Vorteilhaftigkeit von Kapitallebensversicherungen“, Tübinger Diskussionsbeitrag Nr. 239.
- Richter, Andreas, Ruß, Jochen** (2001): “Tax Arbitrage in the German Insurance Market”, Working Papers on Risk and Insurance, Hamburg University.
- Scheffler, Wolfram** (2001): „Besteuerung von Unternehmen I: Ertrag-, Substanz- und Verkehrsteuern“, Schaeffers Grundriss des Rechts und der Wirtschaft, Bd. 39 / 2, Heidelberg.
- Schmidt, Ludwig** (2000): „Einkommenssteuergesetz: Kommentar“, 19. Auflage, München.
- Stark, Gunnar** (1997): „Zur Bewertung von Kapitallebensversicherungen“, Schmalenbachs Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung, S. 685-711.
- Warshawsky, Mark** (1988): “Private Annuity Markets in the United States”, Journal of Risk and Insurance, pp. 518-528.
- Westerheide, Peter** (2002): „Kosten der privaten Altersvorsorge – Private Rentenversicherungen und Fondssparpläne im Vergleich“, ZEW Discussion Paper No. 01 –02, Mannheim.